

МИНИСТЕРСТВО ВЫСШЕГО И СРЕДНЕГО СПЕЦИАЛЬНОГО
ОБРАЗОВАНИЯ РСФСР

ЛЕНИНГРАДСКИЙ ГИДРОМЕТЕОРОЛОГИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ТРУДЫ

ВЫПУСК 49

НЕКОТОРЫЕ ВОПРОСЫ
ФИЗИКИ АТМОСФЕРЫ

Под редакцией д-ра физ.-мат. наук
проф. Д. Л. ЛАЙХТМАНА

Ленинградский
Гидрометеорологический ин-т
БИБЛИОТЕКА
Л-д 195196 Малогоднинский пр., 98

ЛЕНИНГРАД
1974

279740

УДК 551.51+551.52+551.55

*Одобрено Ученым советом
Ленинградского гидрометеорологического института*

В сборнике представлены работы, посвященные теоретическому исследованию турбулентного режима в пограничном слое атмосферы, а также разработке методов расчета радиационных потоков и притоков тепла применительно к задачам общей циркуляции атмосферы.

В сборник включены также работы по прикладным вопросам турбулентной диффузии.

Труды Ленинградского гидрометеорологического института

Выпуск 49

Некоторые вопросы физики атмосферы

Редактор *З. Б. Ваксенбург*

М-06296 Подп. к печати 21.5-1974 г. Уч. изд. 10,8 п. л. Тираж 1500
Объем 11,38 п. л. Зак. 571 Цена 1р. 13 к.

Д. Л. ЛАЙХТМАН

ПРЕОБРАЗОВАНИЕ ЭНЕРГИИ В ПОГРАНИЧНОМ СЛОЕ АТМОСФЕРЫ

1. Вводные замечания

В пограничном слое атмосферы, благодаря турбулентному режиму потока, поля ветра, температуры и параметров турбулентности находятся в непрерывном взаимодействии и их изменения тесно связаны. Естественно, что при корректной постановке задачи весь комплекс величин, которые определяют состояние пограничного слоя, должен находиться из совместной системы уравнений.

Различные гипотезы предлагались для ее замыкания, однако здесь до сих пор много неясностей. Независимо от того, какой будет окончательная физическая теория, различные особенности процессов, позволяющие понять связь различных полей и пути правильного упрощения системы уравнений, можно попытаться получить, рассматривая энергетику пограничного слоя.

При упрощении любой системы уравнений необходимо проявлять определенную осторожность, имея в виду, что относительно малые слагаемые в одном уравнении могут оказаться существенными в другом. Пренебрежение ими приведет к энергетически не сбалансированной системе, решение которой может оказаться сильно искаженным, особенно в нестационарных задачах или в задачах с выходом на квазистационарный режим. Правильные упрощения должны быть следствием такого анализа всей системы уравнений, при котором она рассматривалась бы как отражение некоего единого процесса, управляемого заданными внешними воздействиями. Возможная «техника» такого подхода основана на рассмотрении внутренних преобразований различных видов энергии и изменении полной энергии под влиянием внешних условий. Как будет ниже показано, изучение энергетики процесса позволяет и по существу лучше понять особенности изучаемого процесса.

2. Вывод уравнений для энергии

Процессы в пограничном слое обычно описываются следующей системой уравнений:

$$\frac{du}{dt} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + lv + \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial z} \kappa_r \frac{\partial u}{\partial z}; \quad (1)$$

$$\frac{dv}{dt} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} - lu + \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial z} \kappa_r \frac{\partial v}{\partial z}; \quad (2)$$

$$\frac{dw}{dt} = -g - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z}; \quad (3)$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial \rho u}{\partial x} + \frac{\partial \rho v}{\partial y} + \frac{\partial \rho w}{\partial z} = 0; \quad (4)$$

$$\frac{d\Theta}{dt} = \frac{\partial}{\partial z} \kappa_T \frac{\partial \Theta}{\partial z} + \frac{1}{c_p} \frac{\Theta}{T} \frac{\partial r}{\partial z} + \frac{\Theta}{T} \frac{c}{c_p} \frac{b^2}{\kappa}; \quad (5)$$

$$\frac{db}{dt} = \kappa \left[\left(\frac{\partial u}{\partial z} \right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial z} \right)^2 \right] - \kappa_T \frac{g}{\Theta} \frac{\partial \Theta}{\partial z} - c \frac{b^2}{\kappa} + \frac{\partial}{\partial z} \kappa_b \frac{\partial b}{\partial z}. \quad (6)$$

Здесь u, v, w — компоненты скорости; p — давление; ρ — плотность; Θ — потенциальная температура; T — абсолютная температура; b — кинетическая энергия турбулентных флуктуаций скорости; $\kappa, \kappa_T, \kappa_b$ — коэффициенты турбулентности для количества движения, тепла и энергии турбулентности; $l = 2\omega \sin \varphi$ — параметр Кориолиса; c_p — удельная теплоемкость при постоянном давлении; g — ускорение силы тяжести; t, x, y, z — время и декартовы координаты; $\frac{\partial r}{\partial z} + c \frac{b^2}{\kappa}$ — приток тепла, вызванный лучистым теплообменом и диссипацией энергии флуктуаций; r — лучистый поток, принимается положительным, если он направлен сверху вниз. Будем иметь в виду следующие уравнения, которые связывают некоторые переменные:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\Theta}{T} &= \left(\frac{1000}{p} \right) \frac{R}{c_p}, \\ p &= \rho RT, \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

где R — газовая постоянная.

Уравнение для кинетической (K) и потенциальной (P) энергии получим обычным путем из (1) — (3); при помощи (4) запишем его в дивергентной форме и проинтегрируем по всему пограничному слою высотой H , тогда имеем

$$\frac{\partial}{\partial t}(K+P) = \frac{\partial}{\partial t} \int_0^H (\varkappa + \pi) \rho dz = - \frac{\partial}{\partial x_i} \int_0^H u_i (\varkappa + \pi) \rho dz - \int_0^H u_j \frac{\partial \rho}{\partial x_j} dz - \int_0^H \kappa_i \left(\frac{\partial u_i}{\partial z} \right)^2 \rho dz - \rho_H (\varkappa_H + \pi_H) \left(\omega_H - \frac{dH}{dt} \right). \quad (8)$$

Здесь $\varkappa = \frac{u^2 + v^2 + \omega^2}{2}$; $\pi = gz$; индекс H указывает, что соответствующая величина берется на уровне H ; $i=1, 2$; $j=1, 2, 3$; по повторяющемуся значку выполняется суммирование, причем:

$$u_1 = u, \quad u_2 = v, \quad u_3 = \omega, \quad x_1 = x, \quad x_2 = y, \quad x_3 = z, \quad \kappa_1 = \kappa_2 = \kappa,$$

$$\frac{dH}{dt} = \frac{\partial H}{\partial t} + u_H \frac{\partial H}{\partial x} + v_H \frac{\partial H}{\partial y}.$$

Скорость изменения внутренней энергии получим, воспользовавшись тем, что $\frac{dc_v T}{dt} = c_p \frac{T}{\Theta} \frac{d\Theta}{dt} + \frac{p}{\rho^2} \frac{d\rho}{dt}$, или на основании (5)

$$\frac{di}{dt} = \frac{dc_v T}{dt} = c_p \frac{T}{\Theta} \frac{\partial \Theta}{\partial z} \kappa_T \frac{\partial \Theta}{\partial z} + \frac{\partial r}{\partial z} + c \frac{b^2}{\kappa} + \frac{p}{\rho^2} \frac{d\rho}{dt}. \quad (9)$$

Запишем левую часть уравнения в дивергентной форме, после чего, воспользовавшись снова уравнением неразрывности, проинтегрируем (9) по всему погранслою, тогда получаем

$$\begin{aligned} \frac{\partial J}{\partial t} &= \frac{\partial}{\partial t} \int_0^H c_v T \rho dz = - \frac{\partial}{\partial x_i} \int_0^H c_v T \rho u_i dz - \int_0^H p \frac{\partial u_j}{\partial x_j} dz + \\ &+ \int_0^H \frac{g}{\Theta} \kappa_T \frac{\partial \Theta}{\partial z} \rho dz - \kappa_T \rho c_p \frac{\partial \Theta}{\partial z} \Big|_0^H + r_H - r_0 + \int_0^H c \frac{b^2}{\kappa} \rho dz + \\ &\rho_H c_v T_H \left(\omega_H - \frac{dH}{dt} \right). \end{aligned} \quad (10)$$

Из уравнения (6) получаем

$$\begin{aligned} \frac{\partial B}{\partial t} &= \frac{\partial}{\partial t} \int_0^H b \rho dz = - \frac{\partial}{\partial x_i} \int_0^H b u_i \rho dz + \int_0^H \kappa \left[\left(\frac{\partial u}{\partial z} \right)^2 + \right. \\ &\left. + \left(\frac{\partial v}{\partial z} \right)^2 \right] \rho dz - \int_0^H \frac{g}{\Theta} \kappa_T \frac{\partial \Theta}{\partial z} \rho dz - \int_0^H c \frac{b^2}{\kappa} \rho dz. \end{aligned} \quad (11)$$

Нетрудно понять смысл последнего слагаемого справа в уравнениях (8) и (10) — оно представляет собой скорость приращения энергии благодаря потоку массы через верхнюю границу погранслоя.*

Из совместного рассмотрения трех уравнений для энергии легко понять те внутренние превращения, которыми характеризуется динамика пограничного слоя. В уравнениях для энергии (8), (10), (11) обнаруживаются три одинаковых слагаемых, которые входят в разные уравнения с разными знаками. Эти слагаемые характеризуют превращение одного вида энергии в другой. Речь идет о следующих слагаемых:

$\int_0^H \kappa_i \left(\frac{\partial u_i}{\partial z} \right)^2 \rho dz$ — количество кинетической энергии основного движения, которое превращается в энергию флуктуаций во всем пограничном слое за единицу времени,

$\int_0^H \frac{g}{\Theta} \kappa_T \frac{\partial \Theta}{\partial z} \rho dz$ — обмен между внутренней и флуктуационной энергией благодаря вертикальному расслоению потока,

$\int_0^H c \frac{b^2}{\kappa} \rho dz$ — превращение вихревой энергии во внутреннюю энергию благодаря вязкости.

Остальные слагаемые представляют собой адвективные притоки энергии в рассматриваемую область и генерацию потенциальной и внутренней энергии за счет трансформации энергии поля давления (или, наоборот, их превращением в энергию поля давления). На рис. 1 представлена схема указанных преобразований энергии. Складывая уравнения (8), (10), (11), получим уравнение для полной энергии

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} (K+P+J+B) = & - \frac{\partial}{\partial x_i} \int_0^H (\alpha + \pi + i + b) \rho u_i dz - \\ & - \int_0^H \frac{\partial(\rho u_j)}{\partial x_j} dz + r_H - r_0 - \kappa_T \rho c_p \frac{\partial \Theta}{\partial z} \Big|_0, \end{aligned} \quad (12)$$

в которое, по понятным причинам, не входят слагаемые, представляющие внутренние превращения энергий. Физический смысл правой части уравнения очевиден.

* Нужно иметь ввиду выражение для потока массы из погранслоя

$$\frac{\partial M}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial t} \int_0^H \rho dz = - \frac{\partial}{\partial x_i} \int_0^H \rho u_i dz - \rho_H \left(w_H - \frac{dH}{dt} \right).$$

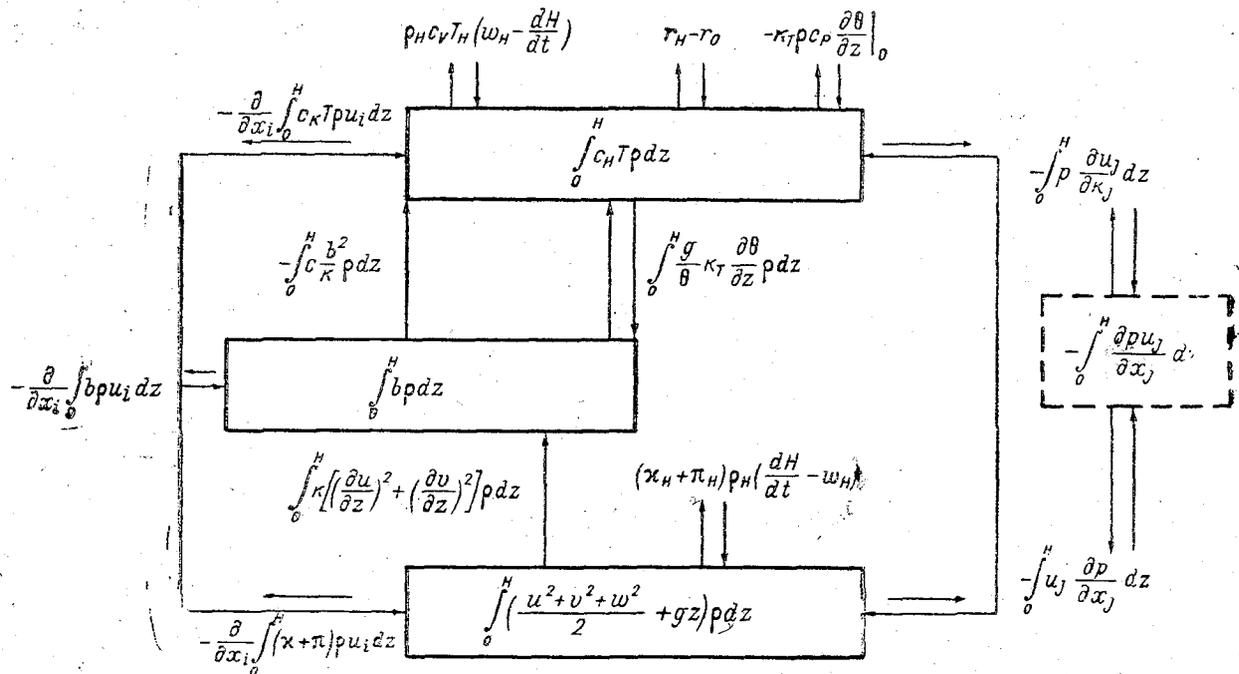


Рис. 1. Схема преобразования энергии в пограничном слое атмосферы.

3. Некоторые следствия

а. При построении теории крупномасштабных атмосферных явлений процессы в свободной атмосфере и в пограничном слое обычно описываются разными системами уравнений. Такой подход представляется целесообразным, поскольку эффекты турбулентности в свободной атмосфере в отличие от пограничного слоя относительно малы. Кроме того, в пограничном слое вертикальные градиенты всех характеристик существенно больше горизонтальных. Решения полученные для обеих областей затем «склеивают» на верхней границе пограничного слоя, таким образом учитывается связь процессов. Легко понять, что в уравнениях для энергий и массы слагаемые типа $L_H \rho_H \left(\frac{dH}{dt} - w_H \right)$, выражающие поток энергии или массы через верхнюю границу погранслоя, отражают связь процессов в свободной атмосфере и в пограничном слое. Таким образом, **пренебрежение членами содержащими вертикальную скорость в уравнениях движения и притока тепла означает пренебрежение обменом энергией между пограничным слоем и свободной атмосферой.** Сохранение соответствующего слагаемого только в уравнении неразрывности, как это обычно делается, означает лишь эффект переноса массы. Такую фильтрацию уравнений для нестационарных процессов и в задачах общей циркуляции нужно производить с большой осторожностью.

б. Обратим теперь внимание на уравнение притока тепла (9), обычно множитель Θ/T , близкий к единице в пределах пограничного слоя, заменяется единицей. Покажем, что и такое упрощение, казалось бы вполне допустимое, может приводить к «неприятностям». Действительно, рассмотрим вывод уравнения для внутренней энергии, в нем

$$\int_0^H \frac{T}{\Theta} \frac{\partial}{\partial z} \left(\kappa_T \frac{\partial \Theta}{\partial z} \right) \rho dz = \kappa_{Tp} \frac{\partial \Theta}{\partial z} \frac{T}{\Theta} \Big|_0^H -$$

$$- \int_0^H \kappa_{Tp} \frac{\partial \Theta}{\partial z} \frac{R}{p c_p} \left(\frac{p}{1000} \right)^{\frac{R}{c_p}} \frac{\partial p}{\partial z} dz = - \kappa_{Tp} \frac{\partial \Theta}{\partial z} \Big|_0^H +$$

$$+ \frac{1}{c_p} \int_0^H \frac{g}{\Theta} \kappa_T \frac{\partial \Theta}{\partial z} \rho dz. \quad (13)$$

Откуда видно, что упомянутое упрощение эквивалентно пренебрежению работой вихрей против сил плавучести. Поскольку соответствующее слагаемое в уравнении баланса энергии турбу-

лентности не может быть отброшено, то в конечном счете это приводит к нарушению закона сохранения энергии для пограничного слоя.

в. Укажем теперь на возможность использования некоторых следствий, вытекающих из уравнений для энергии при определении характерных масштабов.

При исследовании динамики пограничного слоя для оценки отдельных слагаемых, необходимо правильно выбирать горизонтальный масштаб для средней скорости.

Из уравнения для энергии следует, что скорость поступления кинетической энергии за счет энергии поля давления выражается следующей функцией координат: $u \frac{\partial p}{\partial x} + v \frac{\partial p}{\partial y}$, если эта функция медленно меняется в пространстве, то скорость поступления также медленно изменяется. Это влечет за собой сравнительно однородное поле скорости и большие характерные масштабы; наоборот, существенно неоднородное поле скорости и соответственно малые характерные масштабы можно ожидать там, где упомянутая функция меняется быстро. Из этих соображений вытекают формулы для характерных масштабов поля скорости:

$$L_x = \left| \frac{u \frac{\partial p}{\partial x} + v \frac{\partial p}{\partial y}}{\frac{\partial}{\partial x} \left(u \frac{\partial p}{\partial x} + v \frac{\partial p}{\partial y} \right)} \right|, \quad (14)$$

$$L_y = \left| \frac{u \frac{\partial p}{\partial x} + v \frac{\partial p}{\partial y}}{\frac{\partial}{\partial y} \left(u \frac{\partial p}{\partial x} + v \frac{\partial p}{\partial y} \right)} \right|$$

Разумеется, что выражения такого типа для горизонтальных масштабов пригодны и для свободной атмосферы. С их помощью можно получить формулы для коэффициентов макротурбулентности:

$$\left. \begin{aligned} \kappa_x &= uL_x, \\ \kappa_y &= vL_y. \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

Более интересным для проблем пограничного слоя является выражение для характерного масштаба флуктуационного поля скорости. Поскольку скорость поступления вихревой энергии за счет энергии средних полей выражается функцией $\kappa_i \left(\frac{\partial u_i}{\partial t} \right)^2$ —

$-\kappa_T \frac{\partial \theta}{\partial z}$, то из аналогичных соображений получаем масштаб для турбулентных пульсаций

$$l_z = \beta \frac{\kappa_i \left(\frac{\partial u_i}{\partial z} \right)^2 - \kappa_T \frac{g}{\Theta} \frac{\partial \theta}{\partial z}}{\frac{\partial}{\partial z} \left[\kappa_i \left(\frac{\partial u_i}{\partial z} \right)^2 - \kappa_T \frac{g}{\Theta} \frac{\partial \theta}{\partial z} \right]} \quad (16)$$

Соответственно для коэффициента вертикальной вязкости имеем

$$\kappa = l_z \sqrt{b} \quad (17)$$

Легко заметить, что при $\beta = -\kappa c^{1/4}$ из (16) вытекает формула Кармана для приземного слоя

$$l_z = -\kappa c^{1/4} \frac{u'}{u''} \quad (18)$$

а из (17) известное выражение для коэффициента турбулентности.

г. Несколько замечаний о преобразованиях энергии, которые имеются в виду при использовании уравнений для стационарного пограничного слоя. Они приводятся на рис. 2.

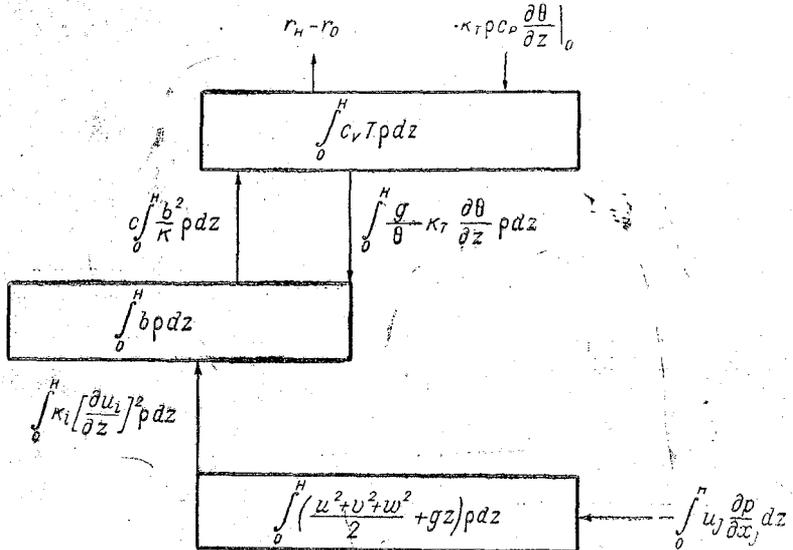


Рис. 2. Схема преобразования энергии в стационарном, однородном по горизонтали пограничном слое.

Из этой схемы преобразований энергии нетрудно понять механизм, посредством которого стабилизируется толщина пограничного слоя, если внешние условия остаются неизменными.

В фиксированном поле давления достигается такая толщина турбулизированного слоя, который и является планетарным погранслоем, когда поступление кинетической энергии за счет запасов энергии поля давления уравнивается трансформацией энергии основного движения в турбулентность. Если толщина слоя становится больше равновесного значения, т. е. верхняя граница повышается, то почти пропорционально увеличивается поступление энергии из запасов поля давления, тогда как потери, связанные с переходом в флуктуационное движение, очень слабо возрастают из-за малых градиентов скорости в верхней части пограничного слоя. При такой ситуации кинетическая и потенциальная энергия должны увеличиваться с течением времени, что нарушало бы стационарное состояние. Наоборот, если высота верхней границы оказалась бы ниже равновесного уровня, то существенное уменьшение притока кинетической энергии при сравнительно слабом уменьшении «турбулентных» потерь привело бы к уменьшению кинетической энергии со временем. Таким образом, фиксированные внешние условия однозначно определяют толщину планетарного пограничного слоя атмосферы.

НЕСТАЦИОНАРНЫЙ ПРИЗЕМНЫЙ СЛОЙ. РЕЗКОЕ ИЗМЕНЕНИЕ ТУРБУЛЕНТНОГО ПОТОКА ТЕПЛА

Рассматриваемая задача исследует изменение структуры приземного слоя атмосферы при резком изменении турбулентного потока тепла от подстилающей поверхности Земли в атмосферу. Такого типа внезапные короткопериодические изменения возможны из-за колебаний солнечной радиации, возникающих, например, вследствие резкого изменения облачности.

Для определения метеорологических элементов: скорости ветра u , потенциальной температуры Θ , энергии турбулентных пульсаций b и коэффициента турбулентности κ использовались уравнение движения без учета силы Кориолиса, уравнение притока тепла, уравнение баланса энергии турбулентности. Система замыкалась с помощью гипотез Монина-Обухова и обобщенной формулы Кармана.

Система уравнений имеет вид:

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z} \kappa \frac{\partial u}{\partial z}; \quad (1)$$

$$\frac{\partial \Theta}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z} \kappa \frac{\partial \Theta}{\partial z}; \quad (2)$$

$$\frac{\partial b}{\partial t} = \kappa \left(\frac{\partial u}{\partial z} \right)^2 - \kappa \frac{g}{T} \frac{\partial \Theta}{\partial z} - \frac{cb^2}{\kappa} + \alpha_b \frac{\partial}{\partial z} \kappa \frac{\partial b}{\partial z}; \quad (3)$$

$$\kappa = l\sqrt{\bar{b}}; \quad (4)$$

$$l = -2\kappa c \frac{1}{4} \frac{\left(\frac{\partial u}{\partial z} \right)^2 - \frac{g}{T} \frac{\partial \Theta}{\partial z}}{\frac{d}{dz} \left[\left(\frac{\partial u}{\partial z} \right)^2 - \frac{g}{T} \frac{\partial \Theta}{\partial z} \right]}. \quad (5)$$

Детально эти уравнения рассматриваются в работах [1, 2].

Задача решалась при следующих граничных условиях:

$$\left. \begin{array}{l}
 \text{при } z = z_0 \quad u = 0, \quad \kappa = \kappa(z_0), \\
 \quad \quad \quad b = c^{-\frac{1}{2}} v_*^2, \\
 \quad \quad \quad \eta = \kappa \frac{\partial u}{\partial z} = v_*^2, \\
 \quad \quad \quad P = P_0(1 - e^{-\alpha t}); \\
 \text{при } z = \infty \quad u = u(z), \quad \kappa = \kappa(z), \\
 \quad \quad \quad b = b(z), \\
 \quad \quad \quad P = 0.
 \end{array} \right\} (6)$$

За начальное условие принималось безразличное равновесие. Соответствующие распределения метеорологических характеристик были взяты из решения стационарной задачи для пограничного слоя атмосферы И. М. Бобылевой [3].

Уравнения приводились к безразмерному виду на основе приведенных ниже характерных масштабов:

$$\eta = v_{*0}^2 \eta_n, \quad z = L z_n, \quad \kappa = \kappa_* \kappa_n, \quad t = t_* t_n, \\
 b = c^{-\frac{1}{2}} v_{*0}^2 b_n, \quad u = c^{-\frac{1}{4}} v_{*0} u_n, \quad P = P_* P_n, \quad \Theta = \Theta_* \Theta_n,$$

если

$$L = - \frac{v_{*0}^3}{c^{\frac{1}{4}} \frac{P_*}{\rho c_p} \frac{g}{T}}, \quad \kappa_* = - \frac{v_{*0}^4}{\frac{P_*}{\rho c_p} \frac{g}{T}}, \\
 t_* = - \frac{c^{-\frac{1}{2}} v_{*0}^2}{\frac{P_*}{\rho c_p} \frac{g}{T}}, \quad \Theta_* = - \frac{P_*}{\rho c_p} c^{-\frac{1}{4}} v_{*0}^{-1}.$$

Уравнения преобразуются так, чтобы в качестве искомым функций фигурировали потоки количества движения $\kappa \frac{\partial u}{\partial z}$ и тепла $\kappa \frac{\partial \Theta}{\partial z}$. Переход к потокам удобен тем, что граничное условие при $z = z_0$ можно перенести на уровень $z = 0$, поскольку потоки почти не меняются с высотой у поверхности земли.

Из последних двух уравнений (4) и (5) исключается масштаб турбулентности l . Такое преобразование встречалось раньше в работе [3].

После сделанных преобразований система примет вид:

$$\frac{\partial}{\partial t_n} \frac{\eta_n}{\kappa_n} = \frac{\partial^2 \eta_n}{\partial z_n^2}; \quad (7)$$

$$\frac{\partial^2}{\partial t_n^2} \frac{P_n}{\kappa_n} = \frac{\partial^2 P_n}{\partial z_n^2}; \quad (8)$$

$$\frac{\partial b_n}{\partial t_n} = \frac{\eta_n^2}{\kappa_n} - P_n - \frac{b_n^2}{\kappa_n} + \alpha_b \frac{\partial}{\partial z_n} \kappa_n \frac{\partial b_n}{\partial z_n}; \quad (9)$$

$$\frac{\kappa_n}{b_n} \Big|_0^{z_n} = \alpha_c - \frac{1}{4} \int_0^{z_n} \frac{dz_n}{V b_n}. \quad (10)$$

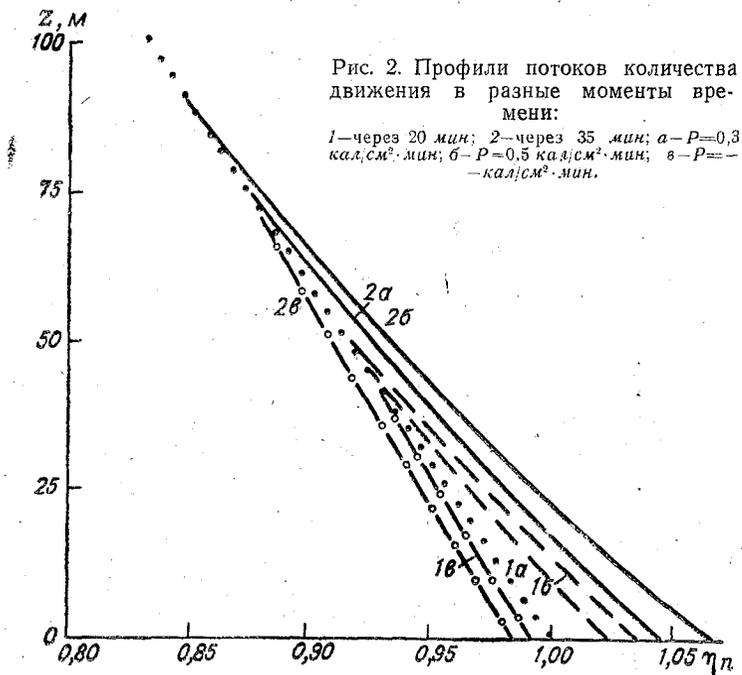
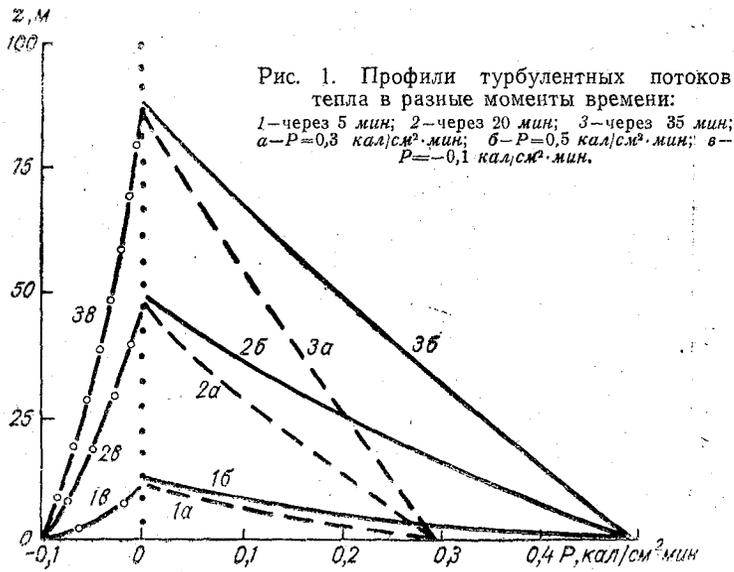
Граничные условия:

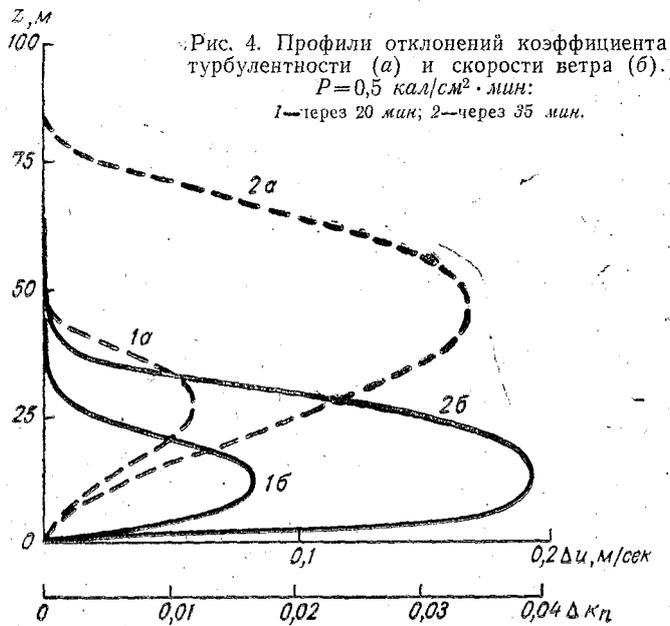
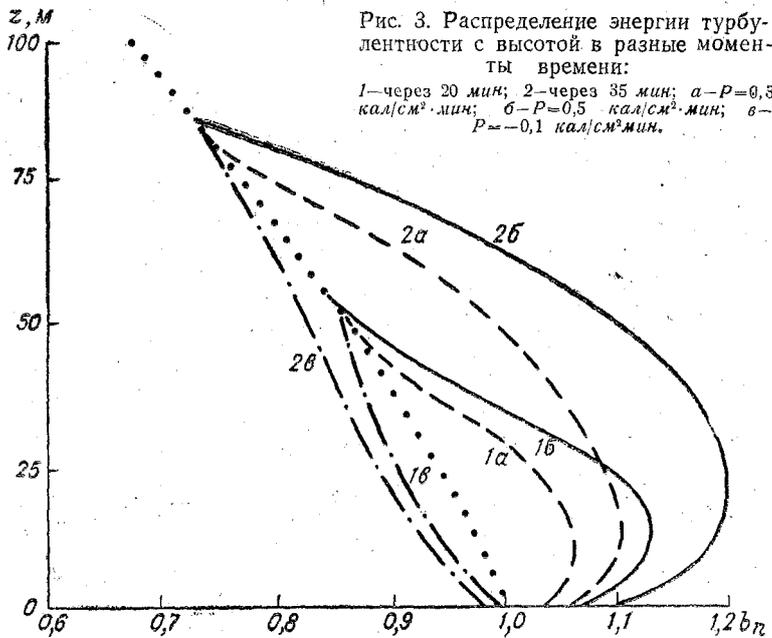
$$\left. \begin{array}{l} \text{при } z_n = 0 \\ \\ \\ \\ \text{при } z_n = \infty \end{array} \right\} \begin{array}{l} \eta_n = v_{*n}^2(t_n), \\ b_n = v_{*n}^2(t_n), \\ \kappa_n = 0, \\ P_n = P_{0n}(1 - e^{-\eta_n}); \\ \eta_n = \eta_n(z_n), \\ b_n = b_n(z_n), \\ \kappa_n = \kappa_n(z_n), \\ P_n = 0. \end{array} \quad (11)$$

Эта задача решалась численно на ЭВМ «М-220» методом итераций по κ с использованием метода прогонки для уравнений (7), (8) и (9).

Шаг по времени равнялся 5 минутам. Распределение скорости ветра u и температуры находились по известным η_n , P_n и κ_n . Изменение динамической скорости v_* определялось по η_n и по η при $z = z_0$ на предыдущем шаге по времени. Расчеты были выполнены при начальном значении $v_* = 0,5$ м/сек, при разных α и P_0 , меняющимся от $-0,1$ до $0,6$ кал/см²·мин с интервалом в 0,1.

Вертикальные профили турбулентного потока представлены на рис. 1. С увеличением потоков тепла возрастают потоки количества движения. Это иллюстрирует рис. 2. С увеличением неустойчивости возрастает энергия турбулентности (рис. 3). Коэффициент турбулентности и скорость ветра характеризуются некоторой консервативностью в приземном слое. Профили их отклонений показаны на рис. 4. Анализ показывает, что в случае $P = 0,5$ кал/см²·мин наибольшее отклонение коэффициента турбулентности даже через 35 мин достигает только величины 0,032, что составляет 10% коэффициента турбулентности на высоте





279740

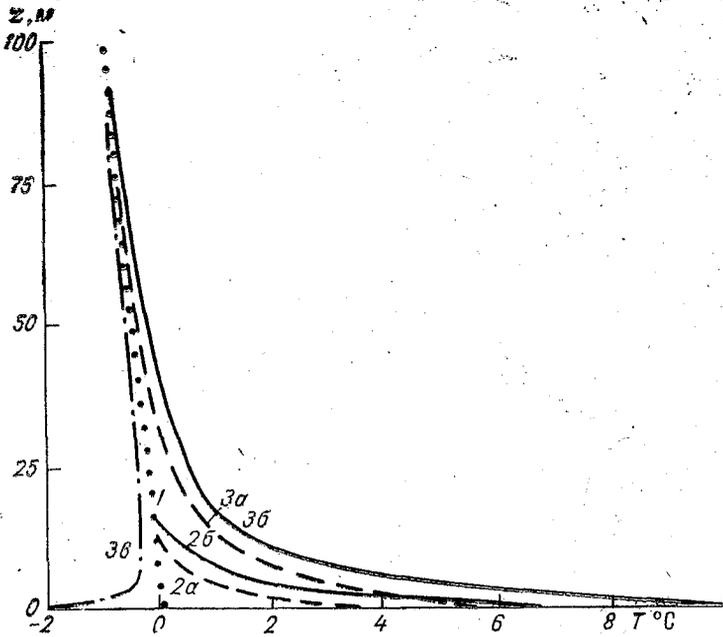


Рис. 5. Распределение температуры в разные моменты времени:
 1—начальное состояние; 2—через 20 мин; 3—через 35 мин; а— $P=0,3$ кал/см²·мин;
 б— $P=0,5$ кал/см²·мин; в— $P=-0,1$ кал/см²·мин.

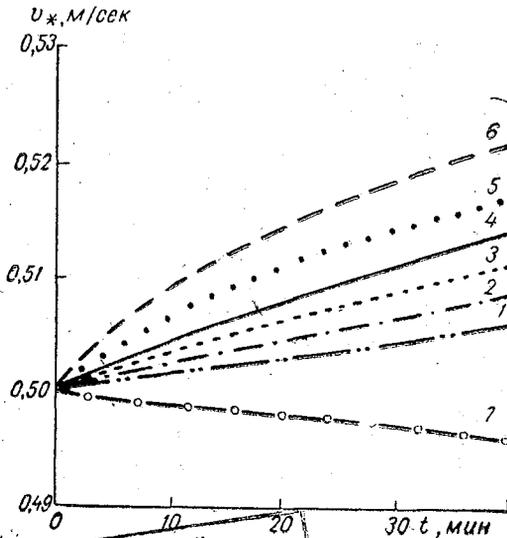


Рис. 6. Изменение динамической скорости U_* со временем:
 1— $P=0,1$ кал/см²·мин; 2— $P=0,2$ кал/см²·мин; 3— $P=0,3$ кал/см²·мин; 4— $P=0,4$ кал/см²·мин; 5— $P=0,5$ кал/см²·мин; 6— $P=0,6$ кал/см²·мин; 7— $P=-0,1$ кал/см²·мин.

47,7 м. Наибольшее отклонение скорости ветра при этих же условиях на высоте 15 м достигает значения 0,2 м/сек. Скорость ветра меняется существенно лишь в слое 5—50 м. Изменение скорости ветра невелико.

Распределение температуры представлено на рис. 5. Этот график показывает распространение температуры вверх со временем. На подстилающей поверхности температура увеличивается значительно. Уже через 5 мин после изменения турбулентного потока тепла температура достигает величин 3,9° и 7° для $P=0,3$ кал/см²-мин и 0,5 кал/см²-мин соответственно. Через 35 мин эти значения увеличиваются до 6,1° и 10,2°.

Рис. 6 иллюстрирует изменение динамической скорости v_* при $z=z_0$ со временем для различных скачков потоков тепла. Даже в случае $P=0,6$ кал/см²-мин через 35 мин динамическая скорость меняется от 0,5 до 0,52 м/сек, т. е. на 4%. Однако и сравнительно небольшое изменение динамической скорости надо учитывать, чтобы не было искажений профилей коэффициента турбулентности, потока количества движения и скорости ветра.

Выводы

1. Рассмотренная задача дает яркую картину трансформации метеорологических полей при изменении теплового баланса деятельной поверхности.

2. Возрастание неустойчивости приводит к увеличению энергии турбулентности, незначительному увеличению скорости ветра и коэффициента турбулентности.

3. Процесс рассматривался при разных P (разная скорость изменений термических условий). Здесь представлены графики при наиболее резком изменении потока тепла ($\alpha=50$).

4. Учет изменений динамической скорости v_* у поверхности земли очень важен при решении нестационарных задач.

5. Для того чтобы проследить изменение метеорологических характеристик на большие сроки ($t > 40$ мин), надо рассматривать задачу для всего пограничного слоя, в частности вводить силу Кориолиса.

ЛИТЕРАТУРА

1. Лайхтман Д. Л. Физика пограничного слоя атмосферы. Л., Гидрометеоздат, 1970.
2. Зилитинкевич С. С. Динамика пограничного слоя атмосферы. Л., Гидрометеоздат, 1970.
3. Бобылева И. М. Расчет характеристик турбулентности в планетарном пограничном слое атмосферы. Труды ЛГМИ, вып. 40, 1970.
4. Пристли С. Х. Б. Турбулентный перенос в приземном слое атмосферы. Перевод с англ. под редакцией д-ра физ.-мат. наук Д. Л. Лайхтмана. Л., Гидрометеоздат, 1964.
5. Бобылева И. М., Зилитинкевич С. С., Лайхтман Д. Л. Турбулентный режим в термически стратифицированном планетарном пограничном слое атмосферы. Сб. «Атмосферная турбулентность и распространение радиоволн». М., «Наука», 1967.

ПРОФИЛИ КОМПОНЕНТ ЭНЕРГИИ ТУРБУЛЕНТНОСТИ В ПОГРАНИЧНОМ СЛОЕ АТМОСФЕРЫ ПРИ РАЗНЫХ МЕТЕОРОЛОГИЧЕСКИХ УСЛОВИЯХ

Определение профилей статистических характеристик метеорологических полей является одной из важных задач физики атмосферы. В последние годы в теоретическом рассмотрении этой проблемы достигнут определенный прогресс. В работе [1] была разработана модель строения планетарного пограничного слоя атмосферы, позволяющая получить профили средней скорости и температуры, коэффициента и энергии турбулентности, а также скорости диссипации и масштаба турбулентности при разных внешних метеорологических условиях. Эта модель была разработана в последующих работах [2, 3].

Однако представляет интерес не только величина энергии турбулентности, но и ее распределение по компонентам на разных высотах. Знание таких характеристик необходимо для решения некоторых прикладных задач. Настоящая работа посвящена расчету компонент энергии турбулентности в пограничном слое атмосферы; при этом уравнения для компонент энергии турбулентности подключаются к модели, приведенной в работе [1].

Уравнение для вторых моментов пульсаций скорости получается из уравнений Навье-Стокса и неразрывности с помощью обычной процедуры осреднения и записывается в виде

$$\begin{aligned} & \frac{\partial \overline{u'_i u'_j}}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_k} \left(\overline{u_k u'_i u'_j} + \overline{u'_i u'_j u_k} \right) + \overline{u'_i u'_k} \frac{\partial \overline{u_j}}{\partial x_k} + \overline{u'_j u'_k} \frac{\partial \overline{u_i}}{\partial x_k} + \\ & + \frac{1}{\rho} \left(\overline{u'_i \frac{\partial p'}{\partial x_j}} + \overline{u'_j \frac{\partial p'}{\partial x_i}} \right) - \beta \Theta' \left(\overline{u'_i \delta_{j3}} + \overline{u'_j \delta_{i3}} \right) - \\ & - 2(\epsilon_{ink} \omega_n \overline{u'_k u'_j} + \epsilon_{jlm} \omega_l \overline{u'_m u'_i}) - 2\nu \frac{\partial^2}{\partial x_k \partial x_k} \overline{u'_i u'_j} + 2\nu \frac{\partial \overline{u'_i} \partial \overline{u'_j}}{\partial x_k \partial x_k} = 0. \quad (1) \end{aligned}$$

Здесь принята правая система координат; u_i — i -тая компонента скорости ветра ($i=1, 2, 3$); p — давление; ρ — плотность; Θ — потенциальная температура; β — параметр плавучести; ν — кинематическая вязкость; ω_i — компонента угловой скорости вращения Земли; ε_{ijk} — единичный полностью антисимметричный тензор; δ_{ij} — символ Кронекера; черта сверху означает осреднение; штрихом отмечены пульсационные величины; по повторяющимся индексам производится суммирование.

Система уравнений (1) незамкнута. Естественные упрощающие предположения и гипотезы, необходимые для замыкания системы уравнений для вторых моментов поля скорости, были сформулированы в работах А. С. Моница [4, 5], в которых были получены некоторые соотношения для компонент энергии турбулентности. В настоящей работе используются такие же гипотезы, как в работах [4, 5]. В системе уравнений (1) предпоследний член характеризует перенос момента $\overline{u_i u_j'}$ молекулярными движениями. Им можно пренебречь по сравнению с турбулентным переносом, содержащимся в других членах уравнений. Последний член имеет смысл удельной диссипации турбулентного движения. Следуя [4], положим

$$\nu \frac{\partial \overline{u_i u_j'}}{\partial x_k \partial x_k} = \varepsilon_n \delta_{ij} + (\varepsilon_w - \varepsilon_n) \delta_{iz} \delta_{jz}. \quad (2)$$

Для членов, содержащих пульсации давления, основной эффект которых состоит в передаче энергии от одних компонент к другим, так же как и в работе [4], примем гипотезу Давыдова

$$\frac{1}{\rho} \left(\overline{u_j \frac{\partial p'}{\partial x_i}} + \overline{u_i \frac{\partial p'}{\partial x_j}} \right) = B_1 \left(\overline{u_i' u_j'} - \frac{\overline{u_k' u_k'}}{3} \delta_{ij} \right) + B_2 \left(\delta_{iz} \delta_{jz} - \frac{1}{3} \delta_{ij} \right). \quad (3)$$

В правую часть (3) входит еще член $\frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial}{\partial x_j} \overline{u_i p'} + \frac{\partial}{\partial x_i} \overline{u_j p'} \right)$, который считается несущественным. Мы ограничимся рассмотрением статистически стационарного и горизонтально однородного движения. Направим ось x_1 по направлению среднего ветра у поверхности земли, ось x_3 — вертикально вверх. Используя (2) и (3) и считая $\overline{u_3} = 0$, получим из (1) уравнения для диагональных элементов матрицы $\overline{u_i' u_j'}$:

$$\left\{ \begin{aligned} B_1 \overline{u_1^2} - \frac{2B_1}{3} b - \frac{B_2}{3} + 2 \overline{u_1' u_3'} \frac{d \overline{u_1}}{d x_3} + \frac{d}{d x_3} \overline{u_3' u_1'} + \\ + 2 \varepsilon_n + 4 (\overline{\omega_2 u_3' u_1'} - \overline{\omega_3 u_2' u_1'}) = 0; \end{aligned} \right. \quad (4)$$

$$B_1 \overline{u_2'^2} - \frac{2B_1}{3} b - \frac{B_2}{3} + 2\overline{u_2' u_3'} \frac{d\overline{u_2'}}{dx_3} + \frac{d}{dx_3} \overline{u_3' u_2'^2} + 2\varepsilon_h + 4(\omega_3 \overline{u_1' u_2'} - \omega_1 \overline{u_3' u_2'}) = 0; \quad (5)$$

$$B_1 \overline{u_3'^2} - \frac{2B_1}{3} b + \frac{2B_2}{3} + \frac{d}{dx_3} \overline{u_3' u_3'^2} - 2\overline{u_3' \Theta'} + 2\varepsilon_w + 4(\omega_1 \overline{u_2' u_3'} - \omega_2 \overline{u_1' u_3'}) = 0; \quad (6)$$

$$2b = \overline{u_i' u_i'}. \quad (7)$$

Для определения $\overline{u_1'^2}$, $\overline{u_2'^2}$, $\overline{u_3'^2}$, b из уравнений (4) — (7) необходимо знать величины $\frac{d\overline{u_1'}}{dx_3}$, $\frac{d\overline{u_2'}}{dx_3}$, ε_h , ε_w , $\overline{u_3' \Theta'}$, $\overline{u_1' u_3'}$, $\overline{u_2' u_3'}$, $\overline{u_1' u_3'^2}$, $\overline{u_2' u_3'^2}$, $\overline{u_3' u_3'^2}$. Для вертикальных потоков количества движения и энергии различных компонент примем, так же как в [1], градиентную гипотезу:

$$\left. \begin{aligned} \overline{u_1' u_3'} &= -\kappa_3 \frac{d\overline{u_1'}}{dx_3}, \\ \overline{u_2' u_3'} &= -\kappa_3 \frac{d\overline{u_2'}}{dx_3}; \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

$$\overline{u_i'^2 u_3'} = -\alpha_B \kappa_3 \frac{d\overline{u_i'^2}}{dx_3}, \quad (9)$$

где κ_3 — компонента тензора турбулентной диффузии; α_B — постоянная, характеризующая отношение коэффициентов турбулентного переноса энергии и количества движения. Здесь принято, что коэффициенты турбулентного переноса различных компонент энергии одинаковы. Кроме того, следуя [4], используем гипотезу подобия, согласно которой турбулентный режим полностью определяется величинами b и $\varepsilon = 2\varepsilon_h + \varepsilon_w$, тогда:

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon &= c \frac{b^2}{\kappa_3}, \\ \varepsilon_h &= c_1 \varepsilon, \\ \varepsilon_w &= (1 - 2c_1) \varepsilon, \\ B_1 &= c_2 \frac{\varepsilon}{b}, \\ B_2 &= c_3 \varepsilon. \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

Используя (4)–(10), запишем уравнения для b , $(\overline{u_1'^2} - \overline{u_2'^2})$ и $\overline{u_3'^2}$ в следующем виде:

$$\frac{cb^2}{\kappa_3} - 2\kappa_3 \left[\left(\frac{d\overline{u_1}}{dx_3} \right)^2 + \left(\frac{d\overline{u_2}}{dx_3} \right)^2 \right] - \beta \overline{u_3' \Theta'} - \alpha_B \frac{d}{dx_3} \kappa_3 \frac{db}{dx_3} = 0; \quad (11)$$

$$\frac{c_2 cb}{\kappa_3} (\overline{u_1'^2} - \overline{u_2'^2}) - 2\kappa_3 \left[\left(\frac{d\overline{u_1}}{dx_3} \right)^2 - \left(\frac{d\overline{u_2}}{dx_3} \right)^2 \right] - \alpha_B \frac{d}{dx_3} \kappa_3 \frac{d}{dx_3} (\overline{u_1'^2} - \overline{u_2'^2}) - 4\kappa_3 \left(\omega_2 \frac{d\overline{u_1}}{dx_3} + \omega_1 \frac{d\overline{u_2}}{dx_3} \right) = 0; \quad (12)$$

$$\frac{c_2 cb}{\kappa_3} \overline{u_3'^2} - \frac{2c(c_2 - 6c_1 - 3 - c_3)}{3\kappa_3} b^2 - 2\beta \overline{u_3' \Theta'} - \alpha_B \frac{d}{dx_3} \kappa_3 \frac{d\overline{u_3'^2}}{dx_3} + 4\kappa_3 \left(\omega_2 \frac{d\overline{u_1}}{dx_3} - \omega_1 \frac{d\overline{u_2}}{dx_3} \right) = 0. \quad (13)$$

Уравнение (11) — это уравнение баланса турбулентной энергии, которое в [2] подмногочается к системе уравнений для первых моментов полей скорости и температуры. Используя результаты работы [2], будем считать известными профили средней скорости $\frac{d\overline{u_1}}{dx_3}$, $\frac{d\overline{u_2}}{dx_3}$, энергии b и коэффициента турбулентности κ_3 , а также турбулентного потока тепла $\overline{u_3' \Theta'}$ и решать численно уравнения (12) и (13) для определения $\overline{u_1'^2}$, $\overline{u_2'^2}$ и $\overline{u_3'^2}$. Перейдем к безразмерным величинам следующим образом:

$$\left. \begin{aligned} x_{3n} &= \frac{2x_3 \omega_3}{x v_*}, \quad \overline{u_{1n}^2} = \frac{c^{1/2}}{v_*^2} \overline{u_1'^2}, \quad \overline{u_{2n}^2} = \frac{x}{v_*} \overline{u_2'^2}, \\ \kappa_{3n} &= \frac{2\kappa_3 \omega_3}{x^2 v_*^2}, \quad b_n = \frac{c^{1/2}}{v_*^2} b, \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

где v_* — динамическая скорость; x — постоянная Кармана.

Введем обозначения:

$$\left. \begin{aligned} (\overline{u_1'^2})_n - (\overline{u_2'^2})_n &= \sigma_n, \\ (\overline{u_3'^2})_n &= \omega_n, \\ \sigma_0 &= \frac{2}{c_2}, \quad \omega_0 = -\frac{2}{3} \frac{(3 - 6c_1 - c_2 + c_3)}{c_3}, \\ \xi &= \frac{\alpha_B x^2}{2c^{1/2}}, \quad P_n = -x^2 \beta \frac{\overline{u_3' \Theta'}}{2\omega_3 v_*^2}. \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

Тогда уравнения (12), (13) примут вид:

$$\sigma_n - \sigma_0 \frac{\kappa_{3n}^2}{b_n} \left[\left(\frac{d\bar{u}_{1n}}{dx_{3n}} \right)^2 - \left(\frac{d\bar{u}_{2n}}{dx_{3n}} \right)^2 \right] - \sigma_0 \zeta \frac{\kappa_{3n}}{b_n} \frac{d}{dx_{3n}} \left(\kappa_{3n} \frac{d\sigma_n}{dx_{3n}} \right) = 0; \quad (16)$$

$$\omega_n - \omega_0 b_n + \frac{\sigma_0 \kappa_{3n}}{b_n} P_n - \sigma_0 \zeta \frac{\kappa_{3n}}{b_n} \frac{d}{dx_{3n}} \left(\kappa_{3n} \frac{d\omega_n}{dx_{3n}} \right) = 0. \quad (17)$$

Оценки показали, что непосредственным влиянием силы Кориолиса на распределение энергии турбулентности по компонентам можно пренебречь, поэтому в эти уравнения не включены члены, содержащие ω_1 . Уравнения (16), (17) решались численно методом прогонки при следующих граничных условиях:

$$\left. \begin{aligned} \sigma_n |_{x_{3n}=0} &= \sigma_0, \quad \omega_n |_{x_{3n}=0} = \omega_0, \\ \lim_{x_{3n} \rightarrow \infty} \sigma_n &= \lim_{x_{3n} \rightarrow \infty} \omega_n = 0. \end{aligned} \right\} \quad (18)$$

Для числовых констант σ_0 и ω_0 , равных соответственно величинам $(\bar{u}_1^2)_n - (\bar{u}_2^2)_n$ и $(\bar{u}_3^2)_n$ при нейтральной стратификации, были приняты в соответствии с [6] следующие значения: $\sigma_0 = 0,07$; $\omega_0 = 0,39$; числовая константа $\zeta = 0,27$.

На рис. 1 представлена полученная зависимость величин $\sqrt{\bar{u}_i^2}/v_*$ от безразмерной высоты x_{3n} для трех значений параметра стратификации μ_0 . Этот рисунок показывает существенное влияние стратификации на значения компонент энергии и характер их изменения с высотой.

В приземном слое атмосферы в соответствии с теорией подобия значения компонент турбулентной энергии, отнесенные к динамической скорости, должны быть универсальными функциями параметра x_3/L (L — масштаб длины Монина-Обухова). На рис. 2 представлены результаты расчета зависимости величин $\sqrt{\bar{u}_i^2}/v_*$ от x_3/L для приземного слоя атмосферы.

Следует отметить, что при сильной устойчивости величины ω_n становятся отрицательными. Это обстоятельство, отмеченное ранее Эллисоном ограничивает область применимости данной модели.

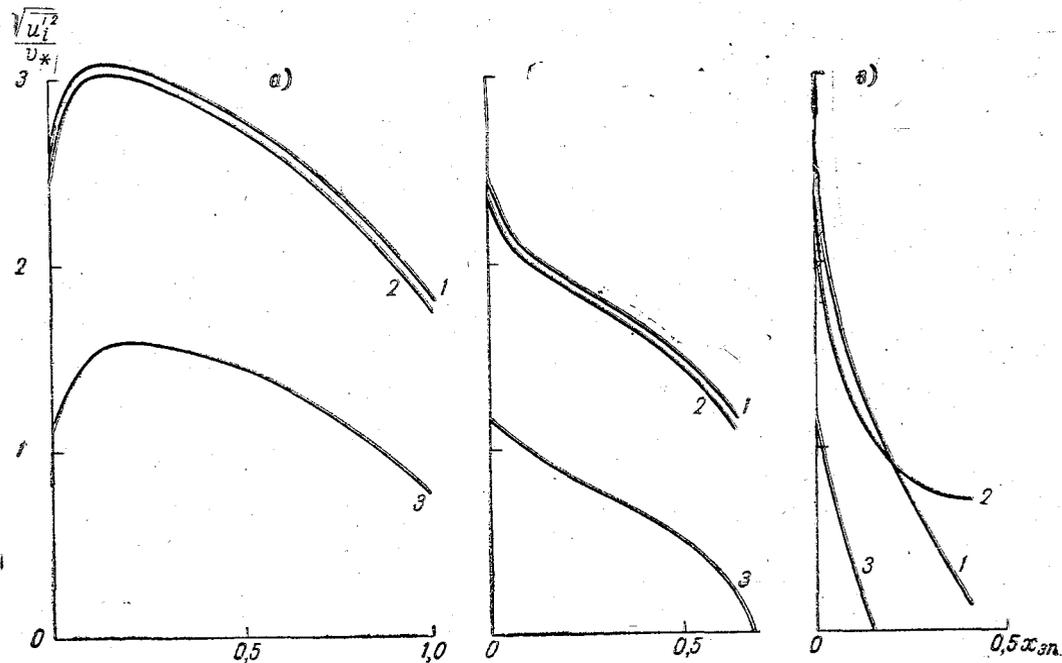


Рис. 1. Зависимость компонент энергии турбулентности $\sqrt{u_i^2}/v_*$ от безразмерной высоты x_{zn} в пограничном слое атмосферы при разных значениях параметра стратификации μ_0 :

1 - $\frac{\sqrt{u_1^2}}{v_*}$; 2 - $\frac{\sqrt{u_2^2}}{v_*}$; 3 - $\frac{\sqrt{u_3^2}}{v_*}$; а - $\mu_0 = -20$ - неустойчивая стратификация; б - $\mu_0 = 0$ - нейтральная стратификация; в - $\mu_0 = +15$ - устойчивая стратификация.

В заключение авторы выражают глубокую признательность Д. Л. Лайхтману за полезное обсуждение работы и И. М. Бобылевой за любезно предоставленные материалы, использованные в данной работе.

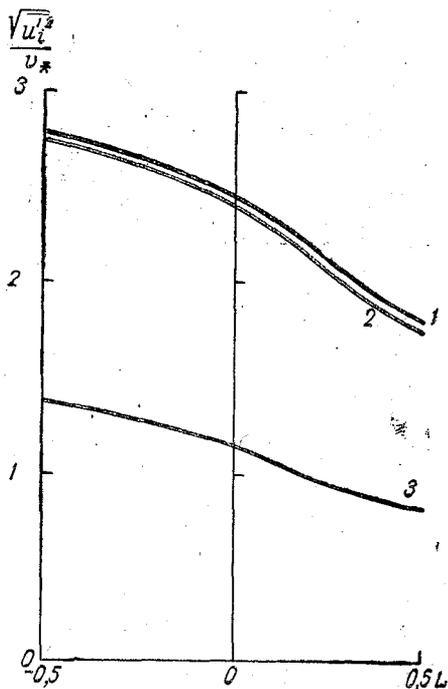


Рис. 2. Профили компонент энергии турбулентности в приземном слое атмосферы:

$$1 - \frac{\sqrt{u_1'^2}}{v_*}; \quad 2 - \frac{\sqrt{u_2'^2}}{v_*}; \quad 3 - \frac{\sqrt{u_3'^2}}{v_*}.$$

ЛИТЕРАТУРА

1. Бобылева И. М., Зилитинкевич С. С., Лайхтман Д. Л. Турбулентный режим в термически-стратифицированном планетарном пограничном слое атмосферы. Сб. «Атмосферная турбулентность и распространение радиоволн». М., «Наука», 1965.
2. Бобылева И. М. Расчет характеристик турбулентности в планетарном пограничном слое атмосферы. Труды ЛГМИ, вып. 40, 1970.
3. Лыжосов В. Н., Гутман Л. Н. Стационарная задача о турбулентности в планетарном пограничном слое Земли. Изв. АН СССР, Физика атмосферы и океана, т. VI, № 12, 1970.
4. Монин А. С. О свойствах симметрии турбулентности в приземном слое воздуха. Изв. АН СССР, Физика атмосферы и океана, т. I, № 1, 1965.
5. Монин А. С. О структуре пограничного слоя атмосферы. Изв. АН СССР, Физика атмосферы и океана, т. I, № 3, 1965.
6. Гисина Ф. А., Каплан С. Н. Пульсационные характеристики скорости ветра в приземном слое атмосферы при разных метеорологических условиях. Труды ЛГМИ, вып. 40, 1970.

С. Н. КАПЛАН, Н. М. ЛИФШИЦ, С. М. ПОНОМАРЕВА

О ПРОФИЛЕ ВЕТРА В ТЕРМИЧЕСКИ СТРАТИФИЦИРОВАННОМ ПРИЗЕМНОМ СЛОЕ АТМОСФЕРЫ

Структура поля ветра у земли, ее изменение с высотой и зависимость от внешних условий — одна из интересных проблем микрометеорологии. Над нею работали и работают исследователи многих стран и тем не менее до сих пор здесь нет полной ясности. Интерес к этой задаче понятен, потому что знание средних профилей ветра, температуры и влажности необходимо для понимания механизмов турбулентного тепло- и массообмена, статистической изменчивости метеоэлементов, диффузии примесей и т. д. Целью данной работы является обобщение и систематизация основных результатов о форме профиля ветра в приземном слое атмосферы.

Заметим сразу, что количество исследований по этому вопросу огромно и за последние годы увеличилось особенно резко. При этом существует большой разброс в данных и, кроме того, как будет видно из дальнейшего, при интерпретации одних и тех же измерений в зависимости от способа обработки получаются весьма существенные расхождения. Не претендуя на исчерпывающий обзор литературы, мы старались, тем не менее, хотя бы кратко остановиться на основных результатах, полученных за последние два десятилетия.

Постановка задачи такова. Ветер устойчивого направления дует над горизонтально-однородной поверхностью, так что непрерывно происходит обмен теплом и количеством движения с подстилающей поверхностью. Кроме того, предполагается постоянство по высоте турбулентных потоков тепла и количества движения. Требуется найти распределение скорости ветра и ее градиентов по вертикали. Для температурно-однородных условий справедлива теория логарифмического пограничного

слоя, и закон изменения скорости выражается универсальной формулой, впервые выведенной Карманом и Прандтлем,

$$\frac{d\bar{u}}{dz} = \frac{u_*}{\kappa z}$$

или

$$\bar{u}(z_2) - \bar{u}(z_1) = \frac{u_*}{\kappa} \ln \frac{z_2}{z_1}. \quad (1)$$

Обобщение этой формулы на случай температурно-стратифицированной среды дано в работах Мони́на и Обухова [1, 2], где были сформулированы гипотезы подобия и указаны основные параметры, характеризующие динамическое взаимодействие приземного слоя воздуха с подстилающей поверхностью: высота z , плотность ρ , параметр плавучести g/T_0 , динамическая скорость u_* и отношение $H/\rho c_p$, где H — турбулентный поток тепла. Из этих величин может быть составлен масштаб, имеющий размерность длины $L = -u_*^3 / \kappa \frac{g}{T_0} \frac{H}{\rho c_p}$.

Поведение осредненной характеристики \bar{q}_i (например, скорости ветра или температуры) будет однозначно описываться универсальной функцией безразмерной высоты $\zeta = \frac{z}{L}$, так что

$$\frac{\bar{q}_i}{q_0} = F_i(\zeta).$$

Здесь q_0 — масштаб исследуемой величины, составленный из вышеуказанных параметров ρ , $\frac{g}{T_0}$, u_* , $\frac{H}{\rho c_p}$. Соответственно искомые вертикальные градиенты в зависимости от безразмерного аргумента ζ представляются в форме:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial \bar{u}}{\partial z} &= \frac{u_*}{\kappa z} f_1(\zeta), \\ \frac{\partial \bar{T}}{\partial z} &= \frac{T_*}{L} f_2(\zeta), \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

где $T_* = -\frac{H}{\rho c_p \kappa u_*}$.

Профиль скорости ветра получается интегрированием первого уравнения системы (2)

$$\bar{u}(z) = \frac{u_*}{\kappa} \left[f_1\left(\frac{z}{L}\right) - f_1\left(\frac{z_0}{L}\right) \right].$$

Автор, год	Краткая характеристика опытов, местности	Высота, м
Колдер, 1943, [6]	Опыты в пустыне при сильных ветрах	0,5—5,0 0,2—2,0
Огура, 1952, [7]		
Монин, Обухов, 1953—1954, [1, 2]	Данные четырех экспедиций в разные районы СССР	4,0
Бюсингер, 1955, [8]		0,15—2,0
Флигль и др., 1958 [9]	Опыты над морем	1—4
Эллисон, Тарнер, 1960, [11]	Лабораторные опыты с соленой водой	
Уэбб, 1960, [12]		
Пановский, Блэкадар, Мак-Вейл, 1960, [13]	О'Нейл, Кардингтон, Портоп, Брукхейвен	0,5—46
Тейлор, 1960, [4]		2 0,5—32 4
Такеучи, 1961, [5]	О'Нейл, 1953—1954	<16
Дикон, 1962, [14]	Опыты над морем Опыты над травой	3—13
Мак-Вейл, 1964, [19]	О'Нейл Антарктида	
Гурвич, 1965, [20]	Цимлянское	0,5—12
Пановский и др., 1967, [18]	Равнд-Хилл	15—91
Хегстрем, 1967, [21]	Угерун, О'Нейл	
Хозбер, 1968, [22]	Опыты над морем	0,25—15,6
Зилитинкевич, Чаликов, 1968, [17]	Цимлянское	0,5—12,0
Эриа, Плейт, 1969, [24]	Опыты в аэродинамической трубе	
Тоба, Кэвей, 1970, [28]	Опыты в приводном слое с плавающего буйа	<2
Уэбб, 1970, [25]		<91

Таблица 1

Стратификация	Число опытов	β	Примечание
$\zeta > 0$	9	$3,4 \pm 0,6$	
	9	$3,0 \pm 0,4$	
$\zeta > 0$		3,0	
$-3 < \zeta < 6$	~ 100	$0,6 \pm 0,06$	
	51	2,0	Обработка данных Райдера, 1954 г.
$\zeta \approx 0$	28	3,6	
$\zeta > 0$	—	7—10	
$0 < \zeta' < 0,3$	—	4,5	
$\zeta \approx 0$	~ 50	4,5	
$-0,03 < \zeta < 0$	18	$6,1 \pm 1,5$	По данным Свинбенка, 1955 г.
	6	$11,7 \pm 1,5$	По данным Райдера, 1954 г.
$ \zeta < 0,01$		$6,0 \pm 0,9$	По данным Моница-Обухова, 1953—1954 гг.
$\zeta > 0$	18	$5,8 \pm 1,3$	По данным Свинбенка, 1955 г.
	5	$2,4 \pm 0,3$	По данным Райдера, 1954 г.
$L=10$	55	5	
$L=100$		10	
$L=-10$	37	1	
$L=-100$		5	
$\zeta \approx 0$	65	3,0	Для $\bar{u}=4-10$ м/сек
	33	4,0	Для $\bar{u}=12-15$ м/сек
$0 < \zeta' < 0,3$	154	7—10	$\zeta' = Z/L'$; $L' = LR_T$; $R_T = \frac{\kappa_M}{\kappa_T}$
	127		
$0 < \zeta < 0,7$	11	10	
$\zeta \geq 0$	29	10	$\alpha_T = 0,7$
$\zeta > 0$	45	9,5	
$\zeta > 0$	70	6—9	
$\zeta > 0$	40	10	
$\zeta > 0$	17	10	β_T найдено из профилей температуры $f_T = 1 + \beta_T \zeta$
$\zeta > 0$	—	2—30	
$\zeta < 0$	—	1—100	
$\zeta > 0$	47	4,5	Данные Гопкинса в О'Нейле, 1953 г.
$-0,03 < \zeta < 0$	42	5,2	Дайера, Свинбенка в Хее и Керанге, 1968 г.

При точном подобии профилей скорости и температуры $f_1 = f_2$. Естественно искать зависимость сдвига ветра от ζ в виде простого степенного ряда

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial z} = \frac{u_*}{\alpha z} \left(1 + \beta \zeta + \beta_1 \zeta^2 + \dots \right). \quad (3)$$

Опытным путем удается с удовлетворительной точностью найти только первый коэффициент β , отбросив все нелинейные члены, что правомерно лишь при малых отклонениях ζ от нуля. Из этой простейшей аппроксимации $f_1(\zeta) \cong \text{const} + \ln \zeta + \beta \zeta$. Иначе известный «логарифмический + линейный» профиль скорости можно записать в следующем виде:

$$\bar{u}(z) = \frac{u_*}{\alpha} \left(\ln \frac{z}{z_0} + \beta \frac{z - z_0}{L} \right). \quad (4)$$

Величина β , которая, как будет показано ниже, зависит также от ζ , является важным параметром, определяющим форму профиля ветра в стратифицированном потоке. Основные сведения об этой «константе» систематизированы нами в табл. 1 и на рис. 1. Здесь мы попытались, пусть приблизительно (из-за отсутствия в некоторых работах информации о числе опытов и разной точности последних), но наглядно показать обеспеченность приводимых в литературе значений β .

Как видно, найденные на протяжении многих лет разными способами β , существенно (более чем на порядок) отличаются друг от друга. Величины, определяемые обычно по измеренным профилям скорости, зависят не только от точности вычисления градиентов и турбулентных потоков H и u_* . Принципиально важным является выбор интервала переменной ζ .

Первая опытная проверка выводов теории подобия и определение β по обширным материалам четырех экспедиций в разных районах СССР выполнены Мониным и Обуховым [1, 2]. Среднее значение β , с относительной ошибкой 10%, составило 0,6. Комментируя этот результат, ряд авторов [3, 4] считают эту оценку заниженной, а точность ее вычисления — завышенной. Действительно, не имея прямых измерений турбулентных потоков, авторы [1, 2] находили их косвенным путем, используя в качестве характеристики устойчивости величину

$$B_1 = \frac{g}{T_0} \cdot \frac{T_2 - T_{0,5}}{u_1^2},$$

где индексы при T и u обозначают высоту в метрах, на которой измеряются эти величины, и некоторую промежуточную функцию $\Phi\left(\frac{\beta}{L}\right)$, такую, что

$$B_1 = \frac{1}{\beta} \Phi\left(\frac{\beta}{L}\right),$$

Коэффициент β был рассчитан по корреляции этих двух отнюдь не независимых величин Φ и V_1 . Вызывает сомнения также предположение о подобии профилей ветра и температуры. Позднее Тейлор [4], анализируя данные Суинбенка и Рейдера, несколько иначе обработал экспериментальные данные из

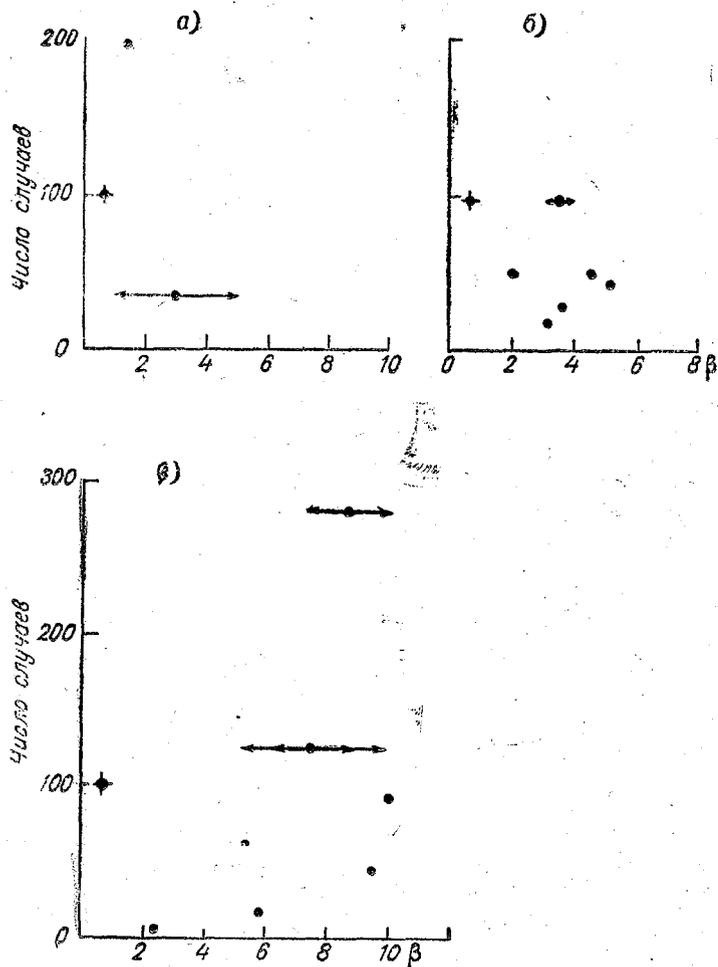


Рис. 1. Обеспеченность значений параметра β , полученных различными авторами:

а—свободная конвекция ($-1,0 < \frac{z}{L} < 0$), $\bar{\beta} = 1,5 \pm 3,0$; $\bar{\beta} = 1,5$; б—слабая неустойчивость ($-0,03 < -\frac{z}{L} < 0$), $\bar{\beta} = 2,0 \pm 5,0$; $\bar{\beta} = 3,5$; в—устойчивость ($\frac{z}{L} > 0$), $\bar{\beta} = 4,0 \pm 10,0$; $\bar{\beta} = 8,5$; +—данные Монина-Обухова при $-3,0 < \frac{z}{L} < 6,0$.

[1, 2]. Тейлор получил β гораздо большие по численному значению и существенно зависящие от выбора диапазона ζ (подробнее см. табл. 1). Постоянство β Тейлор обнаружил только на очень узком отрезке ζ около нуля, где β в среднем составляет 6,2. Из данных Райдера и Суинбенка в этом же интервале ζ также получено β порядка 6.

Во многом аналогичную обработку профилей скоростей ветра и температуры, измеренных в степных условиях вблизи О'Нейла, выполнил Такеучи [5]. Из его данных следует, что «логарифмический + линейный» закон выполняется до высот порядка 16 м, но при весьма малых ζ . Значения β колеблются в широком диапазоне от 0,2 до 20 и сильно зависят от стратификации.

Еще раньше, в пятидесятые годы, опубликовано несколько работ [6—14], в которых β определялось по различным экспериментальным данным в условиях, близких к безразличному равновесию или при устойчивости. Во всех случаях β больше 1, ближе к 3—5.

В последние годы появились данные пульсационных измерений турбулентных потоков тепла и количества движения, которые позволили более надежно исследовать изменение ветра с высотой в соответствии с теорией подобия. Тем не менее, далеко не все экспериментальные трудности уже преодолены. С точки зрения их понимания интересна работа Суинбенка [15], в которой дается анализ возможных случайных и систематических ошибок при определении универсального профиля ветра. Особенно велики погрешности измерений турбулентных потоков и градиентов для малых ζ , где единственно правомерна аппроксимация (4). Весьма жесткие требования предъявляются к выбранной площадке, которая должна быть расположена в термически и динамически однородной местности и не может быть глаже окружающих участков, так как сдвиги ветра тогда окажутся меньше истинных для данного фиксированного значения u_* . Ошибка в определении нулевого уровня z_0 на 1 см дает ошибку $\Delta\beta = 0,5$ (при $L = 100$). Из-за неточности в расчете постоянной Кармана только на 1% сразу следует $\Delta\beta = 1,0$.

Вместо формулы

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial z} = \frac{u_*}{\kappa z} (1 + \beta z)$$

Суинбенек рекомендовал для сдвига ветра выражение

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial z} = \frac{u_*}{\kappa L} (1 - \exp \zeta),$$

лучше согласующееся, по его мнению, с данными измерений в Австралии.

Новая интерполяционная формула для профиля ветра при неустойчивых условиях была выведена в работе [16], авторы ко-

торой считают, что при небольших $|\zeta|$ более предпочтителен «логарифмический + степенной» закон вида

$$f_1(z) = \ln \zeta + \beta |\zeta|^\alpha. \quad (5)$$

Предложенная модель профиля ветра и значения констант еще нуждаются в опытной проверке.

Тем не менее, большинство опубликованных результатов подтверждает достоверность интерполяционных формул, следующих из теории подобия

$$f_1 = \begin{cases} \ln \zeta + \beta \zeta, & \zeta > 0, \\ \ln |\zeta|, & -\zeta_u \leq \zeta \leq 0, \\ c_1 + c_2 \zeta^{-1/3}, & \zeta < -\zeta_u. \end{cases}$$

Значения констант, найденные в работе [17], имеют следующий порядок: $\beta \cong 10$; $c_1 = 0,24$; $c_2 = 1,25$; $-\zeta_u = 0,05 \div 0,15$.

Весьма обширную и высококачественную информацию по турбулентным потокам и градиентным наблюдениям удалось собрать за последние годы на микрометеорологической станции в Раунд-Хилле [18]. Оказалось, что в неустойчивых условиях профиль скорости ветра лучше всего описывается формулой

$$f_1 = \frac{xz}{u_*} \cdot \frac{\partial \bar{u}}{\partial z} = (1 - 18Ri)^{-1/4}.$$

Эта формула, как показано в [3, 18], хорошо согласуется с наблюдениями в Англии (Портон, Кардингтон), Австралии (Керанг), США (О'Нейл) и Антарктиде. Соответствующее значение β порядка 5, но интервал применимости «логарифмического + линейного» закона очень мал.

Согласно данным разных авторов (Бюсингера, Дайера, Пановского), обобщенным Поульсоном [25], наиболее достоверное значение β при неустойчивых условиях около 4.

При инверсиях в приземном слое, как следует из [18], безразмерный сдвиг ветра $\Phi = 1 + 7\zeta Rg_T$. Поскольку для таких условий турбулентное число Прандтля Rg_T согласно измерениям около 0,7, то $\beta \cong 10$. В работе [18] отмечено, что с ростом положительных ζ профиль ветра оказывается менее устойчивым и гораздо хуже согласуется с выводами теории подобия. В частности, бесспорно, что в этих условиях важным параметром становится радиация.

Иза-за больших трудностей определения β в полевых условиях особый вес имеют данные лабораторных экспериментов [24]. Хотя толщина слоя постоянства напряжения трения была очень малой, оказалось, что измеренные характеристики мало чувствительны к вариациям турбулентного потока. Среднее для 17 опытов β равно 10 для $0,001 < \zeta < 0,10$.

В достаточно широком диапазоне изменения ζ «логарифмический + линейный» закон оказался слишком грубой аппроксимацией профиля скорости, который для малых ζ гораздо лучше описывается формулой

$$\Phi = A(\zeta)^p, \quad (6)$$

где $p=0,3$; $A=4,2$.

Из экспериментальных данных, полученных в последние годы [19—25], следует, что при не очень сильной устойчивости $\beta \cong 7—10$. Некоторые сомнения вызывают измерения в приводном слое над морем [23], где получен очень большой разброс β (от 2 до 30), причем оказалось, что $\beta = 0,3|L|$. При неустойчивой стратификации разброс β еще больше (от 1 до 100). По-видимому, он вызван не совсем надежной оценкой параметров H и u_* по данным градиентным наблюдений.

Анализ 45 профилей скорости ветра, температуры и влажности, исследованных Хёгстремом [21], показал, что «логарифмический + линейный» закон подтверждается при всех условиях, кроме сильной устойчивости ($L = +24$). Соответственно $\beta = 9,5 \pm \pm 0,5$. При больших положительных ζ опыты хуже согласуются с условиями универсального подобия, определяемого одной безразмерной высотой ζ . Наступает резкое изменение всего турбулентного режима, когда главным параметром становится величина $S = \frac{g}{T_0} \cdot \frac{\partial \theta}{\partial z}$. Турбулентный поток тепла уже не зависит от градиента потенциальной температуры и определяется только скоростью ветра \bar{u} . Коэффициенты обмена κ_T и κ_M и их отношение $Pr_T = \frac{\kappa_M}{\kappa_T}$ также пропорциональны \bar{u} и обратно пропорциональны S .

Вопрос о подобии профилей \bar{u} и \bar{T} тесно связан с вопросом о подобии соответствующих профилей u' и T' , поскольку распределение средних неразрывно связано с распределением пульсаций. При анализе флуктуационных наблюдений скорости и температуры, обработанных в соответствии с теорией подобия, возникает ряд сложностей. Не всегда удается применить теорию подобия для получения универсальных профилей компонент энергии турбулентности, корреляционных и спектральных функций и масштабов. Как показано в [26—28], для дисперсий пульсаций скорости и температуры нужен другой, отличный от L , масштаб, учитывающий высотную зависимость этих величин, что противоречит теории подобия. Возможно, этот масштаб будет включать другие параметры, не учтенные в теории подобия Монина-Обухова.

На основании рассмотренных выше данных можно констатировать следующее. Суммируя все имеющиеся оценки и придавая

наибольший вес данным последних лет, можно заключить, что для устойчивых условий ($0 < \bar{\zeta} \leq 0,10$) наиболее надежное значение β составляет около 10. Для небольших отрицательных ζ известно только, что β меняется преимущественно в диапазоне от 2 до 5. Этот разброс не удивителен, если учесть трудности определения β . Для иллюстрации приводим рис. 2, из которого видно,

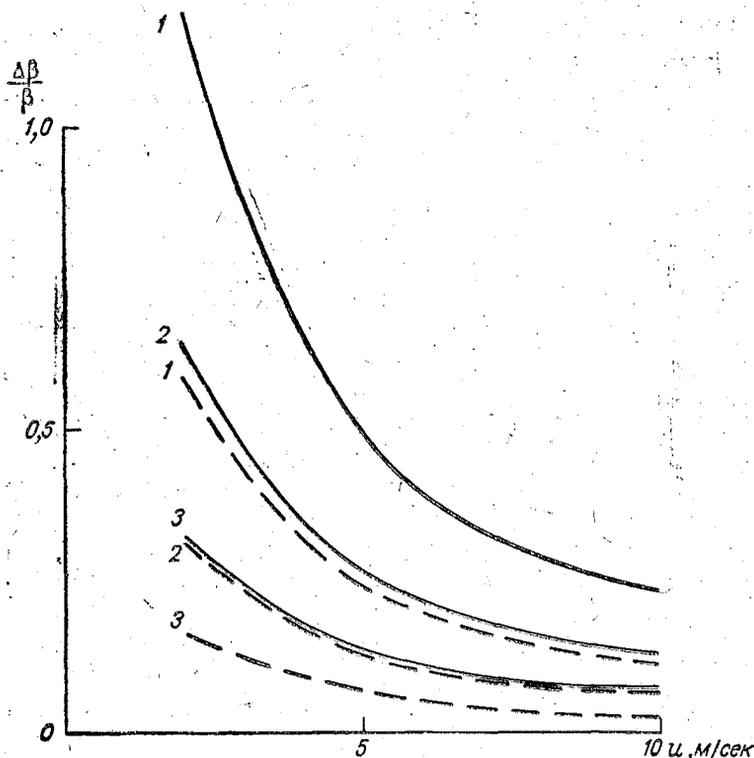


Рис. 2. Погрешности расчета параметра β при разных условиях стратификации:

1— $L=100$; 2— $L=50$; 3— $L=20$; ———— $\Delta u=0,2$ м/сек; - - - - $\Delta u=0,1$ м/сек.

что погрешности при расчете β только за счет неточного определения градиентов быстро растут с уменьшением ζ и скорости ветра. Для $u=2-4$ м/сек и $L=\pm 100$ относительная ошибка $\frac{\Delta\beta}{\beta}$ на высоте 5 м порядка 50—100%. Это понятно, поскольку с приближением к безразличному равновесию, где только и справедлив «логарифмический+линейный» закон распределения скорости, резко возрастает также ошибка в определении турбулент-

ных потоков. Отсюда ясно, почему основной параметр этого закона — величина β — определяется со сравнительно малой надежностью.

ЛИТЕРАТУРА

1. Монин А. С., Обухов А. Н. Основные закономерности турбулентного перемешивания в приземном слое атмосферы. Труды Геофизического института АН СССР, № 24 (151), 1954.
2. Монин А. С., Обухов А. Н. Безразмерные характеристики турбулентности в приземном слое атмосферы. Доклады АН СССР, 93, № 2, 1953.
3. Пристли С. Х. Б. Турбулентный перенос в приземном слое атмосферы. Л., Гидрометеоздат, 1969.
4. Taylor R. J. Similarity theory in the relation between fluxes and gradients in the lower atmosphere. Quart. J. Roy. Meteor. Soc., 86, № 367, 1961.
5. Takeuchi K. On the structure of the turbulent field in the surface boundary layer. J. Meteor. Soc. Japan, 39, № 6, 1961.
6. Calder K. L. Some measurements of the vertical gradient of wind speed and air temperature over a flat desert surface. Chem. Defence Research Establ., India, Rept., 1943.
7. Ogura J. Note on The wind velocity profile in the non-adiabatic atmosphere. J. Met. Soc. Japan, ser. 11, 30, № 10, 1952.
8. Businger J. A. On the structure of the atmosphere surface layer. J. Meteorol., 12, № 6, 1955.
9. Fleagle R. G., Deardorff J. W., Badgley F. J. Vertical distribution of wind speed, temperature and humidity above a water surface. J. Marine Research, 17, 1958.
10. Jamamoto G. Theory of turbulent transfer in non-neutral conditions. J. Met. Soc. Japan, 37, № 2, 1959.
11. Ellison T. H., Turner J. S. Mixing of dense fluid in a turbulent, pipe flow. Fluid Mech., 8, № 4, 1960.
12. Webb E. U. An investigation of the evaporation from lake Eucumbene. C.S.J.R.O., Div. Meteor. Phys. Techn. Paper, № 10, Melbourne, 1960.
13. Panofsky H. A., Blackadar A. K., McVehil G. I. The diabatic wind profile. Quart. J. Roy. Meteor. Soc., 86, № 369, 1960.
14. Deacon E. L. Aerodynamic roughness of the sea. J. Geophys. Res., 67, № 8, 1962.
15. Swinbank W. C. The exponential wind profile. Quart. J. Roy. Meteor. Soc., 90, № 384, 1964.
16. Панчев С., Боев П. Интерполяционная формула для профиля ветра при неустойчивой стратификации. Гидрология и метеорология, год. XIX, кн. 2, 5—12, 1970.
17. Зилитинкевич С. С., Чаликов Д. В. Определение универсальных профилей скорости ветра и температуры в приземном слое атмосферы. Изв. АН СССР, Физика атмосферы и океана, т. IV, № 3, 1968.
18. Panofsky H. A. et al. Properties of wind and temperature at Round Hill; South Dartmouth, Mass., Final Rep., Pensylvania State Univ., 1967.
19. McVehil G. E. Wind and temperature profile near the ground in stable stratification. Quart. J. Roy. Meteor. Soc., 90, № 384, 1964.
20. Гурвич А. С. Вертикальные профили температуры в приземном слое атмосферы. Изв. АН СССР, Физика атмосферы и океана, т. I, № 1, 1965.
21. Hogstrom U. Turbulent water vapor transfer at a different stably conditions. The Phys. of Fluids, 10, suppl., p. 11, 1967.
22. Hoeber H. Einige Ergebnisse von Windprofilmessungen uber see bei stabiler Schichtung. Tellus, vol. 20, № 3, 1968.

23. Toba Y., Kawai S. A method of simultaneous analysis of wind and temperature profile data over the water surface by use of the method of least square. J. of the Oceanographical society of Japan, vol. 26, № 2, 1970.
 24. Arya S. P. S., Plate E. J. Modeling of the stability stratified atmospheric boundary layer. J. Atm. Sci., vol. 26, № 4, 1969.
 25. Webb E. K. Profile relationships the log+linear range and extension to strong stability. Quart. J. Roy. Meteor. Soc., vol. 96, № 407, 1970.
 26. Ламли Д. Л., Пановский Г. А. Структура атмосферной турбулентности. М., Изд-во «Мир», 1966.
 27. Chuang H., Rengar V. Turbulent Prandtl number in thermally stratified shear flows of air. Int. J. Heat and Mass Transfer, 12, № 12, 1969.
 28. Cramer H. E. Turbulent transfer processes for quasi-homogeneous flows within the atmospheric surface layer. Phys. of Fluids, suppl., 1967, vol. 10, p. 11, 1967.
 29. Paulson C. A. The mathematical representation of wind speed and temperature profiles in the unstable atmospheric surface layer. Journal of Applied Meteorology v. 9, № 6, 1970.
-

РАСЧЕТ ТЕРМИЧЕСКОГО РЕЖИМА ПОВЕРХНОСТИ СУШИ

В настоящее время краткосрочный прогноз разработан для свободной атмосферы. Между тем основной практической интерес представляет определение метеорологических характеристик вблизи земной поверхности. В этой связи возникает необходимость в методике расчета метеозлементов как вблизи, так и непосредственно на подстилающей поверхности.

Некоторым аспектам этой проблемы посвящена данная работа. В частности, решается вопрос о термическом режиме поверхности суши. Речь идет об определении среднесуточной величины.

Имея в виду, что рассматриваемая величина есть результат взаимодействия целого комплекса атмосферных процессов с подстилающей поверхностью, выпишем соответствующую систему уравнений. При этом будем полагать, что все протекает в условиях стационарности и горизонтальной однородности при отсутствии фазовых переходов. На уровне z , близком к верхней границе пограничного слоя, известны прогностические величины: составляющие геострофического ветра G_x, G_y , температура T_z и удельная влажность q_z . Тогда, по аналогии с [1] и при сохранении тех же обозначений, будем иметь уравнения:

$$\frac{d}{dz} \kappa \frac{du}{dz} + \lambda(v - G_y) = 0; \quad (1)$$

$$\frac{d}{dz} \kappa \frac{dv}{dz} - \lambda(u - G_x) = 0; \quad (2)$$

$$\kappa \left[\left(\frac{du}{dz} \right)^2 + \left(\frac{dv}{dz} \right)^2 - \alpha_T \frac{g}{\Theta} \frac{d\Theta}{dz} \right] - c \frac{b^2}{\kappa} + \alpha_b \frac{d}{dz} \kappa \frac{db}{dz} = 0; \quad (3)$$

$$\kappa = l\sqrt{b}; \quad (4)$$

$$l = -2\kappa c^{1/4} \frac{\psi}{\frac{d\psi}{dz}}; \quad (5)$$

$$\psi = \left(\frac{du}{dz}\right)^2 + \left(\frac{dv}{dz}\right)^2 - \frac{\alpha_T g}{\Theta} \frac{d\Theta}{dz}; \quad (6)$$

$$- \rho c_p \kappa \left(\frac{dT}{dz} + \gamma_a\right) = f(z); \quad (7)$$

$$- \rho \kappa \frac{dq}{dz} = f_1(z). \quad (8)$$

Функции $f(z)$ и $f_1(z)$ аппроксимируем на основании известной асимптотики:

Граничные условия:

$$\left. \begin{aligned} u|_{z=H} &= G_x, \\ v|_{z=H} &= G_y, \\ \Theta|_{z=H} &= \Theta_H, \\ q|_{z=H} &= q_H, \\ b|_{z=H} &= 0; \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

$$\left. \begin{aligned} u|_{z=z_0} &= v|_{z=z_0} = 0, \\ b|_{z=z_0} &= c^{-1/2} v_*; \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

$$q|_{z=0} = q_0(T_0); \quad (11)$$

$$P_0 + LE_0 = \varepsilon R. \quad (12)$$

Здесь уравнения (7) и (8) есть результат однократного интегрирования уравнений тепла и влаги соответственно. Соотношение (11) отражает связь между удельной влажностью на поверхности почвы и ее температурой T_0 . Она задается известной формулой Магнуса. В уравнении теплового баланса (12) поток тепла в почву учитывается множителем ε , который на основании предварительных оценок можно положить равным 0,8.

С целью выявления качественной картины рассматриваемых процессов их первичный анализ целесообразно провести на упрощенной интегральной модели при $\kappa = \text{const}$. При этом, аналогично [1], потоки тепла и влаги зададим в виде:

$$P(z) = P_0 \left(1 - \frac{z}{H}\right);$$

$$E(z) = E_0 \left(1 - \frac{z}{H}\right).$$

Тогда уравнения (7) и (8) перепишутся как:

$$\kappa \rho c_p \left(\frac{dT}{dz} + \gamma_a \right) = -P_0 \left(1 - \frac{z}{H} \right); \quad (7')$$

$$\kappa \rho \frac{dq}{dz} = -E_0 \left(1 - \frac{z}{H} \right). \quad (8')$$

Согласно [1], для среднего по всему пограничному слою значения κ будем иметь выражение.

$$\kappa = \frac{mG^2}{\omega_z} \left(1 + A \frac{P_0}{G^2} \right), \quad (13)$$

где $m = 10^{-5}$ — экспериментальная константа;

$$A = \frac{\pi g}{2\omega_z T \rho c_p}.$$

Для определения толщины пограничного слоя H используем выражение, получаемое на основе простейшей модели Аккерблома — Экмана,

$$H = \pi \sqrt{\frac{\kappa}{\omega_z}}. \quad (14)$$

Интегрируя (7') и (8') по z от 0 до 1000 м, мы получим:

$$H \leq 1000 \quad \left\{ \begin{array}{l} T_0 - T_{1000} = \frac{P_0 \cdot H}{2\rho c_p \kappa} + 1000 \gamma_a, \\ q_0 - q_{1000} = \frac{E_0 \cdot H}{2\rho \kappa}; \end{array} \right. \quad (15)$$

$$H \geq 1000 \quad \left\{ \begin{array}{l} T_0 - T_{1000} = \left[\frac{P_0}{\rho c_p \kappa} \left(\frac{H-500}{H} \right) + \gamma_a \right] \cdot 10^3, \\ q_0 - q_{1000} = \left(\frac{E_0}{\kappa \rho} \cdot \frac{H-500}{H} \right) \cdot 10^3. \end{array} \right. \quad (16)$$

В формулах (15, 16) учтено, что при $H < 1000$ м температура на уровне 1000 м может быть найдена как $T_{1000} = T_H - \gamma_a (1000 - H)$ и, кроме того, в соответствии с (8') $q_H = q_{1000}$. Так что формально интегрирование велось до H , а затем производился соответствующий пересчет.

Связь между наземными величинами q_0 и T_0 может быть получена на основе формулы Магнуса, которую мы аппроксимируем с помощью линейного закона

$$q_0 = a_1 + a_2 T_0. \quad (17)$$

(Относительная влажность $r = 1$).

При этом соответствующая кривая $q_0 = f(T_0)$ (рис. 1) разбивалась на ряд участков, для каждого из которых вычислялись свои a_1 и a_2 . Их значения приведены в табл. 1.

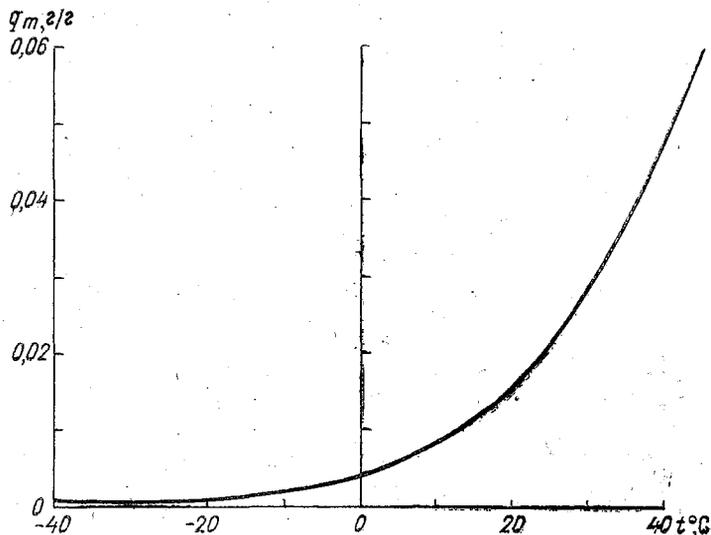


Рис. 1. Кривая Магнуса.

Таблица 1

Диапазон температур $\Delta T, ^\circ\text{C}$	$10 \cdot a_1, \frac{z}{z}$	$10^3 a_2, \frac{z}{z \cdot ^\circ\text{C}}$
+40 ÷ +30	-5,15	2
+30 ÷ +20	-1,77	1,15
+20 ÷ 0	-1,34	0,5
0 ÷ -20	-0,32	0,13

Решая совместно системы (12), (14), (15), (17) и аналогично (12), (14), (16), (17), соответственно получаем:

$$T_0 - T_{1000} = \frac{1}{1 + \frac{a_2 L}{c_p}} \left[\frac{\varepsilon R \pi}{2 \rho c_p \kappa^{1/2} \omega_z^{1/2}} + \frac{(q_{1000} - a_1 - a_2 T_{1000}) L}{c_p} + \gamma_a \cdot 1000 \right]; \quad (18)$$

$$H \leq 1000$$

$$T_0 - T_{1000} = \frac{1}{1 + \frac{a_2 L}{c_p}} \left[\left(\frac{\varepsilon R}{\rho c_p \kappa} \cdot \frac{\pi \kappa^{1/2} - 500 \omega_z^{1/2}}{\pi \kappa^{1/2}} + \gamma_a \right) \cdot 10^8 + \frac{(q_{1000} - a_1 - a_2 T_{1000}) L}{c_p} \right] \quad (19)$$

$$H \geq 1000.$$

Физическая картина приобретает особую наглядность, если в (13) пренебречь слагаемым $A \frac{P_0}{G^2}$. Тогда искомую связь между параметрами можно представить в обозримом виде, получив из (18) и (19) соответственно:

$$T_0 - T_{1000} = \frac{1}{1 + \frac{a_2 L}{c_p}} \left[\frac{\varepsilon R \pi}{2 \rho c_p m^{1/2} G} + \frac{(q_{1000} - a_1 - a_2 T_{1000}) L}{c_p} + \gamma_a \cdot 1000 \right]; \quad (20)$$

$$H \leq 1000$$

$$T_0 - T_{1000} = \frac{1}{1 + \frac{a_2 L}{c_p}} \left[\left(\frac{\varepsilon R \omega_z}{\rho c_p m^{3/2} G^3} \cdot \frac{\pi m^{1/2} G - 500 \omega_z}{\pi} + \gamma_a \right) \cdot 10^3 + \frac{(q_{1000} - a_1 - a_2 T_{1000}) L}{c_p} \right] \quad (21)$$

$$H \geq 1000$$

Из (20) и (21) видно, что наземная температура линейно зависит от R и убывает с ростом геострофического ветра.

Перейдем теперь к анализу более адекватной — дифференциальной модели, представленной уравнениями (1) — (8) с граничными условиями (9) — (12). Принципиальные затруднения при этом создаются тем, что величина $P(z)$ нам неизвестна и должна была бы быть найдена путем совместного решения всей системы уравнений гидротермодинамики атмосферы. Однако возникающие на этом пути трудности столь велики, что их преодоление вряд ли оправдано требуемой точностью решения по-

ставленной задачи. Поэтому мы аппроксимируем $P(z)$ зависимостью вида [3, 4]

$$P(z) = -\kappa\rho c_p \left[-\frac{P_0}{\kappa\rho c_p v_*(z+z_0)} + (\gamma_a - \gamma_p) \right], \quad (22)$$

где γ_p — равновесный градиент температуры на верхней границе погранслоя, равный 0,6 град/100м.

Легко видеть, что (22) удовлетворяет истинным граничным условиям как на земной поверхности, так и на верхней границе пограничного слоя.

Сопоставление с экспериментальными данными (рис. 2) показывает, что данная модель вполне удовлетворительно согласуется с истинным положением вещей.

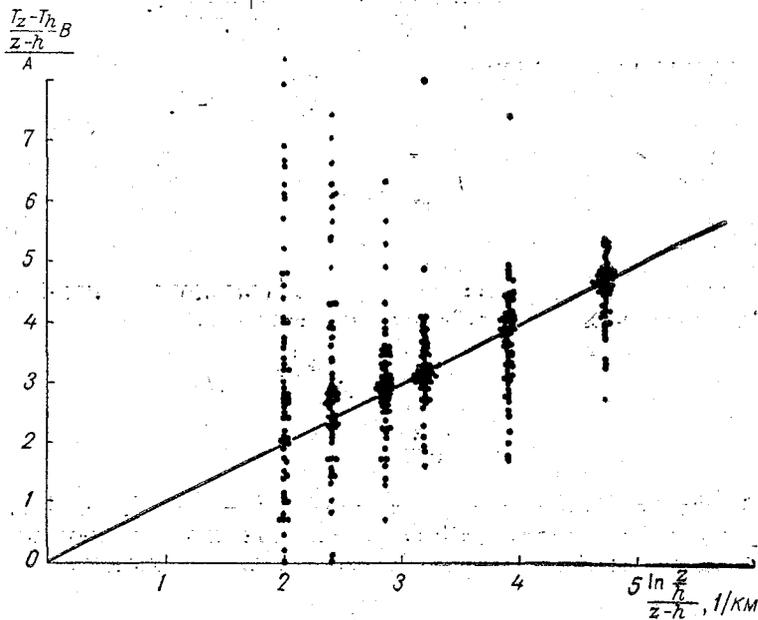


Рис. 2. Сопоставление расчёта с экспериментом.

Аналогично

$$E(z) = -\kappa\rho \left[-\frac{E_0}{\kappa\rho v_*(z+z_0)} + \gamma_q \right]. \quad (22')$$

В дальнейшем, перейдя, аналогично тому, как это сделано в [2, 3], к новым функциям $\kappa \frac{du}{dz} = \eta(z)$ и $\kappa \frac{dv}{dz} = \sigma(z)$ и вос-

пользовавшись введенными там же характерными масштабами, мы получим следующие безразмерные уравнения:

$$\frac{d^2 \eta_n}{dz_n^2} + \frac{\sigma_n}{\kappa_n} = 0; \quad (23)$$

$$\frac{d^2 \sigma_n}{dz_n^2} - \frac{\eta_n}{\kappa_n} = 0; \quad (24)$$

$$\frac{\eta_n^2 + \sigma_n^2}{\kappa_n} - \mu_0 \cdot \frac{\kappa_n}{z_n + z_{0n}} - \delta_\theta \kappa_n - \frac{b_n^2}{\kappa_n} + \beta \frac{d}{dz_n} \kappa_n \frac{db_n}{dz_n} = 0; \quad (25)$$

$$\kappa_n = \frac{-2\sqrt{b_n} \left[\frac{\eta_n^2 + \sigma_n^2}{\kappa_n^2} - \frac{\mu_0}{z_n + z_{0n}} - \delta_\theta \right]}{\frac{d}{dz_n} \left[\frac{\eta_n^2 + \sigma_n^2}{\kappa_n^2} - \frac{\mu_0}{z_n + z_{0n}} - \delta_\theta \right]} \quad (26)$$

с граничными условиями:

$$\eta_n |_{z_n \rightarrow \infty} = \sigma_n |_{z_n \rightarrow \infty} = b_n |_{z_n \rightarrow \infty} \rightarrow 0; \quad (27)$$

$$\eta_n |_{z_n = z_{n0}} = 1; \quad (28)$$

$$\sigma_n |_{z_n = z_{n0}} = 0; \quad (29)$$

$$b_n |_{z_n = z_{n0}} = 1. \quad (30)$$

Здесь ось x направлена по касательному напряжению; индекс n относится к безразмерным величинам;

$$\left. \begin{aligned} \mu_0 &= - \frac{\alpha_T x^2 g P_0}{\lambda \rho \Theta_0 c_p v_*^2}, \\ \delta_\theta &= \frac{\alpha_T g x^4}{\Theta_0 \lambda^2} (\gamma_a - \gamma_p). \end{aligned} \right\} \quad (31)$$

В результате численного решения (23) — (30) И. М. Бобылевой [4] были получены универсальные зависимости, некоторыми из которых мы воспользуемся в дальнейшем, а именно:

$$\left. \begin{aligned} \chi &= \chi(\text{Ro}, \mu_0), \\ H_n &= c^*(\mu_0), \end{aligned} \right\} \quad (32)$$

где

$$\chi = \frac{v_*}{\alpha G}; \quad \text{Ro} = \frac{G}{\lambda z_0}.$$

Расчет проводился для $\gamma_a - \gamma_p = 0,4 \frac{\text{град}}{100 \text{ м}}$

Для решения стоящей перед нами задачи необходимо использовать уравнения (17), (12), (22), (22'). Предварительно

проинтегрируем (22) и (22') по z в пределах пограничного слоя от 0 до z . Так как соотношения (22), (22') можно переписать в виде:

$$\frac{dT}{dz} = - \frac{P_0}{\chi \rho c_p v_* (z + z_0)} - \gamma_p;$$

$$\frac{dq}{dz} = - \frac{E_0}{\chi \rho v_* (z + z_0)} + \gamma_q,$$

то после интегрирования получим

$$T_z - T_0 = - \frac{P_0}{\chi \rho c_p v_*} \ln \frac{z}{z_0} - \gamma_p z; \quad (33)$$

$$q_z - q_0 = - \frac{E_0}{\chi \rho v_*} \ln \frac{z}{z_0} + \gamma_q z. \quad (33')$$

После ряда преобразований, используя (31) и (32), можно получить систему из двух уравнений для определения неизвестных μ_0 и T_0

$$\begin{aligned} \Phi_1 &\equiv \frac{a_1 + a_2 T_z - q_z + (a_2 \gamma_p + \gamma_q) z}{a_2 \Theta \cdot \ln z/z_0} \cdot \frac{Ro \cdot g}{\lambda^2 z_0} = \\ &= \frac{\chi(\mu_0, Ro) Ro^2}{\alpha_T \kappa^2} \left(1 + \frac{c_p}{La_z} \right) \mu_0 + \frac{R^*}{\chi^2 \chi(Ro, \mu_0)}; \\ \Phi &\equiv \frac{T_0 - (T_z + \gamma_p z) \cdot g}{\Theta \ln z/z_0} \cdot \frac{g}{\lambda G} = - \frac{\chi(Ro, \mu_0) \cdot \mu_0}{\alpha_T \kappa^2}, \end{aligned}$$

где

$$R^* = \frac{g}{\lambda^2 z_0} \cdot \frac{R}{La_{2p} \Theta \lambda z_0}.$$

Как видим, функция Φ представляет собой комбинацию, в которую входит искомая величина T_0 , а Φ_1 включает только внешние параметры; T_z — известная температура на уровне z .

Результаты расчета представлены на рис. 3, 4. На рис. 3 приводится номограмма для определения $\mu_0 = f(\Phi_1)$, а на рис. 4 дана зависимость $\Phi = f(\Phi_1)$ при различных Ro и R^* . Расчеты проводились для разных чисел Россби и значений R^* . Номер кривой соответствует числу Ro , а буквы указывает, к какому значению R^* она относится.

Например: $Ro = 10^4$ $R^* = -1,25 \cdot 10^{12}$ — кривая 1а; $R^* = 1,25 \cdot 10^{12}$ — кривая 1б; $R^* = 2,5 \cdot 10^{12}$ — кривая 1в; $R^* = 5,0 \cdot 10^{12}$ — кривая 1г; $R^* = 7,5 \cdot 10^{12}$ — кривая 1д; $R^* = 10 \cdot 10^{12}$ — кривая 1е. Значения R^* для всех Ro одни и те же: $Ro = 10^5$ — кривые 2а—2е; $Ro = 10^6$ — кривые 3а—3е; $Ro = 10^7$ — кривые 4а—4е; $Ro = 10^8$ — кривые 5а—5е.

По номограммам (рис. 4, 5), зная внешние параметры, т. е. функцию Φ_1 , можно определить соответственно μ_0 и Φ , куда входит интересующая нас величина T_0 .

ЛИТЕРАТУРА

1. Лайхтман Д. Л., Мельникова И. И. К вопросу о расчете интегральных характеристик планетарного пограничного слоя. Метеорология и гидрология, № 1, 1969.
2. Бобылева И. М., Зилитинкевич С. С., Лайхтман Д. Л. Турбулентный режим в термически стратифицированном пограничном слое атмосферы. Сб. «Атмосферная турбулентность и распространение радиоволн». М., Изд-во «Наука», 1967.
3. Лайхтман Д. Л. Физика пограничного слоя атмосферы. Л., Гидрометеоздат, 1971.
4. Бобылева И. М. Расчет характеристик турбулентности в планетарном пограничном слое атмосферы. Труды ЛГМИ, вып. 40, 1970.

РАСЧЕТ ТУРБУЛЕНТНЫХ ПОТОКОВ НА ОСНОВАНИИ СТАНДАРТНЫХ МЕТЕОРОЛОГИЧЕСКИХ НАБЛЮДЕНИЙ

Запишем решение системы уравнений, основанное на модели приземного слоя атмосферы из работы [1], следующим образом:

$$u = \frac{v_*}{\kappa} \Delta \tilde{u}_n(z_n); \quad (1)$$

$$\Theta - \Theta_0 = - \frac{P_0}{\rho c_p \kappa v_*} \Delta \tilde{u}_n(z_n); \quad (2)$$

$$q - q_0 = - \frac{v_0}{\rho \kappa v_*} \Delta \tilde{u}_n(z_n); \quad (3)$$

$$L = - \frac{v_*^3}{\kappa \frac{g}{T_0} \cdot \frac{P_0}{\rho c_p}}. \quad (4)$$

Масштаб турбулентности L и его значение L' при учете влияния водяного пара на эффект плавучести определяется уравнением (4):

$$L' = \frac{L}{1 + \frac{0,61 T_0 c_p v_0}{P_0}}. \quad (5)$$

Выражаем удельную влажность на уровне шероховатости через ее значение на уровне психометрической будки следующим образом:

$$q_0 = r_0 \left[q_m(\Theta) + \frac{dq_m}{dT} \Big|_{\Theta} (\Theta_0 - \Theta) \right]. \quad (6)$$

При достаточно малых $\Delta\Theta$ находим связь между $q_m(\Theta)$ и $q_m(\Theta_0)$ из разложения последнего в ряд Тейлора, ограничиваясь первыми двумя членами,

$$q_m(\Theta_0) = q_m(\Theta) + \left. \frac{dq_m}{dT} \right|_{\Theta} (\Theta_0 - \Theta).$$

Потоки тепла ($P_0, L_1 v_0$) связаны уравнением теплового баланса

$$P_0 + L_1 v_0 = R - B, \quad (7)$$

где L_1 — удельная теплота парообразования; v_0 — турбулентный поток водяного пара.

Выше были приняты следующие обозначения:

v_* — динамическая скорость; κ — постоянная Кармана; $\Delta \tilde{u}_n(z_n) = \tilde{u}_n - \tilde{u}_{0,n}$ где \tilde{u}_n — с точностью до постоянного слагаемого безразмерная величина скорости ветра на высоте z ; $\tilde{u}_{0,n}$ — ее значения на уровне шероховатости; r_0 — относительная влажность на уровне шероховатости; u, Θ, q — значения скорости ветра, температуры и удельной влажности на высоте z ; остальные обозначения общепринятые.

Решив систему уравнений (1) — (7) при z , равном высоте психрометрической будки, и исключив $P_0, v_0, \Theta_0, q_0, L, v_*$, получим следующее уравнение:

$$-M = L' \Delta \tilde{u}_n^3 + NL' \Delta \tilde{u}_n, \quad (8)$$

где

$$M = \frac{\kappa^2 \rho c_p T_0 u^3}{9(R-B)} \left[\frac{1 + \frac{L_1 \beta r_0}{c_p}}{1 + 0,61 T_0 r_0 \beta} \right], \quad (9)$$

$$N = \frac{\kappa^2 \rho q_m u (L_1 - 0,61 c_p T_0)}{(R-B)(1 + 0,61 T_0 r_0 \beta)} [r - r_0] \quad (10)$$

при $\beta = \left. \frac{dq_m}{dT} \right|_{\Theta}$.

Так как скорость ветра на сети метеостанций измеряется на уровне флюгера, запишем в уравнении (1) значение u_Φ вместо u ,

учитывая, что $u = u_\Phi \frac{\Delta \tilde{u}_{n,\Phi}}{\Delta \tilde{u}_{n,\Phi}}$ с учетом сказанного, уравнение (8)

приводится к виду

$$-M' = L' \Delta \tilde{u}_{n,\Phi}^3 + L' N' \frac{\Delta \tilde{u}_{n,\Phi}^2}{\Delta \tilde{u}_{n,\Phi}} \quad (8')$$

Из предыдущего следует, что составляющие M' , N' можно получить на основе сетевых данных, если выразить, r_0 и $(R-B)$ также через эти данные.

1. Для определения величины r_0 были обработаны материалы наблюдений и найдена связь относительной влажности на двух уровнях: 2 м и 10 см — по данным О'Нейл и 2 м, 25 см — по данным метеостанции Колтуши. Экстраполируя ее до поверхности земли, получили следующее выражение для r_0 с коэффициентом корреляции, равным 0,86:

$$r_0 = 1,07r - 0,02, \quad r \leq 95,3\%.$$

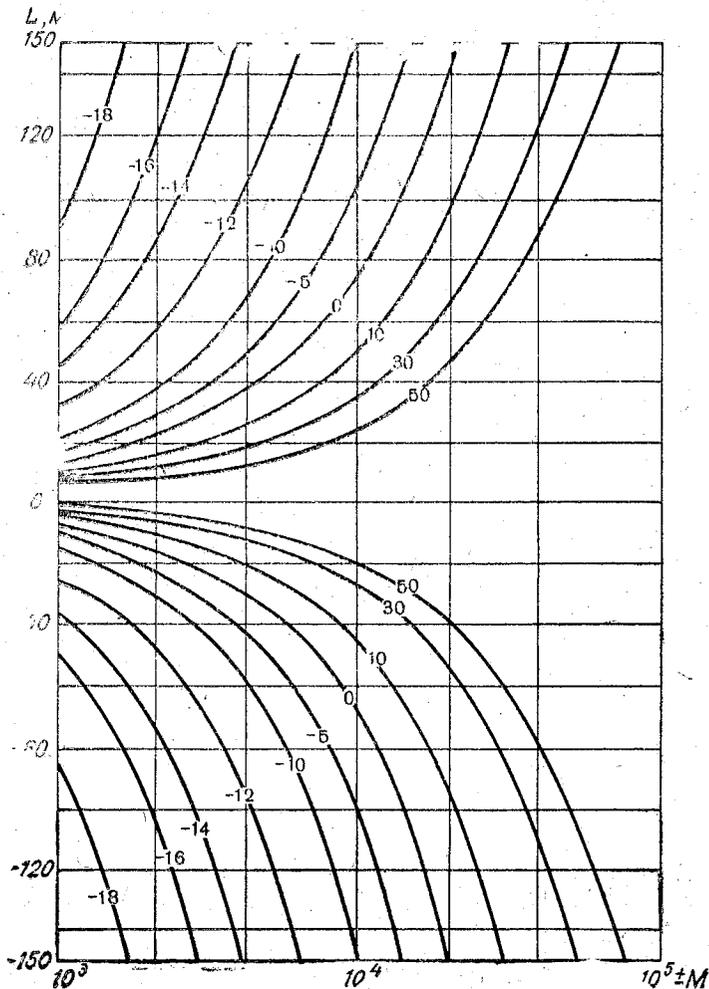


Рис. 1.

Эта формула позволяет находить r_0 по измерениям относительной влажности r на уровне психрометрической будки.

2. Для расчета $(R-B)$ можно использовать метод расчета радиационного баланса по сетевым данным, предлагаемый в работе [6].

Для расчета L' по данным M', N' на основании уравнения (8') были построены номограммы для $z_0 = 1 \text{ см}$, $z_0 = 5 \text{ см}$. Результат представлен на рис. 1.

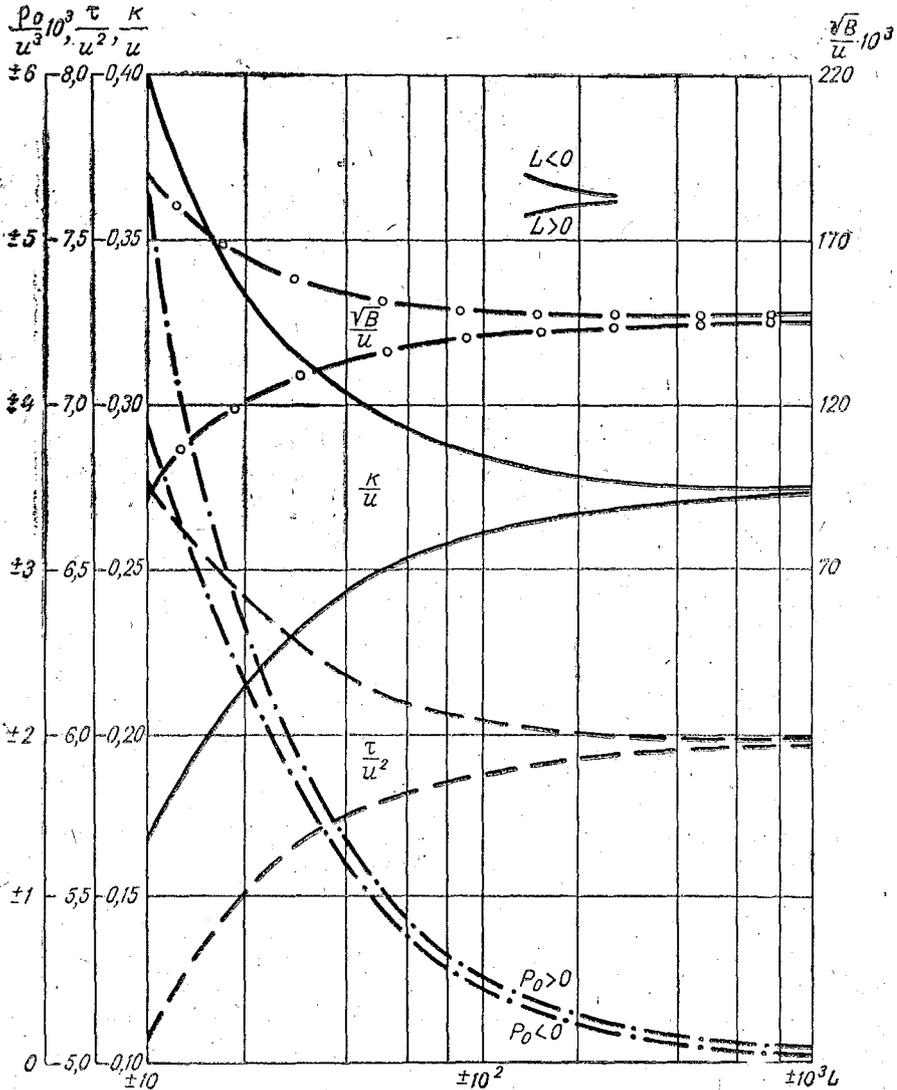


Рис. 2.

Для удобства расчетов P_0 , κ , τ_0 , \sqrt{B} , $\Delta\theta$ была построена номограмма рис. 2. Решая систему уравнений (1)–(7), находим:

$$\kappa = \frac{\chi^2 u_{\Phi}}{\Delta \tilde{u}_{n, \Phi}} \cdot L \cdot \kappa_n;$$

$$\tau_0 = \frac{\rho \chi^2 u_{\Phi}^2}{\Delta \tilde{u}_{n, \Phi}^2};$$

$$\sqrt{B} = \frac{\chi u_{\Phi}}{c^{1/4} \Delta \tilde{u}_{n, \Phi}} \left(1 - \kappa_n\right)^{1/4}.$$

Для расчета $\Delta \tilde{u}_{n, \Phi}$, κ_n по данным L , z и z_0 используем таблицу зависимости z_n , y , u_n , которая представлена в [4]. Следует отметить, что предлагаемый метод позволяет вычислить температуру подстилающей поверхности из уравнения

$$\Delta\theta = \theta - \theta_0 = \frac{T_0}{g} \frac{u^2 \Delta u_{n, \Phi}}{L \Delta \tilde{u}_{n, \Phi}^2}.$$

На основе этого метода были рассчитаны величины: турбулентного потока тепла P_0 , затрат тепла на испарение $L_1 \nu_0$, касательного напряжения τ_0 , коэффициента турбулентности κ и порывистости ветра \sqrt{B} по средним месячным значениям метеоэлементов для сроков наблюдений 00, 06, 12 и 18 час.

При этом уровень шероховатости подстилающей поверхности был принят равным 5 см, а уровень психрометрической будки — 1,5 м. В расчете радиационного баланса значение альbedo было принято 0,28 [3].

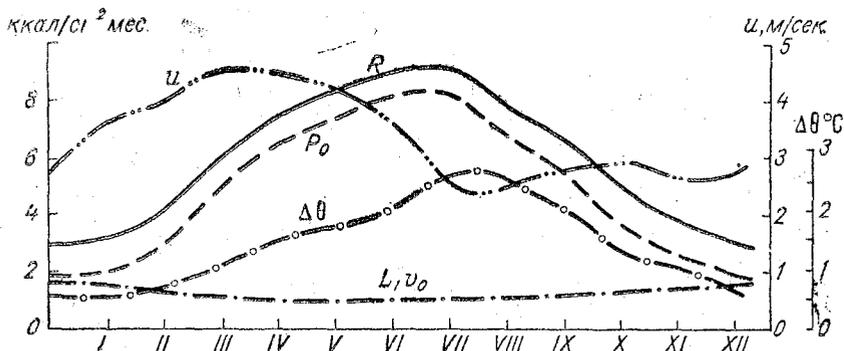


Рис. 3.

Полученные результаты для метеостанции Алмаза приводятся на рис. 3 и 4. Табл. 1 показывает разницу рассчитанных величин в пунктах Александрия и Алмаза. При малой облачности (рис. 3) изменения радиационного баланса обусловлены в основном изменениями высоты солнца в годовом ходе, приводящими к соответствующим изменениям суммарной радиации.

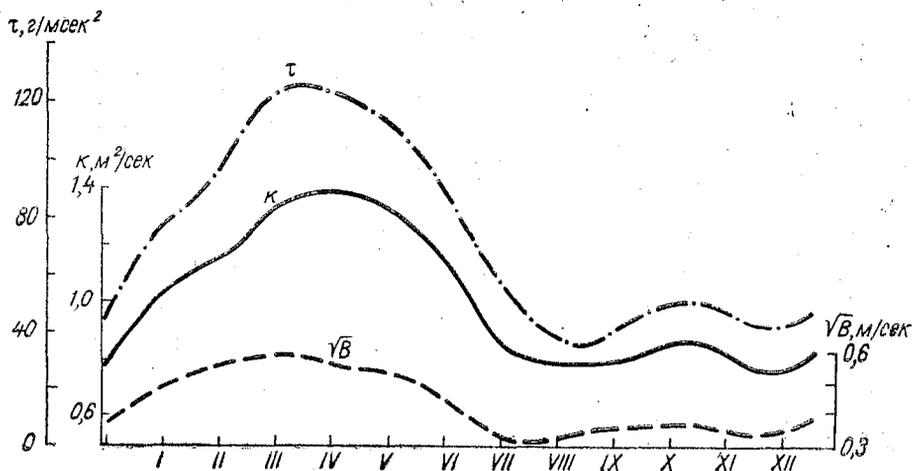


Рис. 4.

Таблица 1

Месяц	$\Delta R,$ $\frac{\text{ккал/см}^2 \times}{\text{сек}}$	$\Delta P_0,$ $\frac{\text{ккал/см}^2 \times}{\text{сек}}$	$\Delta L_1 v_0,$ $\frac{\text{ккал/см}^2 \times}{\text{сек}}$	$\Delta \kappa,$ $\frac{\text{м}^2/\text{сек}}$	$\Delta \tau_0,$ $\frac{\text{г/м} \cdot \text{сек}^2}$	$\Delta \sqrt{B},$ $\frac{\text{м/сек}}$
I	-0,2	-0,3	+0,1	0,40	70	0,16
II	-0,1	-0,4	0,3	0,19	40	0,07
III	0,0	-0,4	0,4	0,08	20	0,10
IV	0,0	-0,5	0,5	-0,03	7	0,10
V	0,2	0,0	0,2	0,00	5	0,09
VI	0,3	0,1	0,2	0,22	40	0,14
VII	0,5	0,3	0,2	0,45	50	0,22
VIII	0,4	0,2	0,2	0,40	60	0,28
IX	0,1	0,0	0,1	0,45	50	0,26
X	0,0	0,0	0,0	0,42	40	0,16
XI	-0,2	-0,3	0,1	0,18	20	0,13
XII	-0,3	-0,5	0,2	0,37	40	0,20

Затраты тепла на испарение в связи с малой относительной влажностью невелики, особенно в летние месяцы. В соответствии с этим турбулентный поток тепла достигает больших значений.

Следует отметить, что годовой ход турбулентного потока тепла в сильной степени связан с годовым ходом радиационного баланса.

Из рис. 4 видно, что τ_0 , κ и \sqrt{V} в годовом ходе значительно меняются: два максимума — небольшой осенью и более значительный весной — связаны с увеличением скорости ветра и возникновением пыльных бурь в эти сезоны. Причина этого заключается в том, что Суданский муссон проявляется в северной части Египта весной и осенью. Показательно, что годовой ход τ_0 , κ и \sqrt{V} гораздо больше связан с годовым ходом скорости ветра, чем с ходом радиационного баланса.

Так как расстояние между Алмазой и Александрией сравнительно небольшое, результаты расчетов мало различаются. Как показывает табл. 1 затраты тепла на испарение в Александрии больше, это связано со сравнительно большой влажностью. Среднее месячное значение скорости ветра в Александрии больше, чем в Алмазе, поэтому τ_0 , κ и \sqrt{V} в Александрии, как правило, больше.

Таким образом, предлагаемый метод позволяет вычислить турбулентные потоки и касательное напряжение, а также порывистость ветра и коэффициент турбулентности. Результаты проверки изложенной методики указывают на достаточную точность методики и ее пригодность при производстве практических расчетов.

ЛИТЕРАТУРА

1. Зилитикевич С. С., Лайхтман Д. Л. Турбулентный режим в приземном слое атмосферы. Изв. АН СССР, Физика атмосферы и океана, т. 1, № 2, 1963.
2. Будыко М. И. Тепловой баланс земной поверхности. Л., Гидрометеиздат, 1956.
3. Кондратьев К. Я. Актинометрия. Л., Гидрометеиздат, 1965.
4. Лайхтман Д. Л. Физика пограничного слоя атмосферы. Л., Гидрометеиздат, 1970.
5. Daily weather report, Ministry of military production. Meteorological department. Cairo, 1963—1967.
6. Гальперин Б. М., Каплан С. Н. Определение параметра стратификации по стандартным метеорологическим наблюдениям. (См. настоящий сборник).

К ВОПРОСУ О МЕТЕОРОЛОГИЧЕСКОМ КРИТЕРИИ ВОЗНИКНОВЕНИЯ ПЫЛЬНЫХ БУРЬ

Задачей данного исследования является разработка методики расчета параметров, определяющих условия возникновения пыльных бурь на основе стандартных метеорологических наблюдений.

Для геометрически подобных частиц одинакового объемного веса и одинаково ориентированных, свободно лежащих на горизонтальной поверхности, известно следующее выражение для подъемной силы [1]:

$$F_z = \rho v_*^2 d^2 F \left(\frac{v_* d}{\nu} \right). \quad (1)$$

Покоящаяся частица переходит в состояние движения главным образом за счет вертикальной подъемной силы, а не за счет сдвига или опрокидывания; условие предельного равновесия может быть представлено в виде

$$G = \rho v_*^2 d^2 F_1 \left(\frac{v_* d}{\nu} \right). \quad (2)$$

Здесь $G = c_1 g d^3 (\rho_s - \rho)$ — вес частицы; c_1 — коэффициент формы, равный $\pi/6$ для шара; d — диаметр частицы; ρ , ρ_s — плотность жидкости и частицы соответственно; v_* — динамическая скорость; ν — кинематическая вязкость.

Для того чтобы выразить $F \left(\frac{v_* d}{\nu} \right)$ через измеряемые характеристики, рассмотрим процесс равномерного падения частицы. При этом G можно выразить через скорость падения

$$G = \rho w_0 d^2 F_2 \left(\frac{w_0 d}{\nu} \right), \quad (3)$$

и тогда на основании (2) и (3) имеем

$$\frac{\omega_0}{v_*} = \sqrt{\frac{F_1\left(\frac{v_* d}{\nu}\right)}{F_2\left(\frac{\omega_0 d}{\nu}\right)}}$$

Отсюда следует

$$\frac{\omega_0}{v_*} = \xi\left(\frac{v_* d}{\nu}\right). \quad (4)$$

Величину $\xi = \frac{\omega_0}{v_*}$ обычно называют мерой устойчивости, а обратную ей величину $\frac{1}{\xi}$ — мерой подвижности поверхности.

Исследования показывают, что критическое значение $\frac{v_*}{\omega_0}$, соответствующее началу движения для автомодельного режима, по Кнорозу равно 0,135 [2].

В случае, если скорость падения частицы не зависит от молекулярной вязкости, то $F_2\left(\frac{\omega_0 d}{\nu}\right)$ принимает постоянное значение. Тогда из (3) имеем

$$\omega_0 = c \sqrt{\left(\frac{\rho_s}{\rho} - 1\right) dg}. \quad (5)$$

И. И. Леви на основании экспериментов нашел, что коэффициент c равен 1,2.

При решении практических задач целесообразно выразить динамическую скорость через измеряемые метеорологические элементы на основе [3]

$$v_* = \frac{\chi u}{\Delta u_n}. \quad (6)$$

Здесь $\Delta u_n = u_n(z_n) - u_{0n}(z_{0n})$; u_{0n} , u_n — безразмерная скорость ветра на уровне измерения скорости ветра (u) $z = L z_n$. Стандартные измерения ветра выполняются на уровне $z = 10$ м (высота флюгера);

$$L = \frac{v_*^3}{\chi \cdot \frac{g}{T_0} \cdot \frac{P_0}{\rho c_p}}, \quad (7)$$

где L — характерный масштаб Монина-Обухова.

Если $|z_n| \ll 1$, то безразмерный сдвиг скорости ветра можно представить в виде

$$\Delta u_n = \ln \frac{1000}{z_0} + \frac{3,75}{L}. \quad (8)$$

Из уравнений (6), (7), (8) исключаем v_* , Δu_n и пренебрегаем членами, содержащими L^{-2} , L^{-3} (так как $|L| \geq 10$ м), тогда

$$L \approx \left[\frac{x^2 u^3}{\frac{g}{T_0} \cdot \frac{P_0}{\rho c_p} \cdot \left(\ln \frac{1000}{z_0} \right)^3} + \frac{11,25}{\ln \frac{1000}{z_0}} \right]. \quad (9)$$

Исключив теперь из (7) — (9), (4), (5) L , v_* , ω_0 , получим

$$d = \frac{\xi^2 \left(\frac{v_* d}{\nu} \right)}{c^2 \left(\frac{\rho_s}{\rho} - 1 \right) g} \cdot \left(\frac{xu}{\ln \frac{1000}{z_0}} \right)^2 \left[1 + \frac{11,25 g P_0 \left(\ln \frac{1000}{z_0} \right)^2}{x^2 u^3 \rho c_p T_0} \right]^{2/3}. \quad (10)$$

С учетом ранее приведенных значений констант, а также принимая $x=0,38$, $T_0=300^\circ\text{C}$, $c_p=0,24$ кал/г град, $\rho=1200$ г/м³, $\rho_s=1,5 \cdot 10^6$ г/м³, формула (10) может быть записана в виде

$$d = 0,45 \left(\frac{u}{\ln \frac{1000}{z_0}} \right)^2 \left[1 + 1,35 \frac{R \left(\ln \frac{1000}{z_0} \right)^2}{u^3 (1 + 2,4r\beta)} \right]^{2/3}. \quad (11)$$

При выводе (11) не учитывалось изменение относительной влажности r с высотой, при этом полагалось

$$P_0 = \frac{R - B}{\left(1 + \frac{L_1}{c_p} r\beta \right)}. \quad (12)$$

Здесь $B = \frac{R}{10}$;

$$\beta = \left. \frac{dq_m}{dT} \right|_{\Theta},$$

где Θ , r — температура и относительная влажность на уровне психрометрической будки.

Уравнение (11) используется для определения критического диаметра частицы, т. е. максимального диаметра частицы, которая отрывается от поверхности при данных значениях метеорологических элементов. При $L \geq 10$ м имеем

$$\frac{u^3(1+2,4r\beta)}{R} \geq N_0.$$

N_0 находим по графику рис. 1 для соответствующего уровня шероховатости. График рис. 1 был построен на основе формул (9) и (12).

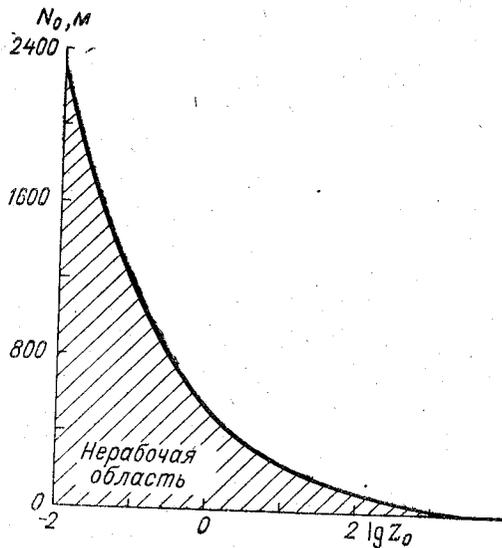


Рис. 1.

ЛИТЕРАТУРА

1. Гришанин К. В. Динамика русловых потоков. Л., Гидрометеиздат, 1969.
2. Кнороз В. С. О деформациях дна и о влиянии их на гидравлический режим потоков. Труды III Всесоюзного гидрологического съезда, т. 5. Л., Гидрометеиздат, 1960.
3. Лайхтман Д. Л. Пограничный слой атмосферы. Л., Гидрометеиздат, 1971.

Э. Г. ПАЛАГИН

К ВОПРОСУ ОБ УЧЕТЕ ВЛИЯНИЯ АТМОСФЕРНЫХ УСЛОВИЙ ПРИ АВИАЦИОННОЙ ОБРАБОТКЕ СЕЛЬСКОХОЗЯЙСТВЕННЫХ КУЛЬТУР

В настоящее время сфера использования авиации в сельском хозяйстве значительно расширилась. Ее удельный вес в борьбе с сорняком, болезнями и вредителями сельскохозяйственных культур, в рассеивании удобрений и дефолиации растений значительно вырос и продолжает увеличиваться как в СССР, так и за рубежом.

Ясно, что эффективность проводимых работ, наряду с удачным решением конструктивных и технологических проблем, в значительной мере зависит от метеорологического режима нижнего слоя атмосферы. Им определяется равномерность распределения осадка и вероятность сноса за пределы обрабатываемой площади. Естественно поставить вопрос об оптимизации условий работы самолета-распылителя при конкретных метеороусловиях.

Критерием при этом должны являться:

а) равномерное распределение осадка, обеспечивающее заданную концентрацию, при минимальном расходе используемых веществ;

б) минимальная вероятность сноса.

Оба положения в известной мере взаимосвязаны.

Постановка вопроса диктуется размахом авиационных работ, необходимостью и возможностью повышения их экономической эффективности.

В ряде стран (в Австралии, США, Японии) работа в этом направлении в настоящее время ведется весьма интенсивно.

На основании современных представлений о характере процессов, протекающих в приземном слое атмосферы, возможен количественный анализ диффузии примеси, выбрасываемой с самолета. На этой основе могут быть выработаны рекомендации по наиболее выгодному режиму обработки, т. е. высоте полета,

ширине полосы захвата и потребному количеству инсектицидов, в функции от конкретной метеобстановки.

Ниже кратко остановимся на физическом анализе протекающих процессов.

Основными элементами, влияющими на распределение ядохимикатов, являются скорость ветра, влажность и температура воздуха. Их распределение по высоте обуславливает интенсивность турбулентности, характеризующей скорость перемешивания в атмосфере и, следовательно, интенсивность диффузии выбрасываемой примеси. Температура и влажность непосредственно сказываются на испарении капельки при ее падении, или, иначе говоря, на уменьшении ее размеров. Последнее увеличивает ее летучесть, повышая вероятность сноса.

Рассмотрим диффузию тяжелой примеси от присоединенных вихрей, возникающих на концах крыльев самолета, исходя из тех же предпосылок, что и в [1]. Решение подобной задачи приводит к выражению для плотности осадка на земле P в виде

$$P(y) = \frac{\gamma}{2\pi v} \cdot \frac{w\alpha}{2\sqrt{\kappa_z \kappa_y}} \exp(\alpha) \cdot \left\{ \frac{1}{\sqrt{\beta_1^2 + \alpha^2}} K_1(\sqrt{\beta_1^2 + \alpha^2}) + \frac{1}{\sqrt{\beta_2^2 + \alpha^2}} K_1(\sqrt{\beta_2^2 + \alpha^2}) \right\}, \quad (1)$$

$$\text{где } \beta_1 = \frac{w(y-a)}{2\sqrt{\kappa_z \kappa_y}}; \quad \beta_2 = \frac{w(y+a)}{2\sqrt{\kappa_z \kappa_y}}; \quad \alpha = \frac{wh}{2\kappa_z};$$

v — скорость самолета; h — высота полета; w — скорость падения частицы; κ_y, κ_z — соответственно горизонтальный и вертикальный коэффициенты турбулентности; a — размах крыла самолета; y — поперечная координата ($y=0$ на плоскости симметрии самолета).

Из формулы (1) ясно видна зависимость величины P от атмосферных условий κ_y, κ_z , которые в свою очередь являются функциями основных метеоэлементов.

На рис. 1, 2 приведены данные расчета $\frac{2\pi v P}{\gamma} = f(y)$ при $w_1=0,76$ м/сек и $w_2=1,72$ м/сек для различных высот $h=6, 9, 12$ м. При этом принималось $a=3, \kappa_z=10$ м²/сек, $\kappa_y=30$ м²/сек. Из рисунков видно, что для различных h соответствующие им потоки значительно отличались по величине. Следовательно, существует высота, при которой величина P на границах полосы заданной ширины достигает максимума. Эта величина является наиболее выгодной при данных метеоусловиях. Отсюда легко получить и потребную величину расхода инсектицидов.

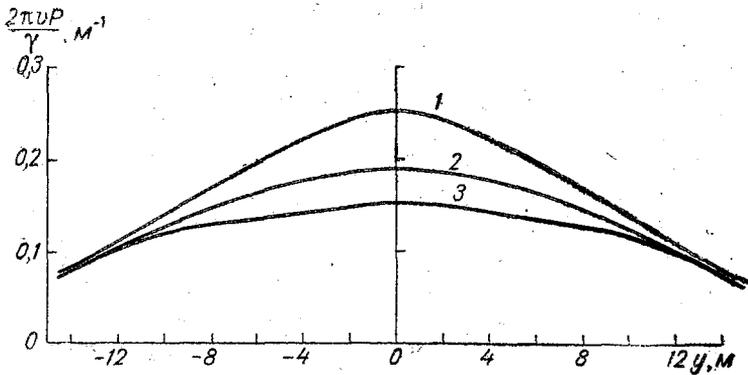


Рис. 1. Кривые концентраций для $\omega = 1,72$ м/сек:
 1— $h=6$ м; 2— $h=9$ м; 3— $h=12$ м.

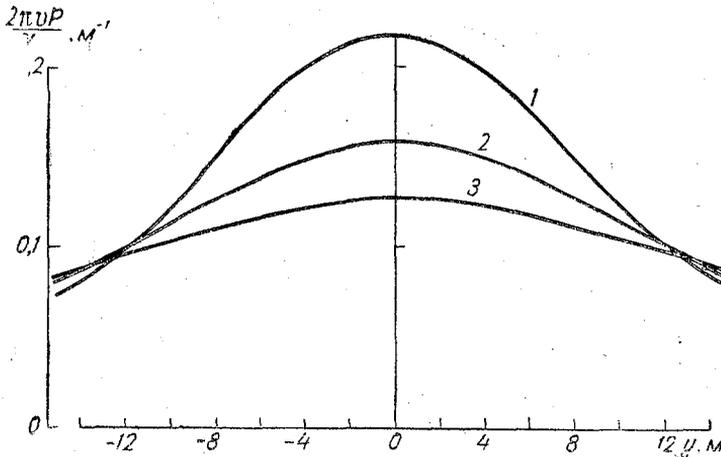


Рис. 2. Кривые концентраций для $\omega = 0,76$ м/сек:
 1— $h=6$ м; 2— $h=9$ м; 3— $h=12$ м.

Формулировка подобной задачи на оптимум приводит к необходимости решения слеующего трансцендентного уравнения:

$$\left(\frac{\beta_1^2 - \alpha^2}{\beta_1^2 + \alpha^2} + \alpha \right) \frac{K_1(\sqrt{\beta_1^2 + \alpha^2})}{(\beta_1^2 + \alpha^2)^{1/2}} - \frac{\alpha^2}{\beta_1^2 + \alpha^2} \cdot K_0(\sqrt{\beta_1^2 + \alpha^2}) =$$

$$= \frac{\alpha^2}{\beta_2^2 + \alpha^2} K_0(\sqrt{\beta_2^2 + \alpha^2}) - \frac{K_1(\sqrt{\beta_2^2 + \alpha^2})}{(\beta_2^2 + \alpha^2)^{1/2}} \left(\frac{\beta_2^2 - \alpha^2}{\beta_2^2 + \alpha^2} + \alpha \right) \quad (2)$$

Здесь $K_0(\varphi)$, $K_1(\varphi)$ — функции Бесселя мнимого аргумента нулевого и первого порядков; остальные обозначения прежние.

Расчет на оптимизацию для ширины полосы $y=12$ м при $\omega_1=0,76$ м/сек дал высоту полета 7 м, а при $\omega_2=1,72$ м/сек $h_{\text{опт}}=8$ м. При других значениях полетной высоты (9, 12 м) величины плотности осадка отличаются на $10 \div 20\%$. Как показывает анализ формулы (2), возможны и более значительные отклонения. Все это позволяет сделать вывод, что правильный учет метеобстановки позволяет уменьшить расход веществ в пределах $20 \div 30\%$.

Можно поставить задачу на оптимум и несколько иначе. Считая величину секундного расхода заданной, можно рассчитать максимальную ширину полосы захвата и уменьшить тем самым количество челноковых ходов, совершаемых самолетом. Все это также должно снизить как потребный расход, так и стоимость эксплуатационных работ.

В проведенном выше анализе физической картины явления распространения примеси мы ставили целью качественное рассмотрение процессов, не претендуя на охват всей совокупности весьма сложных взаимодействий среды и самолета.

Тем не менее, из приводимых оценок отчетливо видно весьма сильное влияние метеорологических факторов на процессы авиараспыления.

Из приведенных расчетов следует, что их правильный учет позволяет снизить стоимость обработки, которая при современном размахе применения авиации в сельском хозяйстве может дать в общегосударственном масштабе $10 \div 30$ млн. рублей экономии.

Из вышесказанного следует, что к настоящему моменту назрела необходимость создания метеорологической инструкции. Целью ее должны быть рекомендации по оптимальным условиям обработки на основе конкретных метеоусловий, т. е.

- 1) задание полетной высоты,
- 2) ширина обрабатываемой полосы (при заданном расходе) или величина потребного расхода (при заданной ширине).

ЛИТЕРАТУРА

1. Лайхтман Д. Л., Рабинович Я. С. О распылении ядохимикатов и удобрений самолетами. Метеорология и гидрология, № 11, 1964.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПАРАМЕТРА СТРАТИФИКАЦИИ ПО СТАНДАРТНЫМ МЕТЕОРОЛОГИЧЕСКИМ НАБЛЮДЕНИЯМ

Предложенная в работах [1, 2] модель пограничного слоя позволяет рассчитывать вертикальные профили характеристик ветра, важных при обеспечении безопасности полетов авиации [3], если известны «внешние» параметры, которыми являются скорость геострофического ветра вне пограничного слоя, характеристики данного места, т. е. широта и шероховатость подстилающей поверхности, а также приток тепла к земной поверхности. Совместное действие указанных факторов создает определенный режим турбулентности в нижних слоях атмосферы, одним из параметров которого служит параметр стратификации μ_0 [1]*:

$$\mu_0 = - \frac{g\kappa^2}{T} \frac{P_0/\rho c_p}{\lambda v_*^2} = - \frac{g}{T} \frac{P_0/\rho c_p}{\lambda \chi^2 G^2} \quad (1)$$

где κ — постоянная Кармана, принятая равной 0,4; g — ускорение силы тяжести; T — средняя абсолютная температура воздуха; P_0 — турбулентный поток тепла у земли;

P_0 — турбулентный поток тепла у земли; λ — параметр Кориолиса; G — скорость геострофического ветра; χ — функция

μ_0 и параметра Россби $Ro = \frac{G}{\lambda z_0}$, рассчитанная и приведенная

в [2]; z_0 — параметр шероховатости.

Таким образом, задание G и μ_0 при фиксированных для данного района λ и z_0 , позволяет рассчитать вертикальные профили модуля скорости, модуля сдвига вектора ветра, угла пово-

* Представляется, что этот параметр является более удобной характеристикой стратификации, чем, например, $\frac{dT}{dz}$ или Ri , поскольку он описывает состояние устойчивости не на фиксированном уровне, а во всем пограничном слое.

рота ветра, энергии турбулентности и др., имеющие широкое приложение, в том числе при обеспечении авиации.

Поскольку определение скорости геострофического ветра производится независимо — по полю давления, то основную трудность представляет оценка для фиксированного момента величины параметра стратификации μ_0 .

В данной работе предлагается методика определения μ_0 по стандартным метеорологическим наблюдениям, которые проводятся на сети метеостанций.

Как видно из (1), для расчета параметра μ_0 необходимо при известной скорости G иметь значение турбулентного потока тепла P_0 . Выразив P_0 из уравнения баланса тепла, получим

$$P_0 = \frac{R - B}{1 + F} \quad (2)$$

Здесь R — радиационный баланс; B — поток тепла в почву; $F = \frac{LE}{P_0}$ — величина, обратная параметру Боуэна.

На основании осредненных данных, приведенных в [4], можно в первом приближении принять поток тепла в почву равным

$$B = 0,1R. \quad (3)$$

Тогда (1) с помощью (2) и (3) записывается как

$$\mu_0 = - \frac{g}{T} \frac{0,9R}{\lambda G^2 \chi^2 \rho c_p (1 + F)}, \quad (4)$$

следовательно, параметр стратификации в некоторой точке с заданными λ и z_0 является функцией скорости геострофического ветра, радиационного баланса и параметра F .

На основе (4) при $z_0 = 2$ см и $\varphi = 55^\circ$, т. е. для условий открытого ровного места в средней полосе ЕТС, рассчитана номограмма, которая приведена на рис. 1. По оси ординат в верхней части рисунка отложены значения G . Кривые представляют собой изолинии параметра μ_0 . Прерывистые линии соответствуют условиям устойчивости ($\mu_0 > 0$), сплошные — условиям неустойчивости ($\mu_0 < 0$). В нижней части рис. 1 на ординате нанесены величины параметра F , по оси абсцисс — радиационный баланс, причем, так же как и в верхней части рисунка, прерывистые кривые — это изолинии R при устойчивости ($R < 0$) и сплошные — изолинии R при неустойчивости ($R > 0$).

Как следует из (4) и рис. 1, возрастание скорости геострофического ветра и параметра F при фиксированном радиационном балансе способствует переходу стратификации из устойчивой и неустойчивой области к безразличной, т. е. $\mu_0 \rightarrow 0$.

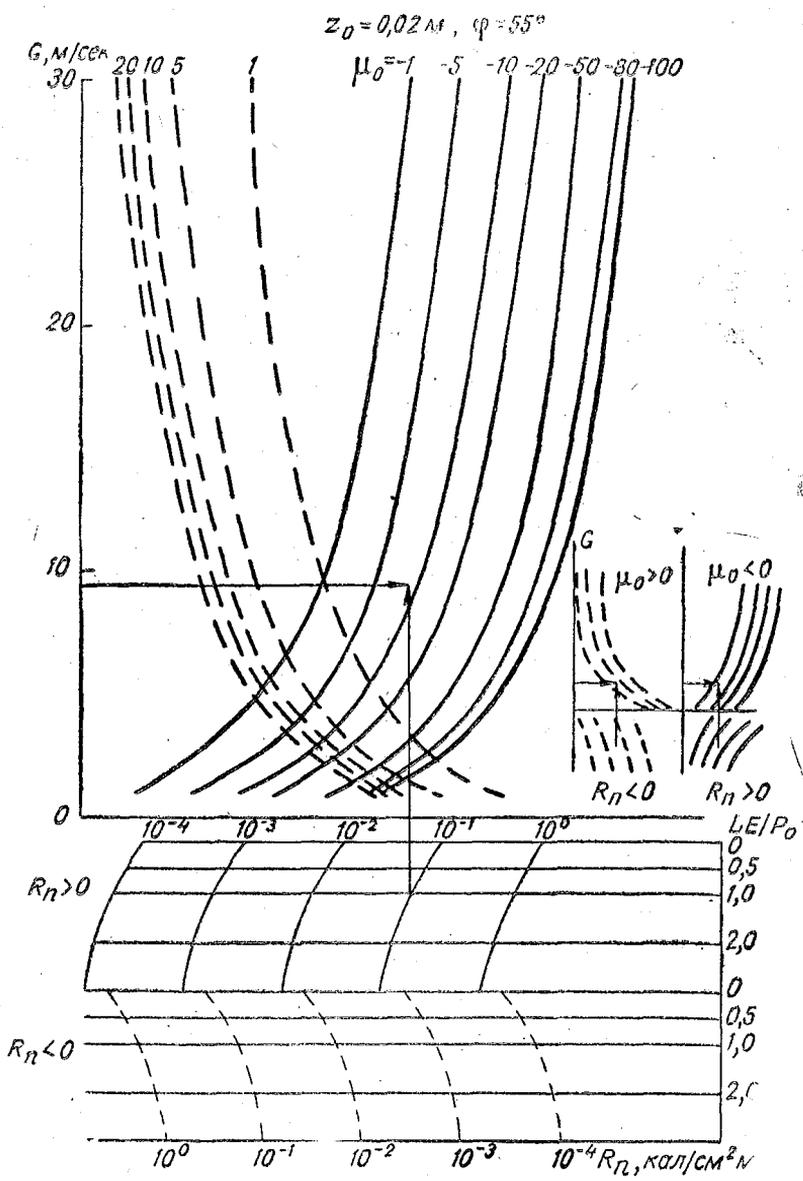


Рис. 1. Номограмма $\mu_0(G, R_n, F)$.

Таким образом, вычисление параметра стратификации, основанное на номограмме (рис. 1), требует определения, кроме скорости геострофического ветра G , величин F и R .

Параметр $F = \frac{LE}{P_0}$ является характеристикой увлажненности данного района. В зонах пустыни, где поверхность сухая, затраты тепла на испарение практически равны нулю, поэтому $F \approx 0$. В районах с достаточным увлажнением почвы, например на северо-западе ЕТС, величина F изменяется от 2—3 до 0 и может принимать даже отрицательные значения. Статистическая обработка 430 случаев данных о потоках тепла на ст. Колтуши за I—IV 1966 г. показала, что в зимний период и ночью в летний период F можно принять равным нулю. В теплый период днем параметр F зависит от относительной влажности в психрометрической будке. В первом приближении эта зависимость описывается прямой

$$F = 3(1 - r), \quad (5)$$

где r — в долях единицы.

Методика расчета радиационного баланса по данным стандартных метеорологических наблюдений

Радиационный баланс в фиксированный момент времени может быть получен путем прямых измерений с помощью балансомеров. При отсутствии измерительных приборов для определения величины радиационного баланса можно использовать имеющиеся эмпирические данные об его отдельных составляющих. Поскольку факторы, определяющие величины потоков коротковолновой и длинноволновой радиации, различны, будем рассматривать эти потоки отдельно.

Как известно, полный радиационный баланс земной поверхности R представляет собой разность между поглощенной этой поверхностью солнечной радиацией R_k и эффективным излучением E :

$$R = R_k - E \quad (6)$$

В свою очередь

$$R_k = (S' + D)(1 - \alpha); \quad (7)$$

$$E = \delta(\sigma T^4 - E_a), \quad (8)$$

где S' и D — соответственно потоки прямой и рассеянной радиации, поступающие на горизонтальную поверхность; α — альбедо поверхности; δ — коэффициент, учитывающий отличие излучения поверхности от излучения абсолютно черного тела (коэффициент серости); σ — постоянная Стефана-Больцмана; T — абсолютная температура излучающей поверхности; E_a — излучение атмосферы.

1. Методика определения эффективного излучения

а. Для получения эффективного излучения при безоблачном небе E_0 существуют эмпирические формулы Брента, Ангстрема, а также радиационные диаграммы Дмитриева А. А., Шехтер Ф. Н. и др. Рядом авторов на основе расчетов E_0 с помощью радиационных диаграмм были предложены графические или табличные способы определения E_0 по данным о температуре и влажности воздуха вблизи земной поверхности [5, 6]. Однако эти графики и таблицы пригодны для приближенных климатологических оценок E_0 , поскольку они не учитывают перестройку стратификации температуры и влажности воздуха от дня к ночи.

Указанный недостаток в определенной степени исключен в работе [7], где для расчета противозлучения атмосферы используется формула

$$E_a = \sigma T_0^4 (A + B \lg e_0), \quad (9)$$

где T_0 и e_0 — температура (K°) и упругость водяного пара ($мб$) в психрометрической будке. Коэффициенты A и B (см. табл. 1) получены с помощью радиационной диаграммы Ф. Н. Шехтера на основе типичных профилей температуры и удельной влажности днем и ночью, в разные сезоны, рассчитанных по данным аэростатного зондирования в Долгопрудной.

Таблица 1

Коэффициент	Зима		Весна		Лето		Осень	
	день	ночь	день	ночь	день	ночь	день	ночь
A	0,64	0,67	0,54	0,61	0,46	0,46	0,57	0,60
B	0,18	0,14	0,24	0,20	0,20	0,23	0,22	0,21

В результате из (8) и (9) можно получить выражение

$$\frac{E_0}{\delta \sigma T_0^4} = 1 - A - B \lg e_0. \quad (10)$$

На основе (10) и табл. 1 при $\delta = 0,95$ рассчитана номограмма (рис. 2), позволяющая по данным T_0 и e_0 определять эффективное излучение E_0 при безоблачном небе, днем и ночью в разные сезоны.

б. Для оценки эффективного излучения при наличии облачности E_n используется известная эмпирическая зависимость [8, 11]

$$E_n = E_0 [1 - (c_n n_n + c_c n_c + c_b n_b)], \quad (11)$$

$\frac{E_0}{E_0^0}$	N										
	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0
0	1,0	0,96	0,93	0,90	0,86	0,82	0,79	0,76	0,72	0,69	0,65
0,1		0,92	0,88	0,85	0,82	0,78	0,74	0,71	0,68	0,64	0,61
0,2			0,84	0,80	0,77	0,74	0,70	0,66	0,63	0,60	0,58
0,3				0,76	0,72	0,69	0,66	0,62	0,58	0,55	0,52
0,4					0,68	0,64	0,61	0,58	0,54	0,50	0,47
0,5						0,60	0,56	0,53	0,49	0,46	0,42
0,6							0,52	0,48	0,45	0,41	0,36
0,7								0,44	0,40	0,37	0,34
0,8									0,36	0,32	0,29
0,9										0,28	0,24
1,0											0,20

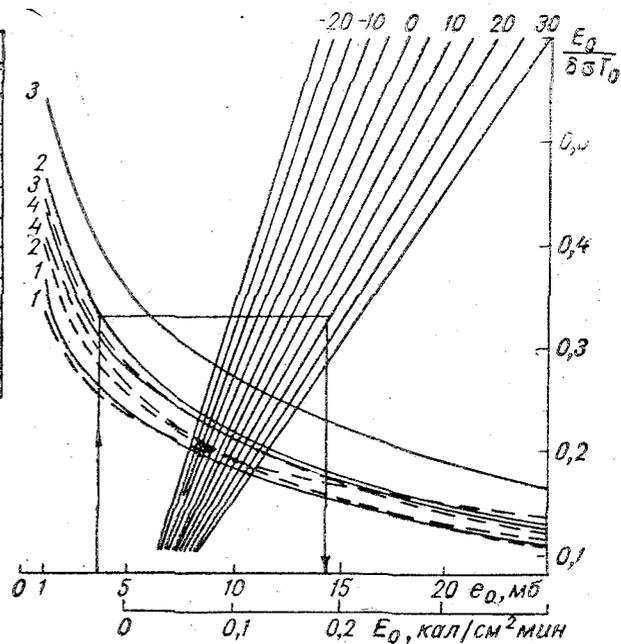


Рис. 2. Эффективное излучение E_0 при безоблачном небе:
 1—зима; 2—весна; 3—лето; 4—осень; ———— день; - - - - - ночь.

где n_n, n_c, n_v — количество облаков нижнего, среднего и верхнего ярусов, выраженное в долях единицы; коэффициенты $c_n=0,8, c_c=0,6-0,5, c_v=0,2$.

Величины коэффициентов c_i уточнялись рядом авторов: Ефимовым, Лютерштейном, Чудновским, Гальперин и др. Достаточная статистическая обеспеченность c_i позволяет воспользоваться зависимостью (11), несмотря на известные представления о существовании нелинейной связи между количеством облаков и E (см., например, [9]).

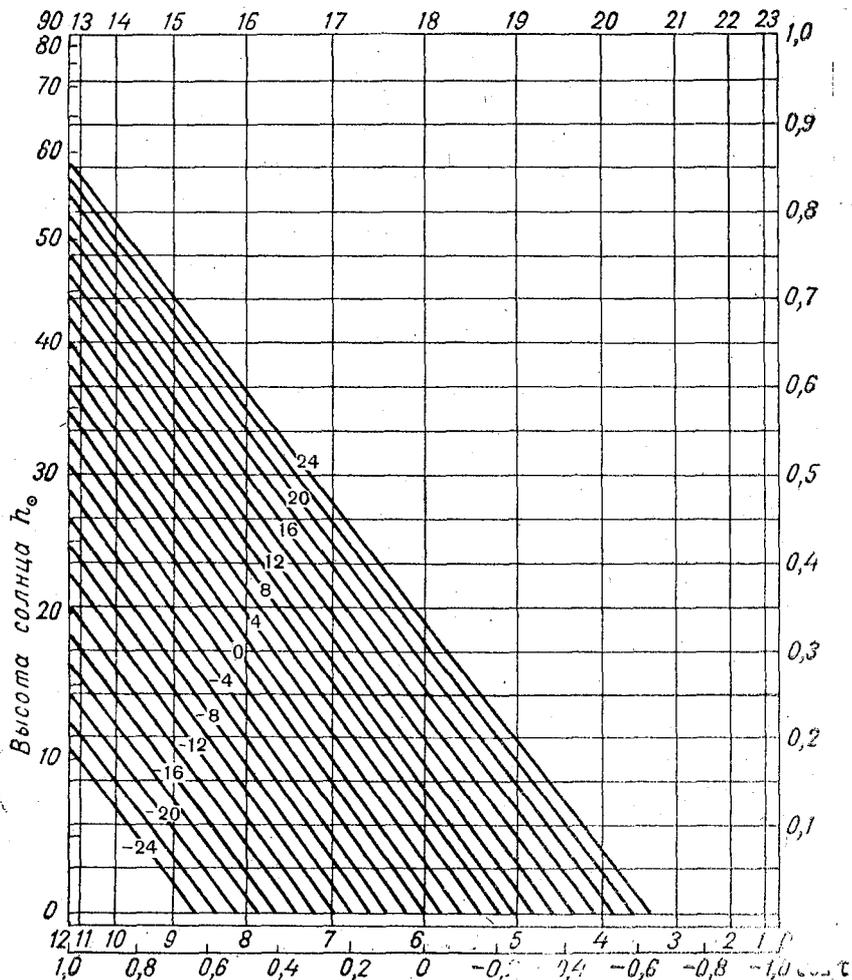


Рис. 3. Номограмма Набокова ($\varphi = 55^\circ$).

Поскольку стандартные метеорологические наблюдения указывают лишь количество общей ($n_{\text{общ}}$) и нижней (n_n) облачности, то квадратную скобку в (11) будем определять следующим образом:

$$N = 1 - \left[c_n n_n + \frac{c_c + c_v}{2} (n_{\text{общ}} - n_n) \right]. \quad (12)$$

Таблица поправок N , зависящих от сочетания общей и нижней облачности приведена на рис. 2.

Таким образом, эффективное излучение при облачности определяется как

$$E_n = E_0(e_0, T_0) \cdot N. \quad (13)$$

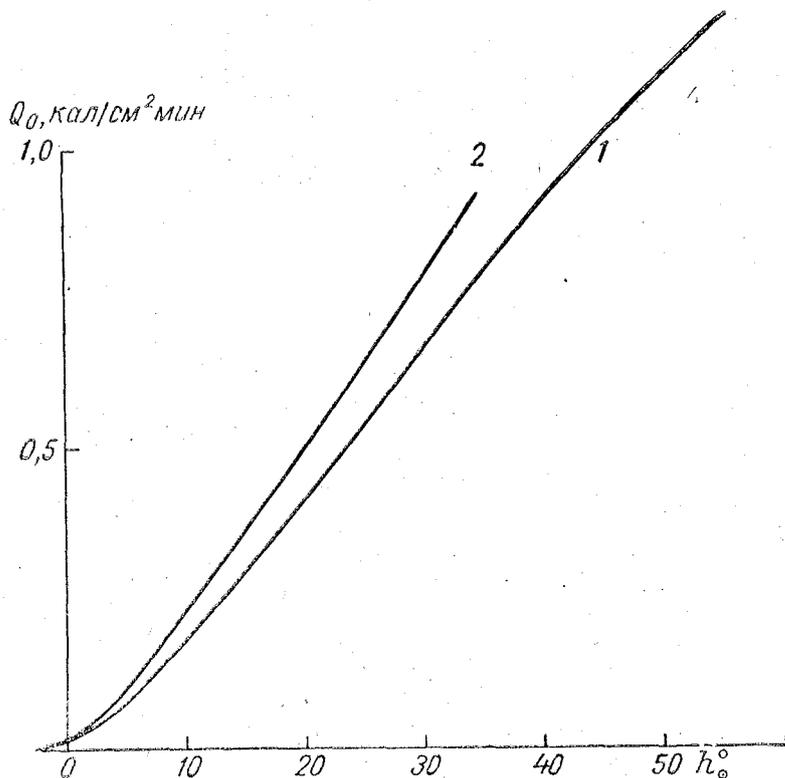


Рис. 4. Зависимость $Q_0 = f(h_0)$:
1—теплый период; 2—холодный период.

2. Методика расчета поглощенной солнечной радиации

а. Основными факторами, определяющими величину приходящей и поглощаемой солнечной радиации при отсутствии обла-

ков $R_{к0}$ являются высота солнца h_0 и альbedo подстилающей поверхности α :

$$R_{к0} = Q_0(1-\alpha), \quad (14)$$

где $Q_0 = S' + D$ — суммарная солнечная радиация при отсутствии облаков, зависящая от h_0 .

Высота солнца может быть определена по времени года и суток с помощью номограммы Набокова, построенной для широты данного места. Подробное описание ее можно найти в [10].

На рис. 3 приводим в качестве примера номограмму для широты г. Москвы. Высота солнца h_0 отсчитывается по оси ординат соответственно местному времени, зафиксированному на оси абсцисс, и склонению солнца δ , отложенному на наклонных линиях и определяемому по астрономическому ежегоднику или календарю.

Для определения Q_0 на рис. 4 приводится эмпирическая зависимость $Q_0(h_0)$, полученная в [12, 13] для центра и северо-запада ЕТС.

Величину альbedo для различных типов поверхностей можно найти в табл. 2, заимствованной из [11].

Таблица 2

Вид поверхности	Величина альbedo
Снег, лед	
Свежий сухой снег	0,80—0,95
Чистый влажный снег	0,60—0,70
Загрязненный снег	0,40—0,50
Морской лед	0,30—0,40
Обнаженная почва	
Темные почвы	0,05—0,15
Влажные серые почвы	0,10—0,20
Сухие глинистые или серые почвы	0,20—0,35
Сухие светлые песчаные почвы	0,25—0,45
Поля, луга, тундра	
Поля ржи и пшеницы	0,10—0,25
Картофельные поля	0,15—0,25
Хлопковые поля	0,20—0,25
Луга	0,15—0,25
Сухая степь	0,20—0,30
Тундра	0,15—0,20
Древесная растительность	
Хвойные леса	0,10—0,15
Лиственные леса	0,15—0,20

б. Для оценки суммарной солнечной радиации при наличии облачности Q_n в табл. 3 приведены величины отношения $a = \frac{Q_n}{Q_0}$ в зависимости от высоты солнца для разных форм и количества облаков.

Расчет a произведен на основе актинометрических измерений Q_n в теплый период [12] с учетом сведений о вероятности различной степени закрытости диска солнца при разных условиях облачности [14]. Данные о средних значениях Q_n в холодный период имеются лишь для облачности 10 баллов нижнего яруса и тумана [13].

При облачности меньше 10 баллов верхнего (Сi) и среднего (Ас) ярусов для холодного периода без существенных погрешностей могут быть использованы значения a для теплого времени года.

В количестве меньшем 10 баллов в зимний период при снежном покрове встречаются, как правило, лишь слоисто-кучевые облака (Sc). Для определения коэффициента a в данном случае в первом приближении можно пользоваться соотношением

$$a = \frac{a_{10}}{n},$$

где a_{10} — значение Q_n/Q_0 , приведенные в табл. 3 для облачности 10 баллов Sc за холодный период; n — фактическое количество облаков, выраженное в долях единицы.

Таким образом, с помощью рис. 2, 3, 4 и табл. 2 и 3 могут быть оценены составляющие радиационного баланса. Для пользования указанными графиками и таблицами необходимы результаты стандартных наблюдений за температурой, влажностью воздуха в психрометрической будке и облачностью. Полный радиационный баланс может быть вычислен по формуле

$$R_n = aQ_0(1-d) - E_0N. \quad (15)$$

Представляет интерес точность расчета радиационного баланса с помощью приведенной методики. Для выяснения этого вопроса был использован материал стандартных и актинометрических наблюдений на станции Колтуши за июнь 1966 г. [15].

Вычисленные значения как полного радиационного баланса, так и его составляющих сравнивались с соответствующими измерениями. В качестве примера приводим корреляционный график между рассчитанным и измеренным радиационным балансом (рис. 5). Следует, правда, иметь в виду некоторую условность этого сравнения. Приведенные в табл. 3 величины отношения a являются средними для данных условий облачности (с учетом вероятности различной степени закрытости диска солнца), тогда как измерения производились при определенном состоянии диска Солнца. Учитывая это, а также тот

Таблица 3

Средние значения $a = \frac{Q_n}{Q_0}$ при различных высотах солнца
и условиях облачности

Балл	Период	Форма облач- ности	h_0^0								
			5	10	15	20	25	30	35	40	55
2-3	I	Ci	0,71	0,83	0,87	0,95	0,96	0,98	0,99	0,97	0,97
		Ac	0,85	0,83	0,80	0,81	0,84	0,85	0,85	0,86	0,88
		Sc	0,85	0,83	0,80	0,81	0,84	0,84	0,84	0,86	0,88
		Cu	0,85	0,85	0,87	0,91	0,91	0,92	0,92	0,93	0,94
		Sc, Ac, Cu	0,71	0,77	0,77	0,79	0,80	0,82	0,81	0,87	0,88
4-5	I	Ci	0,71	0,83	0,87	0,93	0,98	1,00	0,97	0,97	0,98
		Ac	0,85	0,84	0,84	0,81	0,82	0,83	0,82	0,84	0,85
		Sc	0,85	0,84	0,84	0,81	0,82	0,83	0,82	0,84	0,84
		Cu	1,00	0,94	0,87	0,86	0,90	0,91	0,91	0,93	0,94
		Sc, Ac, Cu	0,85	0,83	0,84	0,84	0,84	0,85	0,84	0,85	0,86
6-7	I	Ci	0,85	0,78	0,80	0,84	0,87	0,91	0,92	0,94	0,97
		Ac	0,85	0,85	0,80	0,79	0,79	0,79	0,77	0,77	0,78
		Sc	0,85	0,83	0,74	0,73	0,72	0,71	0,70	0,69	0,70
		Cu	0,85	0,85	0,84	0,84	0,86	0,88	0,88	0,88	0,88
		Cb	0,71	0,71	0,71	0,71	0,71	0,71	0,72	0,72	0,72
Sc, Ac, Cu	0,85	0,85	0,80	0,80	0,80	0,80	0,80	0,80	0,80		
8-9	I	Ci	0,85	0,72	0,77	0,84	0,87	0,90	0,91	0,92	0,94
		Ac	0,71	0,71	0,69	0,70	0,71	0,73	0,73	0,74	0,76
		Sc	0,60	0,65	0,61	0,63	0,64	0,64	0,64	0,65	0,67
		Cu	—	—	—	0,79	0,76	0,74	0,73	0,74	0,74
		Cb	—	—	—	0,60	0,58	0,59	0,57	0,58	0,58
Sc, Ac, Cu	0,60	0,70	0,70	0,70	0,71	0,73	0,71	0,73	0,75		
10	I	Ci	0,85	0,72	0,68	0,72	0,76	0,77	0,78	0,78	0,78
		Ac	—	0,44	0,42	0,42	0,46	0,48	0,48	0,52	0,54
		Sc	—	0,32	0,33	0,33	0,35	0,35	0,35	0,37	0,37
		Cu	—	—	—	—	—	—	—	—	—
		Sc, Ac, Cu	—	0,50	0,48	0,46	0,49	0,53	0,52	0,56	0,58
10	I	Cb	0,29	0,28	0,29	0,30	0,27	0,27	0,25	0,24	0,24
		Sc, Ac, Cu	0,29	0,33	0,32	0,33	0,35	0,38	0,38	0,39	0,44
		Sc op	0,45	0,45	0,47	0,50	0,52	0,52	—	—	—
		As op	0,43	0,28	0,19	0,19	0,18	0,21	0,23	0,30	0,30
		≡	0,43	0,28	0,26	0,26	0,25	0,24	0,23	—	—
		≡	0,38	0,38	0,48	0,46	0,55	—	—	—	—
		St	0,29	0,22	0,19	0,19	0,18	0,18	0,18	0,18	0,18
		St	0,33	0,33	0,36	0,42	0,49	0,52	0,55	—	—
		Ns	0,14	0,17	0,16	0,15	0,15	0,14	0,14	0,14	0,14
		Ns	0,40	0,36	0,33	0,34	0,36	—	—	—	—
		Cb	—	0,22	0,23	0,23	0,22	0,21	0,20	0,18	0,18

I — теплый период, II — холодный период.

факт, что сетевой балансомер является наименее точным из актинометрических приборов, можно на основе рис. 5 признать предлагаемую методику достаточно надежной.

Однако погрешности вычисления как радиационного баланса, так и скорости геострофического ветра и параметра F

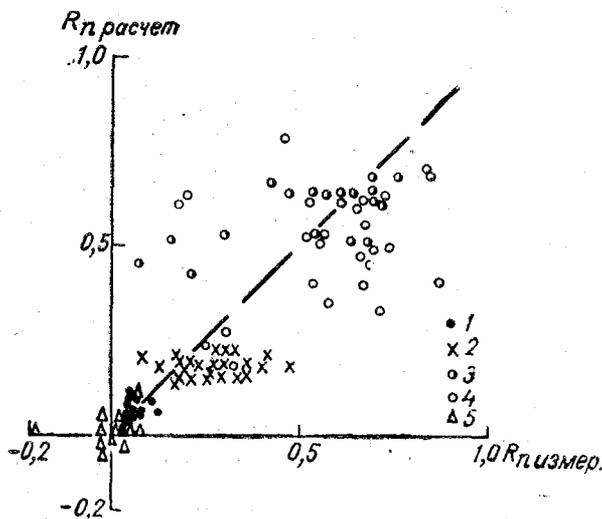


Рис. 5. Сравнение рассчитанных значений радиационного баланса с измеренными:

1—0 час 30 мин; 2—6 час 30 мин; 3—9 час 00 мин; 4—14 час 00 мин; 5—18 час 30 мин.

соответствующим образом влияют на точность получаемого с помощью номограммы параметра стратификации μ_0 . Приведем некоторые оценки. Внося определенные искажения в величины исходных параметров G , R_n , F , можно найти погрешность μ_0 . Так, завышение скорости геострофического ветра на 10% при

Таблица 4

Относительная ошибка μ_0 (%) при завышении G на 10% ($F=1$)

$G \backslash R_n$	0,5	0,1	-0,05
5	22	24	10
10	9	10	5
15	6	8	4

Таблица 5

Относительная ошибка μ (%) при завышении F на 1 ($R_n=0,1$)

$F \backslash G$	5	10	15
0	63	58	55
1	48	40	40

фиксированных R_n и F приводит к занижению μ_0 в среднем на 10—20% (табл. 4). Как видно из табл. 4 с ростом G погрешности μ_0 убывают. Завышение параметра F на 1 занижает μ_0 на 40—60%. Причем, при больших истинных значениях F это занижение меньше (см. табл. 5). Ошибка в радиационном балансе, равная, например, 50%, искажает μ_0 в среднем на 30—40%.

Отметим в заключение, что приведенная номограмма (рис. 1) для определения параметра стратификации может иметь и прогностическое значение, т. е. при известном прогнозе скорости геострофического ветра, облачности, температуры и влажности воздуха можно определить будущее значение μ_0 и в конечном итоге прогнозировать профили характеристик ветра в пограничном слое.

ЛИТЕРАТУРА

1. Бобылева И. М., Зилитинкевич С. С., Лайхтман Д. Л. Турбулентный режим в термически стратифицированном планетарном пограничном слое атмосферы. «Атмосферная турбулентность и распространение радиоволн». Труды международного коллоквиума, 1965. М., Изд-во «Наука», 1967.
2. Бобылева И. М. Расчет характеристик турбулентности в планетарном пограничном слое атмосферы. Труды ЛГМИ, вып. 40, 1970.
3. Бобылева И. М., Коган-Белецкий, Лайхтман Д. Л. Структурные характеристики приземного ветра для нужд авиации. Метеорология и гидрология, № 3, 1969.
4. Огиева Т. А. Некоторые особенности теплового баланса деятельной поверхности. Л., Гидрометеоздат, 1955.
5. Ковалева Е. Д. О расчете эффективного излучения и противозлучения атмосферы. Труды ГГО, вып. 27, 1951.
6. Берлянд М. Е., Берлянд Т. Г. Определение эффективного излучения с учетом влияния облачности. Изв. АН СССР, сер. геофиз., № 1, 1952.
7. Гальперин Б. М., Михайлова Т. И., Хныжева А. Н. О влиянии структуры пограничного слоя на излучение атмосферы. Труды ЛГМИ, вып. 22, 1964.
8. Кондратьев К. Л. Лучистый теплообмен в атмосфере. Л., Гидрометеоздат, 1956.
9. Кириллова Т. В. Сравнительная оценка различных методов определения эффективного излучения у земной поверхности. Труды ГГО, вып. 27, 1951.
10. Янишевский Ю. Д. Актинометрические приборы и методы наблюдений. Л., Гидрометеоздат, 1957.
11. Будыко М. И. Тепловой баланс земной поверхности. Л., Гидрометеоздат, 1956.
12. Гальперин Б. Н., Серякова Л. П. Рассеянная и суммарная солнечная радиация при различных условиях. Труды ГГО, вып. 152, 1964.
13. Гальперин Б. Н., Прокопенко И. И., Бухвалова В. Н. Коротковолновая радиация при снежном покрове. Труды ЛГМИ, вып. 38, 1970.
14. Гальперин Б. М. Вероятность прямой солнечной радиации при различной облачности. Труды 5-го Межведомственного Совещания по актинометрии и оптике атмосферы. М., Изд-во «Наука», 1964.
15. Материалы наблюдений полевой экспериментальной базы ГГО им. А. И. Воейкова, вып. 5, ртп. ГГО, 1968.

ЗАТВЕРДЕВАНИЕ ЖИДКИХ ЧАСТИЦ СФЕРИЧЕСКОЙ ФОРМЫ ПРИ ПЕРЕМЕННОЙ ТЕМПЕРАТУРЕ ФРОНТА КРИСТАЛЛИЗАЦИИ

Рассматривается случай, когда температура капли зависит только от радиуса r , и промерзание начинается снаружи. Физически постановка задачи аналогична [6]. Температура на фронте кристаллизации является величиной переменной, зависящей от скорости движения границы раздела. Последнее связано с тем, что замерзание определяется двумя факторами. В случае наличия интенсивного теплоотвода с поверхности капли при ее малом диаметре скорость замерзания практически не лимитируется теплоотводом и связана с условиями построения кристалла. Последние, в силу необратимости процесса, могут иметь место лишь при отклонении температуры от равновесной и являются функцией скорости движения фронта.

При увеличении массы закристаллизовавшейся воды термосопротивление возрастает, и оно начинает доминировать над скоростью построения кристалла, т. е. он мог бы в принципе строиться с большей скоростью, но выделяющееся тепло не успевает отводиться. В этом случае температура фронта близка к равновесной и может быть положена постоянной. В нашем случае будем полагать, что диаметр рассматриваемых капель весьма мал, а это обуславливает влияние переменности температуры фронта или, иначе говоря, кинетики фазового перехода на условия замерзания.

Имеющиеся экспериментальные данные [1, 4, 5] указывают на наличие однозначной связи между линейной скоростью и температурой фронта, так что*

$$\frac{dr^*}{dt} = \psi(U_\Phi(t)).$$

* В данной и последующих формулах приняты следующие обозначения: r — радиус; t — время; R — радиус капли, $U^{(j)}(r, t)$ — температура; ($j=1, 2$, индекс 1 соответствует твердой фазе, 2 — жидкой); $U_\Phi(t)$ — температура фронта; $r^*(t)$ — граница раздела фаз; λ_j , ρ_j , c_j , L — соответственно коэффициент теплопроводности, плотность, удельная теплоемкость и теплота плавления среды; $a_j^2 = \frac{\lambda_j}{c_j \rho_j}$; $\alpha_j = \frac{\lambda_j}{L \rho_1}$; l — толщина жидкой части к n -му шагу; K — скорость движения фронта на n -м шаге.

Задача сводится к интегрированию уравнений теплопроводности, записанных в сферических координатах для температур $U^{(j)} = U^{(j)}(r, t)$.

Пусть к моменту промерзания температура капли $U^{(2)}(x, 0) = \varphi(x)$. В момент $t=0$ на внешней границе при $r=R$ устанавливается температура $f(t) < 0$, и начинается процесс ее замерзания.

Математически задача формулируется следующим образом:

$$\frac{\partial U^{(j)}}{\partial t} = a_j^2 \left(\frac{\partial^2 U^{(j)}}{\partial r^2} + \frac{2}{r} \frac{\partial U^{(j)}}{\partial r} \right); \quad (1)$$

$$U^{(1)}(R, t) = f(t); \quad (2)$$

$$U^{(1)}(r^*, t) = U^{(2)}(r^*, t) = U_\phi(t); \quad (3)$$

$$\frac{dr^*}{dt} = x_2 \frac{\partial U^{(2)}}{\partial r} \Big|_{r=r^*(t)} - x_1 \frac{\partial U^{(1)}}{\partial r} \Big|_{r=r^*(t)}; \quad (4)$$

$$\frac{dr^*}{dt} = \psi(U_\phi(t)); \quad (5)$$

$$U^{(2)}(r, 0) = \varphi^{(2)}(r), \quad 0 < r \leq R. \quad (6)$$

Условие (4) отражает баланс тепла на границе фаз, а соотношение (5) кинетику процесса.

Вводим $V^{(j)} = U^{(j)} \cdot r$.

Тогда (1) — (6) переписутся в виде:

$$\frac{\partial V^{(j)}}{\partial t} = a_j^2 \frac{\partial^2 V^{(j)}}{\partial r^2}; \quad (1')$$

$$V^{(1)}(R, t) = f(t) \cdot R; \quad (2')$$

$$V^{(1)}(r^*, t) = V^{(2)}(r^*, t) = U_\phi(t) \cdot r(t); \quad (3')$$

$$\frac{dr^*}{dt} = \frac{x_2}{r^*(t)} \frac{\partial V^{(2)}}{\partial r} \Big|_{r=r^*(t)} - \frac{x_1}{r^*(t)} \frac{\partial V^{(1)}}{\partial r} \Big|_{r=r^*(t)} + \frac{U_\phi(t)}{r^*(t)} (x_1 - x_1) \quad (4')$$

$$\frac{dr^*}{dt} = \psi(U_\phi(t)); \quad (5')$$

$$V^{(2)}(r, 0) = \varphi^{(2)}(r) \cdot r. \quad (6')$$

Разбиваем кривую плавления $r^* = r^*(t)$ на ряд участков и на каждом из них заменяем ее отрезком прямой, аналогично тому, как это сделано в [2].

Из (5') тогда следует, что на каждом участке $\frac{dr^*}{dt} = K = \text{const}$ и, следовательно, $u_\phi = \text{const}$. Задача распадается на две — отдельно для жидкого и твердого стержня. Вначале рассмотрим

жидкий стержень на n -м шаге. (Индексы, обозначающие номер шага опускаем).

Предварительно вводим:

$$\bar{U}^{(2)}(r, t) = U^{(2)}(r, t) - U_{\Phi}; \quad \varphi^{(2)}(\xi) = \varphi^{(2)}(\xi) - U_{\Phi},$$

а затем

$$\bar{V}^{(2)} = \bar{U}^{(2)} \cdot r.$$

Получим

$$\frac{\partial \bar{V}^{(2)}}{\partial t} = a_2^2 \frac{\partial^2 \bar{V}^{(2)}}{\partial r^2} \quad (7)$$

$$\bar{V}^{(2)}(0, t) = 0; \quad (8)$$

$$\bar{V}^{(2)}(r^*, t) = 0; \quad (9)$$

$$\bar{V}^{(2)}(r, 0) = [\varphi^{(2)}(r) - U_{\Phi}] \cdot r. \quad (10)$$

В жидкой сфере, промерзающей снаружи, с большой степенью точности можно считать, что температура жидкости везде постоянна и равна температуре замерзания. Отсюда следует условие (8). Вводим вместо r и t новые криволинейные координаты Z_2, σ_2 и новую функцию $\omega^{(2)} = \omega^{(2)}(Z_2, \sigma_2)$:

$$\left. \begin{aligned} Z_2 &= \frac{rl}{l - Kt}, \\ \sigma_2 &= -\frac{a_2^2 lt}{Kt - l}; \\ \omega^{(2)}(Z_2, \sigma_2) &= \sqrt{\frac{Kt - l}{K}} \exp \left[\frac{Kr^2}{4a_2^2(Kt - l)} \right] \bar{V}^2(r, t). \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

Легко видеть, что в новых координатах граница неподвижна, ибо при $r = l - K \cdot t$ $Z_2 = l$. Кроме того, при $t = 0$ $\sigma_2 = 0$, $Z_2 \equiv r$. Подставляя (11) в (7) — (10), будем иметь:

$$\frac{\partial \omega^{(2)}}{\partial \sigma_2} = \frac{\partial^2 \omega^{(2)}}{\partial Z_2^2}; \quad (12)$$

$$\omega^{(2)}(0, \sigma_2) = 0; \quad (13)$$

$$\omega^{(2)}(l, \sigma_2) = 0; \quad (14)$$

$$\omega^{(2)}(Z_2, 0) \equiv \bar{\varphi}^{(2)}(Z_2) = \sqrt{-\frac{l}{K}} \exp \left[-\frac{KZ_2^2}{4a_2^2 \cdot l} \right] [\varphi^{(2)}(Z_2) - U_{\Phi}] \cdot Z_2. \quad (15)$$

Получили классическую задачу о распределении температуры в ограниченном стержне с нулевыми граничными и известным начальным условием. Ее решение имеет вид [3]

$$\omega^{(2)}(Z_2, \sigma_2) = \int_0^l G_2(Z_2, \sigma_2, \xi, 0) \bar{\varphi}^{(2)}(\xi) d\xi,$$

где $G_2(Z_2, \sigma_2, \xi, 0) = \frac{1}{2\sqrt{\pi\sigma_2}} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \exp \left[-\frac{(Z_2 - \xi - 2ml)^2}{4\sigma_2} \right] -$
 $-\exp \left[-\frac{(Z_2 + \xi - 2ml)^2}{4\sigma_2} \right] -$ функция Грина.

Отсюда, с учетом соотношений (11), получим:

$$\overline{V}^{(2)}(r, t) = [U^{(2)}(r, t) - U_\Phi] \cdot r = \sqrt{\frac{K\sigma_2 + a_2^2 l}{a_2^2 l}} \exp \left[\frac{KZ_2^2}{4(K\sigma_2 + a_2^2 l)} \right] \times$$

$$\times \int_0^l G_2(Z_2, \sigma_2, \xi, 0) \exp \left[-\frac{K\xi^2}{4a_2^2 l} \right] \left[\varphi^{(2)}(\xi) - U_\Phi \right] \xi d\xi; \quad (16)$$

$$\frac{\partial \overline{V}^{(2)}}{\partial r} \Big|_{Z_2=l}^{r=r^*(t)} = \frac{K\sigma_2 + a_2^2 l}{a_2^2 l} \sqrt{\frac{(K\sigma_2 + a_2^2 l)K}{a_2^2 l^2}} \times$$

$$\times \exp \left[\frac{Kl^2}{4(K\sigma_2 + a_2^2 l)} \right] \cdot \int_0^l \frac{\partial G_2}{\partial Z_2} \Big|_{Z_2=l} \cdot \varphi^{(2)}(\xi) d\xi. \quad (17)$$

где $\frac{\partial G_2}{\partial Z_2} \Big|_{Z_2=l} = \frac{1}{2\sqrt{\pi(\sigma_2 - \tau)^3}} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \left[\xi + (2m+1)l \right] \times$
 $\times \exp \left[-\frac{[\xi + (2m+1)l]^2}{4(\sigma_2 - \tau)} \right].$

Используя последние соотношения, легко определить $\frac{\partial U^{(2)}}{\partial r} \Big|_{r=r^*(t)}$, ибо

$$\frac{\partial U^{(2)}}{\partial r} \Big|_{r=r^*(t)} = \frac{1}{r^*(t)} \frac{\partial \overline{V}^{(2)}}{\partial r} \Big|_{r=r^*(t)}. \quad (18)$$

В случае твердого стержня решение на всех шагах, кроме первого, проводится аналогично.

Здесь также вводим: $\overline{U}^{(1)}(r, t) = U^{(1)}(r, t) - U_\Phi,$

$$\overline{V}^{(1)} = \overline{U}^{(1)} \cdot r.$$

Тогда уравнение, начальное и граничные условия запишутся как:

$$\frac{\partial \overline{V}^{(1)}}{\partial t} = a_1^2 \frac{\partial^2 \overline{V}^{(1)}}{\partial r^2}; \quad (19)$$

$$\overline{V}^{(1)}(R; t) = [f(t) - U_\Phi] \cdot R; \quad (20)$$

$$\overline{V}^{(1)}(r^*, t) = 0; \quad (21)$$

$$\overline{V}^{(1)}(r) = [\varphi^{(1)}(r) - U_\Phi] \cdot r. \quad (22)$$

Вводим новые координаты Z_1 , σ_1 и функцию $\omega^{(1)} = \omega^{(1)}(Z_1, \sigma_1)$:

$$\left. \begin{aligned} Z_1 &= (R-l) \frac{r+Kt}{Kt+R-l}, \\ \sigma_1 &= \frac{a_1^2(R-l)t}{Kt+R-l}, \end{aligned} \right\} (23)$$

$$\omega^{(1)}(Z_1, \sigma_1) = \sqrt{\frac{Kt+R-l}{K}} \cdot \exp \left[\frac{K(r-R+l)^2}{4a_1^2(Kt+R-l)} \right] \omega^{(1)}(Z_1, \sigma_1).$$

Переходя в (19) — (22) к новым переменным и новой функции, будем иметь:

$$\frac{\partial \omega^{(1)}}{\partial \sigma_1} = \frac{\partial^2 \omega^{(1)}}{\partial Z_1^2}; \quad (24)$$

$$\omega^{(1)}(0, \sigma_1) = 0; \quad (25)$$

$$\omega^{(1)}(R-l, \sigma_1) = R \sqrt{\frac{a_1^2(R-l)^2}{K[K\sigma_1 - a_1^2(R-l)]}} \left[f \left(-\frac{(R-l)\sigma_1}{K\sigma_1 - a_1^2(R-l)} \right) - U_\Phi \right] \equiv \mu_1(\sigma_1); \quad (25')$$

$$\omega^{(1)}(Z_1, 0) = \sqrt{\frac{R-l}{K}} \exp \left[\frac{(Z_1-R+l)^2 K}{4a_1^2(R-l)} \right] \cdot [\varphi^{(1)}(Z_1) - U_\Phi] Z_1 \equiv \overline{\varphi}^{(1)}(Z_1). \quad (26)$$

После приведения граничных условий к однородным, будем окончательно иметь:

$$\frac{\partial \omega^{(1)}}{\partial \sigma_1} = \frac{\partial^2 \omega^{(1)}}{\partial Z_1^2} + f^*(Z_1, \sigma_1); \quad (27)$$

$$\omega^{(1)}(0, \sigma_1) = 0; \quad (28)$$

$$\omega^{(1)}(R-l, \sigma_1) \equiv \overline{\mu}_1(\sigma_1) = 0; \quad (29)$$

$$\overline{\omega}^{(1)}(Z_1, 0) = \sqrt{\frac{R-l}{K}} \left\{ \exp \left[\frac{(Z_1-R+l)^2 K}{4a_1^2(R-l)} \right] [\varphi^{(1)}(Z_1) - U_\Phi] \cdot Z_1 - \frac{Z_1 R}{R-l} [f(0) - U_\Phi] \right\} \equiv \varphi_1(Z_1). \quad (30)$$

Здесь

$$f^*(Z_1, \sigma_1) = -\frac{Z_1}{R-l} \frac{\partial \mu_1(\sigma_1)}{\partial \sigma_1} = -\frac{Z_1 R}{R-l} \sqrt{-\frac{a_1^2(R-l)^2}{K[K\sigma_1 - a_1^2(R-l)]}} \times \\ \times \left\{ \frac{K}{2[K\sigma_1 - a_1^2(R-l)]} \cdot \left[f\left(-\frac{\sigma_1(R-l)}{K\sigma_1 - a_1^2(R-l)}\right) - U_\Phi \right] - \frac{df}{d\sigma_1} \right\}.$$

Снова приходим к классической задаче о распределении температуры в ограниченном стержне длиной $R-l$ с неподвижными концами при нулевых граничных и известном начальном условиях. При этом, в отличие от предыдущего случая, в уравнении прибавился член типа источника.

Решение этой задачи имеет вид [3]

$$V^{(1)}(r, t) = [U^{(1)}(r, t) - U_\Phi] \cdot r = \sqrt{-\frac{K[K\sigma_1 - a_1^2(R-l)]}{a_1^2(R-l)^2}} \times \\ \times \exp \left[\frac{(Z_1 - R + l)^2 K}{4[K\sigma_1 - a_1^2(R-l)]} \right] \cdot \left\{ \int_0^{R-l} G_1(Z_1, \sigma_1, \xi, 0) \varphi^{(1)}(\xi) d\xi + \right. \\ \left. + \int_0^{R-l} \int_0^{\sigma_1} G_1(Z_1, \sigma_1, \xi, \tau) f^*(\xi, \tau) d\xi d\tau + \frac{Z_1}{R-l} \mu_1(\sigma_1) \right\}. \quad (31)$$

Отсюда

$$\frac{\partial V^{(1)}}{\partial r} \Big|_{\substack{r=r^*(t) \\ Z_1=0}} = -\frac{K\sigma_1 - a_1^2(R-l)}{a_1^2(R-l)} \sqrt{-\frac{K[K\sigma_1 - a_1^2(R-l)]}{a_1^2(R-l)^2}} \times \\ \times \exp \left[\frac{Ka_1^2(R-l)^2}{4[K\sigma_1 - a_1^2(R-l)]} \right] \cdot \left\{ \int_0^{R-l} \frac{\partial G_1}{\partial Z_1} \Big|_{Z_1=0} \varphi^{(1)}(\xi) d\xi + \right. \\ \left. + \int_0^{R-l} \int_0^{\sigma_1} \frac{\partial G_1}{\partial Z_1} \Big|_{Z_1=1} f^*(\xi, \tau) d\xi d\tau + \frac{\mu_1(\sigma_1)}{R-l} \right\}. \quad (32)$$

и для $\frac{\partial U^{(1)}}{\partial r} \Big|_{r=r^*(t)}$, получим

$$\frac{\partial U^{(1)}}{\partial r} \Big|_{r=r^*(t)} = \frac{1}{r^*(t)} \frac{\partial V^{(1)}}{\partial r} \Big|_{r=r^*(t)}$$

Выражение для G_1 и G_2 совпадают, если везде вместо Z_2 и σ_2 подставить соответственно Z_1 и σ_1

$$\frac{\partial G^{(1)}}{\partial Z_1} \Big|_{Z_1=0} = \frac{1}{2\sqrt{\pi(\sigma_1 - \tau)^3}} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \left[\xi + 2m(R-l) \right] \times \\ \times \exp \left\{ - \frac{[\xi + 2m(R-l)]^2}{4(\sigma_1 - \tau)} \right\}.$$

Для первого шага условие (5') переписывается в виде

$$K_1 = \Psi(f(0)), \text{ так как } f(0) = U_{1\phi}.$$

И, следовательно,

$$V^{(1)}(r, t_1) = \frac{[f(t_1) - f(0)]R}{R - l_1} (r - l_1) + f(0)R.$$

Для второго шага в качестве начального распределения используем:

$$V^{(1)} = V^{(1)}(r, t) \Big|_{t=t_1},$$

$$t_1 = t_0 + \Delta t.$$

Для n -го шага начальным условием будет являться выражение для температуры, полученное для $(n-1)$ -го шага, взятое в конечный для него момент времени, т. е.

$$V^{(1)} = V_{n-1}^{(1)}(r, t_{n-1}).$$

Аналогично и для жидкого стержня. Имея в виду, что выражения (17) и (32) дают нам явный вид зависимостей $\frac{\partial v^{(1)}}{\partial r} \Big|_{r=r^*(t)}$ и $\frac{\partial v^{(2)}}{\partial r} \Big|_{r=t^*(r)}$, можем теперь из (4') определить скорость движения фронта. Для этого запишем (4') для момента времени t_n , являющегося предельным для данного n -го шага

$$\frac{x_2}{r^*(t_n)} \frac{\partial V_n^{(2)}}{\partial r} \Big|_{r=r^*(t_n)} - \frac{x_1}{r^*(t_n)} \frac{\partial V_n^{(1)}}{\partial r} \Big|_{r=r^*(t_n)} = K_{n+1}.$$

Отсюда определяется скорость на $(n+1)$ -м шаге.

Таким образом, поставленная задача разрешена до конца. Она может быть использована при анализе ряда вопросов, связанных с физикой атмосферы. Так, например, кристаллизация является одним из основных факторов, способствующих выпадению осадков из смешанных облаков. Скорость замерзания капель в данном случае в значительной мере предопределяет их интенсивность.

ЛИТЕРАТУРА

1. Вейнберг Б. П. Лёд. М.-Л., ГИТТЛ, 1940.
 2. Палагин Э. Г. Кинетика фазового перехода на границе двух масс значительной протяженности. ИФЖ, т. XI, № 1, 1966.
 3. Тихонов А. Н., Самарский А. А. Уравнения математической физики. М., ГИТТЛ, 1953.
 4. Kost W. Über die Kristallirationsgeschwindigkeit und Phasengrenztemperatur des Wasser, Z. Electrochem, 57, № 6, 1953.
 5. Hillig W. B. and Turnbull D. Theory of cristal growth in undercooled pure liquids. J Chem. Phys., 24, № 4. 1956.
 6. Качурин Л. Г. Решение задачи о затвердевании шара с учетом изменения температуры фронта кристаллизации. ЖТФ, № 3, 1957.
-

ОЦЕНКА ВЛИЯНИЯ ГРАДИРЕН АЭС НА ЗАГРЯЗНЕНИЕ АТМОСФЕРЫ

В настоящее время в связи с ростом промышленного и энергетического строительства всё большую актуальность приобретают вопросы загрязнения атмосферы выбросами дымовых и вентиляционных труб предприятий. На тепловых (ТЭЦ) и атомных (АЭС) электростанциях широкое распространение получили градирни, используемые в качестве теплообменников. Естественно, что они могут оказывать существенное влияние на распространение примесей в атмосфере и их накопление на земной поверхности.

Последнее связано с тем, что в этом случае на турбулентную диффузию накладывается седиментация, ибо водяные капли, поступающие из градирни, оседая на землю, захватывают частицы примеси и способствуют накоплению вредных веществ на земной поверхности. Ситуация особенно усугубляется на АЭС, поскольку при устойчивых метеорологических условиях радиоактивное заражение поверхности земли может достигнуть опасного уровня. Решающим фактором при распространении и накоплении примесей являются внешние метеорологические условия: направление и скорость ветра, термическая стратификация, влажность и температура воздуха.

В настоящей работе предпринята попытка оценить влияние градирен на заражение местности радиоактивными выбросами АЭС. При этом, дабы выявить основные черты рассматриваемого явления, будем исходить из упрощенных предпосылок, считая коэффициенты вертикальной (k_z) и горизонтальной (k_y) турбулентной диффузии в атмосфере постоянными, а скорость ветра u , не зависящей от высоты. Вентиляционную трубу на АЭС, так же как и градирню, будем рассматривать как точечные источники примеси, расположенные на высотах H и h (H и h — соответственно высота трубы и градирни). Эта схематизация вполне допустима, ибо диаметры трубы и градирни в сравнении с общим масштабом распространения примеси до-

статочны малы. Математически задача формулируется следующим образом.

Расположим ось x по ветру, считая, что он направлен по линии, соединяющей трубу и градирню. В инженерном отношении это случай наиболее интересен, поскольку при этом возникают наиболее опасные ситуации.

Уравнение турбулентной диффузии невесомой радиоактивной примеси от стационарного точечного источника

$$u \frac{\partial q}{\partial x} = \kappa_y \frac{\partial^2 q}{\partial y^2} + \kappa_z \frac{\partial^2 q}{\partial z^2} \quad (1)$$

при граничных условиях

$$\left. \begin{aligned} \kappa_z \frac{\partial q}{\partial x} \Big|_{z=0} &= 0, \\ q \Big|_{x=0} &= Q \delta(z-H) \delta(y), \\ q \Big|_{y^2+z^2 \rightarrow \infty} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

имеет решение (см. [1])

$$q(x, y, z) = \frac{Q}{4\pi x \sqrt{\kappa_y \kappa_z}} \exp\left(-\frac{y^2 u}{4\kappa_y x}\right) \left[\exp\left(-\frac{(z-H)^2 u}{4\kappa_z x}\right) + \exp\left(-\frac{(z+H)^2 u}{4\kappa_z x}\right) \right] \quad (3)$$

Здесь q — объемная концентрация; Q — мощность источника, расположенного в точке с координатами $(0, 0, H)$; δ — дельта-функция Дирака. Более точный учет метеоусловий в задаче турбулентной диффузии можно найти в книге Д. Л. Лайхтмана [2].

Уравнение распространения капель влаги, поступающих в атмосферу из градирни, расположенной в точке с координатами $(l, 0, h)$

$$u \frac{\partial N}{\partial x} - w \frac{\partial N}{\partial z} = \kappa_y \frac{\partial^2 N}{\partial y^2} + \kappa_z \frac{\partial^2 N}{\partial z^2} \quad (4)$$

при граничных условиях

$$\left. \begin{aligned} N \Big|_{z=0} &= 0, \\ N \Big|_{x=l} &= M \delta(z-h) \delta(y), \\ N \Big|_{y^2+z^2 \rightarrow \infty} &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

Решение (5), как известно [3], имеет вид

$$N(x, y, z) = \frac{M}{4\pi \sqrt{\kappa_y \kappa_z} x} \exp\left[-\frac{y^2 u}{4\kappa_y x} - \frac{w^2 x}{4\kappa_z u} - \frac{w(z-h)}{2\kappa_z}\right] \times \\ \times \left\{ \exp\left[\frac{-(z-h)^2 u}{4\kappa_z x}\right] - \exp\left[\frac{-(z+h)^2 u}{4\kappa_z x}\right] \right\}, \quad (6)$$

Здесь N — число капель в единице объема; ω — скорость падения капель.

Поток капель на земную поверхность

$$P(x, y) = -\kappa_z \frac{\partial N}{\partial z} \Big|_{z=0}$$

Используя (6), находим, что

$$P(x, y) = \frac{Muh}{4\pi\sqrt{\kappa_y\kappa_z}x^2} \exp \left[-\frac{y^2u}{4\kappa_yx} - \frac{(\omega x - hu)^2}{4\kappa_z ux} \right]. \quad (7)$$

На самом деле в атмосфере происходит захват радиоактивных частиц водными аэрозолями. В этом случае радиоактивное заражение капель в воздухе можно записать в виде

$$\beta q(x, y, z) \cdot N(x, y, z), \quad (8)$$

где β — коэффициент захвата.

Таким образом, в воздухе будет иметь место распределение источников типа (8). Поток примеси на земную поверхность от объемного источника можно получить, рассматривая выражение для потока от точечного источника (7) как функцию Грина, положив $h=z'$

$$P(x, y) = \beta \int_0^x dx' \int_{-\infty}^{\infty} dy' \int_0^{\infty} dz' P(x-x', y-y', z') q(x', y', z') N(x', y', z'),$$

выполнив интегрирование по y' и z' , получим

$$P(x, y) = \frac{\beta MQ}{32\pi^2 \kappa_y \kappa_z} \exp \left[\frac{\omega h}{2\kappa_z} + \frac{\omega^2(l-x)}{4\kappa_z u} \right] \int_0^x \frac{\exp \left(\frac{-y^2 u (2x' - l)}{4\kappa_y (2xx' - xl - x'^2)} \right) \Phi(x, x') dx'}{(2xx' - xl - x'^2)^2}, \quad (9)$$

где

$$\begin{aligned} \Phi(x, x') = & \exp \left[-\frac{H^2 u}{4\kappa_z x'} - \frac{h^2 u}{4\kappa_z (x' - l)} \right] \left\{ \left[x'(H+h) - lH \right] \times \right. \\ & \times \exp \left[\frac{u(x'(H+h) - lH)^2 (x-x')}{4\kappa_z x'(x'-l)(2xx' - xl - x'^2)} \right] - \left[x'(H-h) - lH \right] \times \\ & \left. \times \exp \left[\frac{u(x'(H-h) - lH)^2 (x-x')}{4\kappa_z x'(x'-l)(2xx' - xl - x'^2)} \right] \right\}. \end{aligned}$$

Общее количество радиоактивных веществ, выпавших за единицу времени в полосе l до x , $-\infty < y < +\infty$, можно получить проинтегрировав (9) по x и y ,

$$\pi(x) = \frac{\beta MQ}{16\pi^2 \kappa_z V \pi \kappa_y u} \exp\left(\frac{\omega h}{2\kappa_z} + \frac{\omega^2 l}{4\kappa_z u}\right) \times \\ \times \int_0^x \exp\left(\frac{-\omega^2 t}{4\kappa_z u}\right) \int_0^t \frac{\Phi(t, x') dx' dt}{V(2tx' - tl - x'^2)^2(2x' - l)}. \quad (10)$$

В качестве практической реализации рассматриваемой задачи поставим вопрос о влиянии высоты трубы на накопление примеси на поверхности земли. С этой целью проведен численный расчет величин $P(x, y)$ для $y=0$ и $\pi(x)$ при разных H . Коэффициенты турбулентности приняты $\kappa_z = 10$ м/сек, $\kappa_y = 30$ м/сек, $u = 5$ м/сек, $\omega = 0,76$ м/сек. Расчет велся при $\beta MQ = 1$. Зная реальные значения мощностей выбросов Q и M , а также β можно легко получить величины $P(x, y)$ и $\pi(x)$, умножив их на βMQ .

На рис. 1, 2 даны соответственно функции $P(x, 0)$ и $\pi(x)$ при разных H . Из приведенных расчетов видно, что высота трубы оказывает значительное влияние на условия радиоактивного заражения местности. Это следует учитывать при проектировании АЭС. Однако при этом следует иметь в виду, что полученные результаты выявляют относительное влияние высоты источника на поток зараженных капель на земную поверхность. Для получения реальных концентраций примеси на земной поверхности необходимо учитывать реальные метеорологические условия, а также время, в течение которого сохраняется данная метеорологическая ситуация. В этом смысле следует учитывать повторяемость ветров с неизменным направлением в течение времени, сравнимым с периодом полураспада радиоактивных примесей.

В заключение заметим, что в более полной постановке необходимо учесть изменение ветра и коэффициента турбулентности с высотой, термическую стратификацию, испаряемость капель, зависимость β от размеров частиц. Качественный анализ процесса, проведенный в настоящей работе, не преследует целей достижения высокой точности, но выявляет принципиальные стороны вопроса.

Изложенный подход применим не только к АЭС, но также и ко всем промышленным предприятиям, где использование градирен является необходимым.

В заключение авторы выражают глубокую благодарность Ф. А. Гисиной и Д. Л. Лайхтману за обсуждение работы.

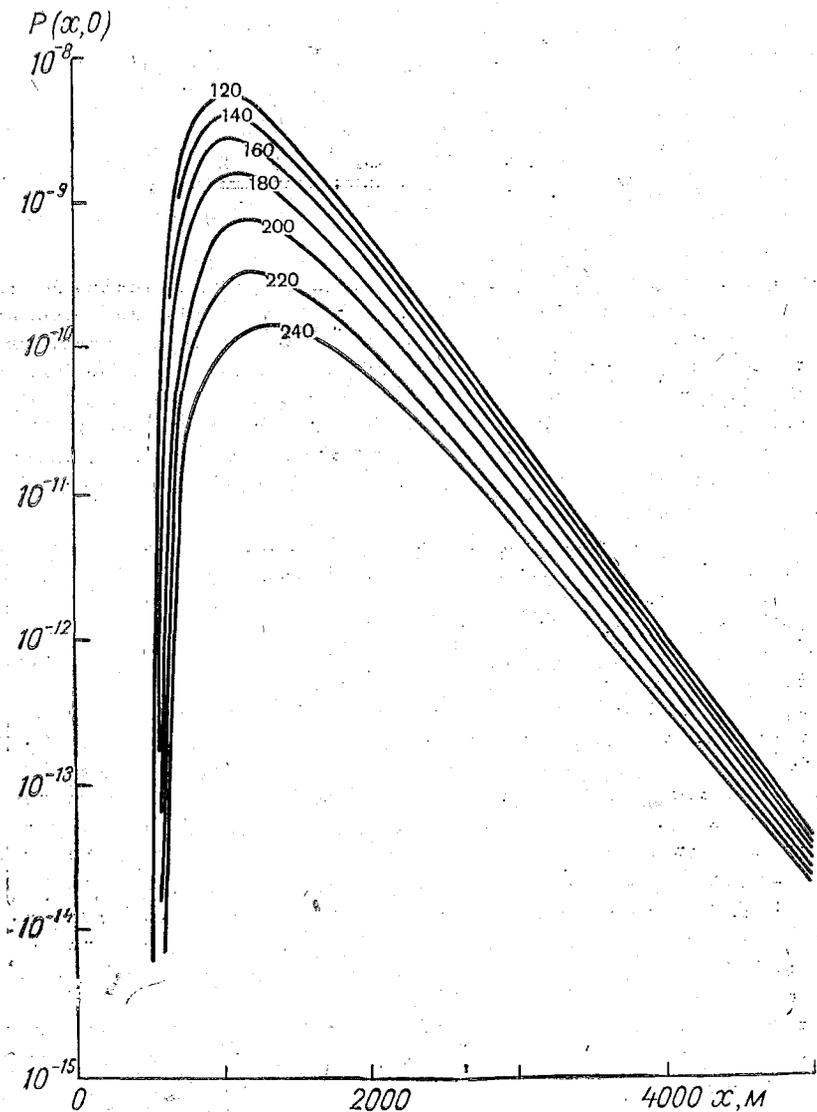


Рис. 1. Поток от объемного источника для разных высот трубы при $u=5$ м/сек, $w=0,76$ м/сек, $v_y=30$ м²/сек, $\kappa_z=10$ м²/сек. Эффективная высота градирни принята 120 м, расстояние между трубой и градирней 400 м.

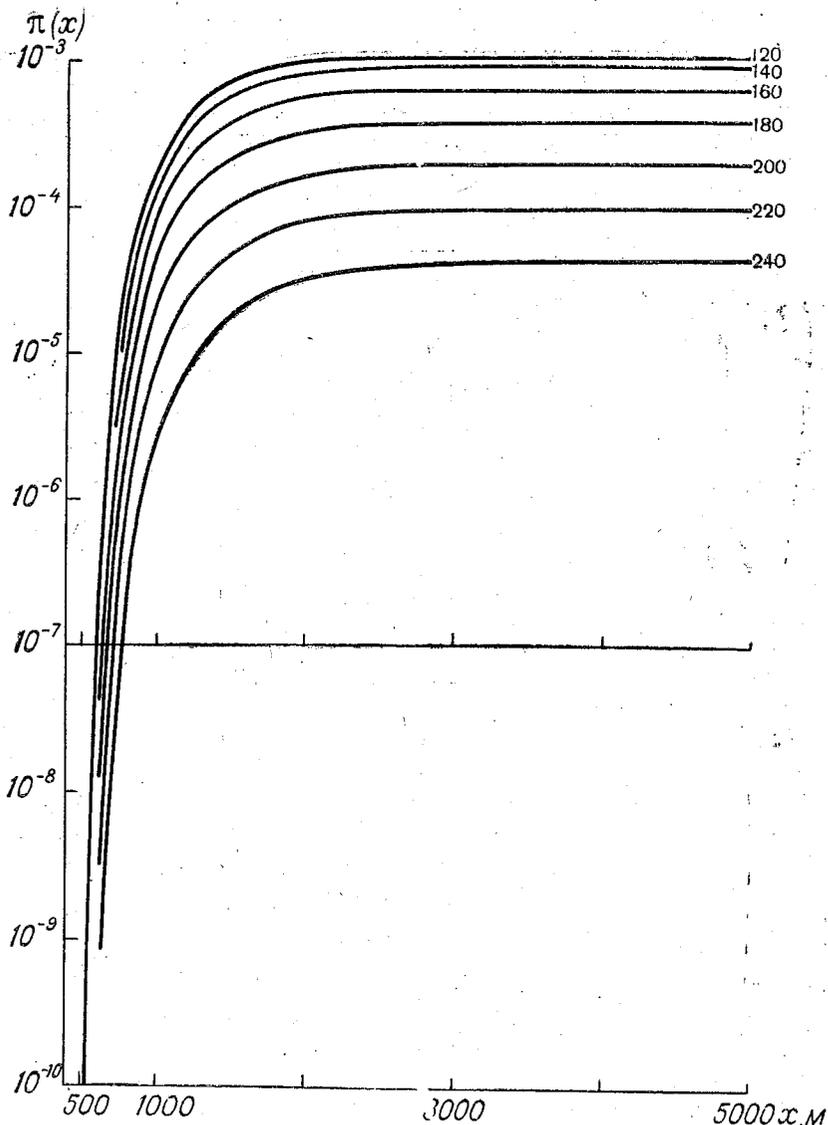


Рис. 2. Интегральный поток от объемного источника в полосе $l \div x$, $-\infty < y < \infty$ на поверхности земли. Условия те же, что и для рис. 1.

ЛИТЕРАТУРА

1. Сеттон О. Г. Микрометеорология. Л., Гидрометеоиздат, 1958.
 2. Лайхтман Д. Л. Физика пограничного слоя атмосферы. Л., Гидрометеоиздат, 1970.
 3. Монин А. С. О граничном условии на поверхности земли для диффундирующей примеси. Сб. «Атмосферная диффузия и загрязнение воздуха». М., ИЛ, 1962.
-

Ф. А. ГИСИНА, Г. А. НАТАНЗОН, Э. Г. ПАЛАГИН, А. М. ПОПОВ

РАСЧЕТ ЗАГРЯЗНЕНИЯ ОКРУЖАЮЩЕЙ СРЕДЫ ВЫБРОСАМИ АТОМНЫХ ЭЛЕКТРОСТАНЦИЙ

В работе [1] рассматривалась упрощенная модель распространения в атмосфере выбросов атомных электростанций (АЭС), учитывающая влияние градирен; при этом скорость ветра и коэффициент турбулентности считались постоянными. Предполагалось также, что взаимодействие примеси с поступающим из градирни капельным облаком, достаточно мало. Решение задачи удалось получить в аналитическом виде. При определенных условиях такая упрощенная модель позволяет сделать качественно правильные выводы о влиянии некоторых факторов на распределение примеси в воздухе и ее накоплении на поверхности.

В данной работе дается более полная постановка и решение задачи о загрязнении воздуха и подстилающей поверхности выбросами АЭС при наличии градирен. При этом учитывается изменение с высотой скорости ветра и коэффициента турбулентности на основе нелинейной модели строения пограничного слоя атмосферы [2—4].

Распределение примеси в воздухе и ее накопление на подстилающей поверхности в значительной степени зависят от метеорологических условий: скорости и направления ветра, термической стратификации, влажности и температуры воздуха. Они определяют средний перенос примеси, интенсивность турбулентной диффузии, а также эволюцию водяного облака, создаваемого градирней.

Задача в целом является очень сложной, причем основная трудность состоит в исследовании формирования и дальнейших изменений облака, порождаемого градирней. Поэтому при первом подходе к решению поставленной задачи будем исходить из некоторой упрощенной модели. Прежде всего, не будем детально анализировать эволюцию водяного облака. Предположим, что в атмосферу из градирни поступают уже сформировавшиеся капли, которые в дальнейшем не меняют своих размеров и не испаряются.

Вентиляционную трубу АЭС и градирню будем рассматривать как точечные источники, расположенные, соответственно, на высотах H и h и удаленные друг от друга на расстояние l по оси x . Эта схематизация вполне допустима, ибо диаметры трубы и градирни малы по сравнению с масштабом распространения примеси. Проведенный в [5] анализ влияния конечных размеров градирни на распределение капель в воздухе оправдывает рассмотрение градирни как точечного источника. Будем также предполагать, что возникающее водяное облако монодисперсно. Последнее ограничение не принципиально и может быть устранено простым расчетом при наличии информации о спектре капель.

При сделанных допущениях задача сводится к решению трех параболических уравнений турбулентной диффузии, описывающих распространение в атмосфере водяных капель $N(x, y, z)$, выходящих из градирни, невесомой примеси $q(x, y, z)$, поступающей из вентиляционной трубы, и радиоактивной примеси $R(x, y, z)$, захваченной каплями и распространяющейся вместе с ними. Уравнения формулируем в декартовой системе координат, в которой ось z перпендикулярна земной поверхности, а ось x направлена вдоль среднего ветра. Будем считать, что ветер дует вдоль линии соединяющей трубу и градирню. Эта ситуация наиболее интересна, так как при этом влияние градирни максимально. Соответствующие уравнения в стационарном случае записываются в виде:

$$u \frac{\partial N}{\partial x} - \frac{\partial}{\partial z} \kappa_z \frac{\partial N}{\partial z} - \frac{\partial}{\partial y} \overline{N'v'} - w \frac{\partial N}{\partial z} = M \delta(x) \delta(y) \delta(z-h); \quad (1)$$

$$u \frac{\partial q}{\partial x} - \frac{\partial}{\partial z} \kappa_z \frac{\partial q}{\partial z} - \frac{\partial}{\partial y} \overline{q'v'} = Q \delta(x-l) \delta(y) \delta(z-H) - \beta N q - \frac{q}{\tau}; \quad (2)$$

$$u \frac{\partial R}{\partial x} - \frac{\partial}{\partial z} \kappa_z \frac{\partial R}{\partial z} - \frac{\partial}{\partial y} \overline{R'v'} - w \frac{\partial R}{\partial z} = \beta N q - \frac{R}{\tau}. \quad (3)$$

В уравнениях (1)–(3) первый член описывает перенос каждой субстанции ветром ($u(z)$ — средняя скорость ветра); второй и третий члены — турбулентное рассеяние по вертикали и вдоль оси y , соответственно ($\kappa_z(z)$ — вертикальный коэффициент турбулентной диффузии; $\overline{N'v'}$, $\overline{q'v'}$ и $\overline{R'v'}$ — осредненные произведения пульсаций концентрации соответствующей субстанции и поперечной (вдоль y) компоненты скорости ветра); четвертое слагаемое в (1) и (3) — гравитационное оседание ($w = \text{const}$ — скорость падения). Правые части (1)–(3) содержат источники. В частности, члены с дельта-функцией Дирака отражают наличие точечных источников примеси и капель (Q , M — количество поступающих в атмосферу в единицу времени радиоактивных

веществ и капель); βNq — рекомбинационный член, характеризующий захват радиоактивных частиц водяными каплями (β — коэффициент захвата, зависящий от размеров частиц и капель)*. Он является стоком в (2) и источником в (3).

Наконец, последние слагаемые в (2) и (3) описывают радиоактивный распад (τ — период полураспада). Для большинства веществ, поступающих в атмосферу из труб АЭС, период полураспада значительно больше характерного временного масштаба диффузии, поэтому при расчете радиоактивным распадом можно пренебречь.

Как показывают экспериментальные данные, распределение примеси в поперечном к среднему ветру направлении y достаточно хорошо описывается законом Гаусса. Поэтому любую из искомых функций можно представить в виде [3]:

$$N(x, y, z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_y^2}} e^{-\frac{y^2}{2\sigma_y^2}} \bar{N}(x, z) \quad (4)$$

(аналогично для $q(x, y, z)$ и $R(x, y, z)$).

В (4) σ_y^2 — поперечная дисперсия частиц, которая предполагается одинаковой для всех субстанций. Она зависит от x и метеорологических условий [8]. Подставив соотношения типа (4) в (1)–(3) и выполнив интегрирование по y от $-\infty$ до $+\infty$, получим:

$$u \frac{\partial \bar{N}}{\partial z} - \frac{\partial}{\partial z} \kappa_z \frac{\partial \bar{N}}{\partial z} - w \frac{\partial \bar{N}}{\partial z} = M\delta(x)\delta(z-h); \quad (5)$$

$$u \frac{\partial \bar{q}}{\partial x} - \frac{\partial}{\partial z} \kappa_z \frac{\partial \bar{q}}{\partial z} = Q\delta(x-l)\delta(z-H) - \frac{\beta \bar{N} \bar{q}}{2\sqrt{\pi\sigma_y}}; \quad (6)$$

$$u \frac{\partial \bar{R}}{\partial x} - \frac{\partial}{\partial z} \kappa_z \frac{\partial \bar{R}}{\partial z} - w \frac{\partial \bar{R}}{\partial z} = \frac{\beta \bar{N} \bar{q}}{2\sqrt{\pi\sigma_y}}. \quad (7)$$

Величины с чертой сверху представляют собой количество вещества в параллелепипеде, имеющем единично поперечное сечение и расположенном в направлении оси y от $-\infty$ до $+\infty$.

Граничные условия задачи следующие:

$$|\bar{q} = \bar{N} = \bar{R} = 0|_{x=0}; \quad (8)$$

$$\left| \kappa \frac{\partial \bar{q}}{\partial z} = \bar{N} = \bar{R} = 0 \right|_{z=z_0}; \quad (9)$$

$$|\bar{q} = \bar{N} = \bar{R} = 0|_{z \rightarrow \infty}, \quad (10)$$

где z_0 — уровень шероховатости, на котором скорость ветра обращается в ноль.

* Вопрос о коэффициенте захвата обсуждается, в частности, в [6], [7].

Первое из условий (9) соответствует полному отражению не-весомой примеси от земной поверхности, а остальные два вытекают из требования полного прилипания к ней капель. Условия (10) записаны, исходя из очевидного факта полного исчезновения примеси при достаточном удалении вверх от источника.

Скорость ветра $u(z)$ и вертикальный коэффициент турбулентности $\kappa_z(z)$ являются функциями высоты и зависят от метеорологических условий. Они численно рассчитаны в [9] как функции внешних безразмерных метеорологических параметров μ и Ro . Первый из них характеризует термическую стратификацию атмосферы ($\mu=0$ — равновесная стратификация, $\mu<0$ — неустойчивость, $\mu>0$ — устойчивость); второй, называемый числом Россби, равен $Ro = \frac{G}{\lambda z_0}$ (G — геострофический ветер, λ — параметр Кориолиса, z_0 — шероховатость подстилающей поверхности). Поскольку в [9] получены универсальные зависимости $u_n(z_n, \mu)$, $\kappa_n(z_n, \mu)$ ($u_n = \frac{x}{v_*} u$, $\kappa_n = \frac{\lambda \kappa}{v_*^2 \lambda^2}$, $z_n = \frac{\lambda}{x v_*} z$, индексом n обозначены безразмерные величины), то удобно привести систему уравнений (5—7) и граничные условия (8—9) к безразмерному виду:

$$u_n \frac{\partial \bar{N}_n}{\partial x_n} - \frac{\partial}{\partial z_n} \kappa_n \frac{\partial \bar{N}_n}{\partial z_n} - w_n \frac{\partial \bar{N}_n}{\partial z_n} = \delta_n(x_n) \delta_n(z_n - h_n); \quad (11)$$

$$u_n \frac{\partial \bar{q}_n}{\partial x_n} - \frac{\partial}{\partial z_n} \kappa_n \frac{\partial \bar{q}_n}{\partial z_n} = \delta_n(x_n - l_n) \delta_n(z_n - H_n) - \frac{\bar{q}_n \bar{N}_n}{\sigma_{yn}(x_n)} \beta_n; \quad (12)$$

$$u_n \frac{\partial \bar{R}_n}{\partial x_n} - \frac{\partial}{\partial z_n} \kappa_n \frac{\partial \bar{R}_n}{\partial z_n} - w_n \frac{\partial \bar{R}_n}{\partial z_n} = \frac{\bar{q}_n \bar{N}_n}{\sigma_{yn}(x_n)} \beta_n; \quad (13)$$

$$\left. \begin{array}{l} \kappa_n \frac{\partial \bar{q}_n}{\partial z_n} = \bar{N}_n = \bar{R}_n = 0 \Big|_{z_n = z_{0n}}; \end{array} \right\} \quad (14)$$

$$\left. \begin{array}{l} \bar{q}_n = \bar{N}_n = \bar{R}_n = 0 \Big|_{x_n = 0}; \end{array} \right\} \quad (15)$$

$$\left. \begin{array}{l} \bar{q}_n = \bar{N}_n = \bar{R}_n = 0 \Big|_{x_n = 0}, \end{array} \right\} \quad (16)$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{где } x_n = \frac{x}{L_x}; \quad L_x = \frac{v_*}{\lambda}; \quad \delta_n = \frac{v_*^2}{\lambda^2} \delta; \quad w_n = \frac{w}{x v_*}; \\ \bar{q}_n = \frac{v_*^2 \bar{q}}{Q \lambda}; \quad \bar{N}_n = \frac{v_*^2 \bar{N}}{M \lambda}; \quad \bar{R}_n = \frac{v_*^2 \bar{R}}{Q \lambda}; \quad \beta_n = \frac{\beta M \lambda x}{2 \sqrt{\pi} v_*^3}; \\ \sigma_{yn} = \frac{x \lambda}{v_*} \sigma_y; \quad h_n = \frac{h}{L_z}; \quad L_z = \frac{v_* x}{\lambda}; \quad H_n = \frac{H}{L_z}; \quad l_n = \frac{l}{L_x}; \end{array} \right\} \quad (17)$$

v_* — динамическая скорость; $\kappa=0,4$ — постоянная Кармана.

Таким образом, можно констатировать, что любая из искомых величин зависит от координат x_n, z_n и параметрически от $H_n, h_n, l_n, w_n, \beta_n, \sigma_{yn}, \mu, R_0$. Из теоретических соображений [4] и опытных данных следует, что $\sigma_{yn} = a_n x_n^\gamma$, где a_n — безразмерный числовой множитель и показатель степени γ зависят от термической стратификации атмосферы [8].

Решения уравнения (11) с граничными условиями (14—16) с использованием этой же модели пограничного слоя получены в работах [10—11].

Решение системы уравнений (11)—(13) с граничными условиями (14)—(16) проводилось численно при различных вариациях параметров H_n, μ, β_n при этом высота градирни h и расстояние l между градирней и трубой были фиксированы.

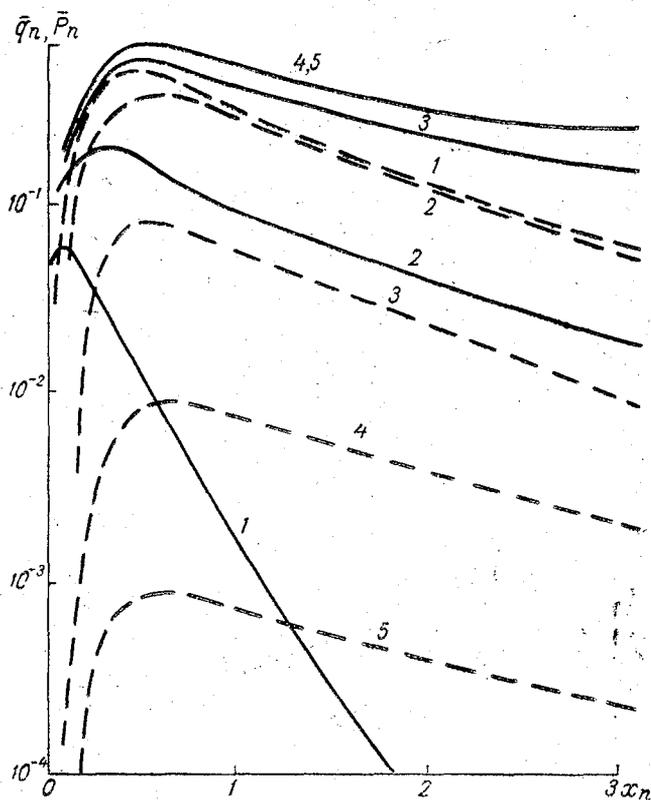


Рис. 1. Зависимость величин \bar{q}_n (сплошная линия) и \bar{p}_n (пунктирная линия) от x_n при разных коэффициентах захвата:

$$1 - \beta_n = 10; \quad 2 - \beta_n = 10; \quad 3 - \beta_n = 1; \quad 4 - \beta_n = 0,1; \quad 5 - \beta_n = 0,01.$$

Кроме того, рассчитывались практически наиболее интересные величины наземной концентрации q_n (при $z_n = z_{0n}$) и потока радиоактивных капель на полосу $-\infty < y < \infty$ единичной ширины за единицу времени, т. е.

$$-\bar{P}_n = -\kappa_n \left. \frac{\partial \bar{R}_n}{\partial z_n} \right|_{z_n = z_{0n}}, \quad (18)$$

$$\text{где } \bar{P}_n = \frac{\bar{P}}{P_0} \text{ и } \bar{P}_0 = \frac{\kappa_0 R_0}{z_0}. \quad (19)$$

При фиксированных h и l основным параметром, характеризующим влияние градиен, является безразмерное число β_n , зависящее от мощности градирни M , коэффициента захвата примеси каплями β , а также, через v_n от μ и R_0 . В качестве примера на рис. 1 приведена зависимость от расстояния x_n безраз-

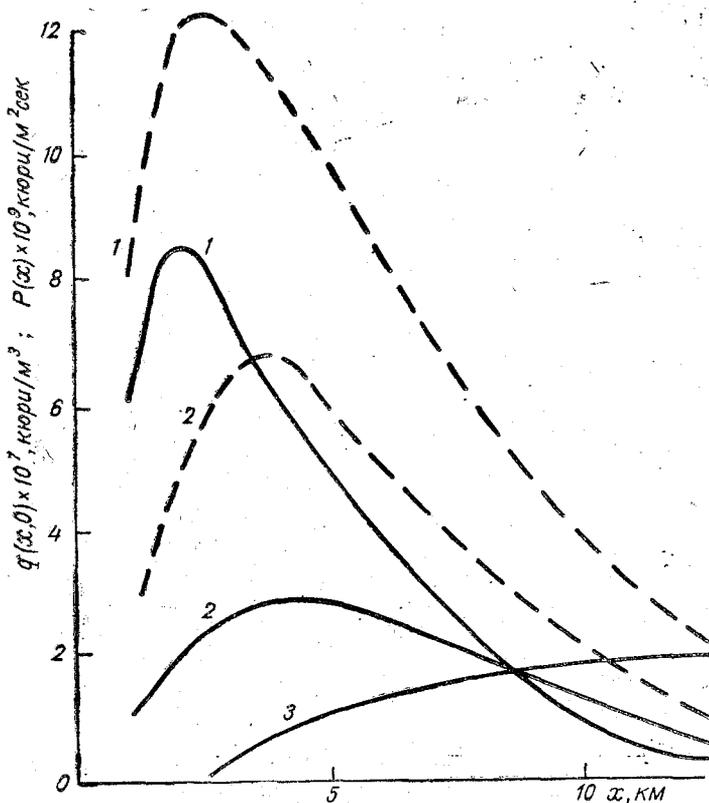


Рис. 2. Изменение концентрации q (сплошная линия) и потока P (пунктирная линия) с расстоянием для разных высот труб:

1— $H=100$ м; 2— $H=150$ м; 3— $H=200$ м.

мерных концентраций \bar{q}_n и потока \bar{P}_n при разных значениях параметра β_n . Видна сильная зависимость величины потока от этого параметра.

В то же время расчеты показали, что пока $\beta_n \leq 1$ градирня не влияет практически на распределение концентрации радиоактивной примеси в воздухе q_n во всем диапазоне рассмотренных значений x_n и z_n при разных внешних параметрах; величина R_n при этих значениях β_n на один-два порядка меньше q_n

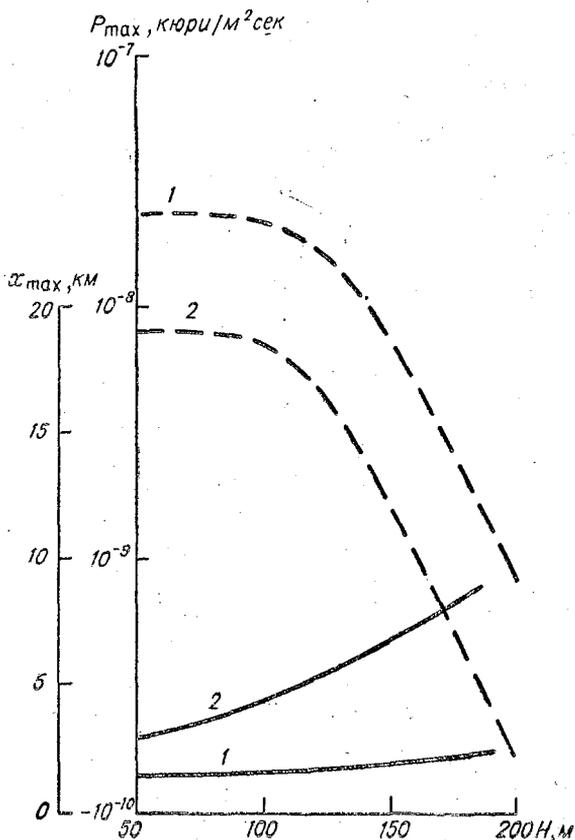


Рис. 3. Положение максимума потока (сплошная линия) и изменение его величины (пунктирная линия) в зависимости от высоты трубы:

1— $\beta_n = -50$; 2— $\beta_n = 50$.

и ее фактически можно не учитывать. При $\beta_n \gg 1$ наличие градирен приводит к изменению распределения q_n (приближению точки максимума к источнику и уменьшению q_n , начиная с опре-

деленных x_n); величина R_n на определенных x_n и z_n становится сравнимой и даже большей q_n и необходимо рассчитывать суммарную концентрацию $q_n + R_n$.

От безразмерных величин легко перейти к размерным, определив масштабы по формулам (17) и (19). Методика определения величины v_n , входящей в формулы для масштабов, по метеорологическим данным и соответствующая номограмма даны в [3].

Ниже приведены некоторые наиболее интересные результаты в размерном виде. На рис. 2 представлены распределения наземной концентрации на оси струи $q(x, 0, 0)$ и потока радиоактивных капель $P(x)$ как функции расстояния от источника при разных высотах вентиляционной трубы (состояние атмосферы слабо неустойчиво $\mu = -20$), геострофический ветер $G = 10$ м/сек. Видно, что при фиксированной высоте трубы точки максимума q и P практически совпадают.

На рис. 3 представлена зависимость от высоты трубы максимальной величины потока P_{\max} и положения максимума x_{\max} при разных метеорологических условиях. При всех высотах труб величина P_{\max} больше при неустойчивых условиях и меньше при устойчивых; величина же x_{\max} увеличивается при усилении устойчивости.

Основным результатом настоящей работы следует считать определение потока радиоактивной примеси на землю. Появление потока приводит к накоплению долгоживущих радиоактивных изотопов, наземная концентрация которых может достигнуть значительной величины.

В заключение авторы выражают благодарность профессору Д. Л. Лайхтману, чьи работы лежат в основе излагаемых результатов, за обсуждение и руководство данной работой.

ЛИТЕРАТУРА

1. Палагин Э. Г., Попов А. М. Оценка влияния градиен АЭС на загрязнение атмосферы. См. наст. сборник.
2. Бобылева И. М., Зилитинкевич С. С., Лайхтман Д. Л. Турбулентный режим в термически стратифицированном планетарном пограничном слое атмосферы. Сб. «Атмосферная турбулентность и распространение радиоволн», М., «Наука», 1967, 179—189.
3. Лайхтман Д. Л. Физика пограничного слоя атмосферы. Л., Гидрометеиздат, 1970.
4. Зилитинкевич С. С. Динамика пограничного слоя атмосферы. Л., Гидрометеиздат, 1970.
5. Натанзон Г. А., Палагин Э. Г. Поток тяжелых частиц от линейного высотного источника. См. наст. сборник.
6. Бютнер Э. К., Гисина Ф. А. Эффективный коэффициент захвата частиц аэрозоля дождевыми и облачными каплями. Труды ЛГМИ, вып. 15, 1963.
7. Гисина Ф. А. К вопросу о коэффициенте захвата аэрозолей. Труды ЛГМИ, вып. 18, 1968.

8. Бютнер Э. К., Лайхтман Д. Л. О рассеянии пассивных частиц от точечного источника в неоднородной среде. Труды ЛГМИ, вып. 15, 1963.
9. Бобылева И. М. Расчет характеристик турбулентности в планетарном пограничном слое атмосферы. Труды ЛГМИ, вып. 40, 1970.
10. Гисина Ф. А., Джолов Г. Д., Лайхтман Д. Л. Распределение концентраций примесей, поступающих в атмосферу от высотного непрерывного точечного источника. Труды ИЭМ, вып. 27, 1972. 70—76.
11. Djolov G. D. On the turbulent diffusion of impurities in the atmosphere's boundary layer. Доклады Болгарской А. Н., т. 23, № 1, 1970.

ПОТОК ТЯЖЕЛЫХ ЧАСТИЦ ОТ ЛИНЕЙНОГО ВЫСОТНОГО ИСТОЧНИКА

Распространение тяжелых частиц, выбрасываемых в атмосферу промышленными объектами, было предметом рассмотрения целого ряда работ (см., например, [1]). При этом источник считался точечным, т. е. не принимались во внимание его геометрические размеры. Подобная схематизация не вносит существенных ошибок при малых скоростях оседания, когда максимум потока примеси на землю находится на расстояниях, значительно больших, чем размер источника. Однако с увеличением размеров частиц, а следовательно, и скоростей седиментации максимум сдвигается ближе к источнику выброса, и поэтому заметно возрастает влияние размеров источника на поток оседающей примеси.

Прежде чем приступить к количественной оценке, проведем качественный анализ процесса, приводящего к возникновению потока тяжелых частиц P на земную поверхность. Источник непрерывного действия будем полагать линейным (протяженностью l) и расположенным на высоте $z=h$. Кроме того, считаем, что рассеяние поступающей из него примеси происходит в условиях горизонтально однородной местности и является стационарным.

В целом процесс диффузии определяется интенсивностью турбулентного обмена. Последний, при упомянутых предпосылках, может быть охарактеризован [2] турбулентным потоком тепла P_0 , удельной теплоемкостью $c_p\rho$, параметром плавучести $\frac{g}{\Theta_0}$ шероховатостью подстилающей поверхности z_0 , величиной геострофического ветра, вместо которого будем использовать скорость ветра на высоте флюгера $u_{фл}$, а также параметром Кориолиса $\lambda=2\omega\sin\varphi^*$. Величина потока, помимо указанных факто-

* Обозначения общепринятые.

ров, зависит от условий выброса, т. е. размера источника l , его высоты h , мощности M и скорости оседания частиц ω .

Таким образом, следует рассмотреть зависимость

$$P/M = \varphi\left(x, \omega, h, l, u_{\text{фл}}, P_0, \rho c_p, \frac{g}{\Theta_0}, \lambda, z_0\right). \quad (1)$$

Величина P/M соответствует потоку по центру струи ($y=0$, $z=0$, ось x направлена по ветру) от источника единичной мощности.

Точка максимума x_m , соответствующая максимальной величине потока P_m/M , может быть определена из условия $\frac{1}{M} \frac{dP}{dx} \Big|_{x=x_m} = 0$. Тогда

$$x_m = \varphi_1\left(\omega, h, l, u_{\text{фл}}, P_0, \rho c_p, \frac{g}{\Theta_0}, \lambda, z_0\right) \quad (2)$$

Подставляя (2) в (1), можем записать

$$P_m/M = \varphi_2\left(\omega, h, l, u_{\text{фл}}, P_0, \rho c_p, \frac{g}{\Theta_0}, \lambda, z_0\right). \quad (3)$$

Анализ размерностей приводит к соотношениям:

$$x_m = h\Phi_1\left(\frac{l}{h}, \frac{\omega}{u_{\text{фл}}}, \frac{\lambda z_0}{u_{\text{фл}}}, \frac{P_0 g}{\rho c_p \Theta_0 \lambda u_{\text{фл}}^2}, \frac{\lambda h}{u_{\text{фл}}}\right); \quad (4)$$

$$P_m = \frac{M}{h^2} \Phi_2\left(\frac{l}{h}, \frac{\omega}{u_{\text{фл}}}, \frac{\lambda z_0}{u_{\text{фл}}}, \frac{P_0 g}{\rho c_p \Theta_0 \lambda u_{\text{фл}}^2}, \frac{\lambda h}{u_{\text{фл}}}\right). \quad (5)$$

Если пренебречь шероховатостью местности и влиянием силы Кориолиса*, то безразмерные величины $\frac{\lambda z_0}{u_{\text{фл}}} \ll 1$ и $\frac{\lambda h}{u_{\text{фл}}} \ll 1$ можно из рассмотрения исключить. Тогда для случая нейтральной стратификации $\left(\frac{P_0 g}{\rho c_p \Theta_0 \lambda u_{\text{фл}}^2} = 0\right)$ будем иметь:

$$\frac{h}{x_m} = \tilde{\Phi}_1\left(\frac{l}{h}, \frac{\omega}{u_{\text{фл}}}\right); \quad (6)$$

$$P_m = \frac{M}{h^2} \tilde{\Phi}_2\left(\frac{l}{h}, \frac{\omega}{u_{\text{фл}}}\right). \quad (7)$$

Из (6) и (7) ясно, что пренебрежение размером источника возможно при отношении $\frac{l}{h} \ll 1$, которое выполняется не всегда.

* Из физического смысла задачи ясно, что при $z_0=0$ и $\lambda=0$ искомые функции не имеют особенностей.

При $\frac{\omega}{u_{\text{фл}}} \leq 1$, что чаще всего и имеет место, и при $\frac{l}{h} \ll 1$ справедливы разложения:

$$\frac{h}{x_m} = c_0 + c_1 \frac{l}{h} + c_2 \frac{\omega}{u_{\text{фл}}} + \dots$$

$$P_m = \frac{M}{h^2} \left(\tilde{c}_0 + \tilde{c}_1 \frac{l}{h} + \tilde{c}_2 \frac{\omega}{u_{\text{фл}}} + \dots \right).$$

Здесь $\tilde{c}_0 \equiv \tilde{\Phi}_1(0,0)$; $c_1 \equiv \frac{\partial \tilde{\Phi}_1(0,0)}{\partial \left(\frac{l}{h}\right)}$; $c_2 \equiv \frac{\partial \tilde{\Phi}_1(0,0)}{\partial \left(\frac{\omega}{u_{\text{фл}}}\right)}$;

коэффициенты \tilde{c}_0 , \tilde{c}_1 , \tilde{c}_2 связаны с функцией $\tilde{\Phi}_2$ аналогичным образом.

Наиболее простой результат получается для точечного источника ($l=0$). Если $\omega=0$, то $x_m \rightarrow \infty$ и $P_m=0$ и, следовательно, $c_0=c_0=0$. Тогда в линейном приближении имеем:

$$x_m = c_2 \frac{u_{\text{фл}} h}{\omega}; \quad (8)$$

$$P_m = \tilde{c}_2 \frac{M \omega}{u_{\text{фл}} h^2}. \quad (9)$$

Далее перейдем к математической постановке задачи. Если пренебречь турбулентной диффузией в направлении среднего ветра, то стационарное уравнение диффузии для линейного источника с плотностью $\rho(x) \neq 0$ при $0 \leq x \leq l$ может быть записано в виде

$$u \frac{\partial N}{\partial x} - \frac{\partial}{\partial y} \left(\overline{N'v'} \right) - \omega \frac{\partial N}{\partial z} - \frac{\partial}{\partial z} \kappa \frac{\partial N}{\partial z} = \rho(x) \delta(y) \delta(z-h), \quad (10)$$

где N — объемная концентрация частиц в воздухе; $\kappa(z)$ — вертикальный коэффициент диффузии; $\overline{N'v'}$ — осредненные произведения пульсаций концентрации примеси и поперечной (вдоль y) компоненты скорости ветра.

На основании многочисленных экспериментов установлено, что распределение примеси в направлении y , поперечном к среднему ветру, хорошо описывается законом Гаусса [2], так что

$$N(x, y, z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_y^2}} \exp \left[-\frac{y^2}{2\sigma_y^2} \right] \overline{N}(x, z). \quad (11)$$

Величина среднеквадратичного рассеяния $\sigma_y^2(x)$ зависит от метеорологических условий. Подставляя соотношение (11)

в (10) и учитывая, что на бесконечности концентрация примеси равна нулю, после интегрирования по y от $-\infty$ до ∞ получим

$$u \frac{\partial \bar{N}}{\partial x} - w \frac{\partial \bar{N}}{\partial z} - \frac{\partial}{\partial z} \kappa \frac{\partial \bar{N}}{\partial z} = \rho(x) \delta(z-h). \quad (12)$$

Граничные условия:

$$\left. \begin{aligned} \bar{N}|_{z=z_0} &= 0, \\ \bar{N}|_{z \rightarrow \infty} &\rightarrow 0; \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

$$\bar{N}|_{x=-l/2} = 0. \quad (14)$$

Первое из условий (13) означает, что на земной поверхности имеет место прилипание, а второе соответствует вполне очевидному требованию об исчезновении примеси на больших высотах. Условие (14) справедливо в пренебрежении диффузией вдоль оси x .

Удобно представить линейный источник как суперпозицию точечных источников мощностью $M_i = \frac{l}{m} \rho(x_i)$, расположенных в точках $x_i = \frac{il}{m}$ ($i=1, 2, \dots, m$). Обозначая через n_i суммарную концентрацию, создаваемую первыми i источниками, будем искать на интервале $x_i \leq x \leq x_{i+1}$ решение дифференциального уравнения

$$u \frac{\partial n_i}{\partial x} - \frac{\partial}{\partial z} \kappa \frac{\partial n_i}{\partial z} - w \frac{\partial n_i}{\partial z} = 0 \quad (15)$$

с граничными условиями (13) и:

$$\left. \begin{aligned} n_i|_{x=x_i} &= M_i \frac{\varphi(z)}{u(h)}, \\ n_i|_{x=x_i} &= M_i \frac{\varphi(z)}{u(h)} + n_{i-1}(x_i, z). \end{aligned} \right\} \quad (16)$$

В качестве функции $\varphi(z)$ выбиралось нормированное на единицу (решение дифференциального уравнения (12) с постоянными коэффициентами u и κ аналогично тому, как это было сделано в работе [1]. Величина $N(x, z)$ определялась путем решения (15) с граничными условиями (13) и

$$\bar{N}|_{x=x_{m+1}} = n_m.$$

Конкретные численные расчеты проводились при разных w для источника высотой 100 м и длиной 50 м в предположении равномерной плотности $\rho(x) = \text{const}$ и единичной мощности выброса. При этом изменение коэффициента турбулентности $\kappa(z)$

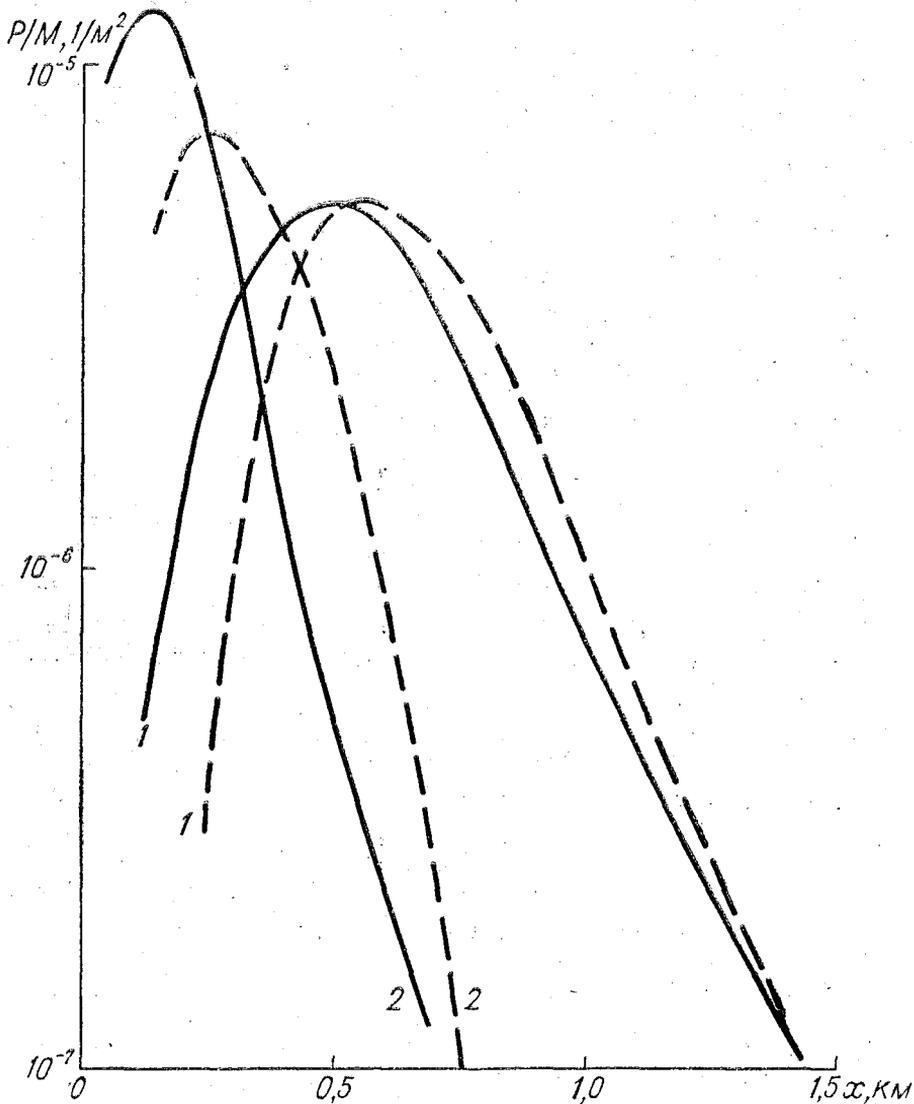


Рис. 1. Изменение потока с расстоянием при различных скоростях оседания для линейного и точечного источников:

—— точечный источник; ---- линейный источник; 1— $W=0,75$ м/сек; 2— $W=2$ м/сек.

и скорости ветра $u(z)$ с высотой определялось на основе нелинейной модели строения пограничного слоя атмосферы и соответствующих расчетов, проведенных в [3]. Скорость геострофического ветра принималась равной 5 м/сек , а $\mu = -50$ (см. [3]), что соответствует сильной термической неустойчивости. С целью сравнения расчеты проводились как для линейного, так и для точечного источников одинаковой мощности (точечный источник совмещается с серединой линейного). Полученные величины пересчитывались в соответствии с соотношением (11) при $y=0$, т. е. на оси струи.

На рис 1. даны величины потоков примеси $P(x)$ при $z=0$ для $w=0,75 \text{ м/сек}$, 2 м/сек . Как и следовало ожидать, увеличение веса примеси приводит к резкому сдвигу максимума в сторону источника. Из приводимых данных видно увеличение влияния протяженности источника с ростом размера частиц. Как показали дополнительные расчеты, максимум потока для более легкой примеси ($w=0,5 \text{ м/сек}$) лежит на расстоянии нескольких километров от источника, причем заметный спад наблюдается лишь на расстоянии порядка 20 км . На небольших расстояниях от источника, на которых собственно и сказывается влияние его размеров, поток на подстилающую поверхность в случае легкой примеси оказывается слишком малым и не представляет особого интереса. Поэтому конечные размеры источника следует учитывать лишь для скоростей порядка 1 м/сек и более.

С необходимостью учитывать конечные размеры источника приходится сталкиваться при работе различных промышленных объектов и, в частности, при наличии градиен на тепловых электростанциях, когда имеется захват примеси каплями с последующим оседанием.

ЛИТЕРАТУРА

1. Арраго Л. Р., Швец М. Е. К вопросу распространения тяжелой однородной примеси из высотного источника. Труды ЛГМИ, вып. 15, 1963.
2. Лайхтман Д. Л. Физика пограничного слоя атмосферы. Л., Гидрометеониздат, 1970.
3. Бобылева И. М. Расчет характеристик турбулентности в планетарном пограничном слое атмосферы. Труды ЛГМИ, вып. 40, 1970.

РАСПРЕДЕЛЕНИЕ АЭРОЗОЛЕЙ ВБЛИЗИ НЕОДНОРОДНОЙ ПОДСТИЛАЮЩЕЙ ПОВЕРХНОСТИ

Приземный воздух характерен наличием мельчайших частиц, поступающих в него из различного рода наземных источников. К ним относятся: частицы почвы, горных пород и дыма, вулканическая и радиоактивная пыль, ионы, продукты работы промышленных предприятий и др. Благодаря своим малым размерам, радиус которых не превышает 10—20 мкм, они длительное время находятся в атмосфере и переносятся горизонтальными и вертикальными воздушными потоками. Такие диспергированные частицы обычно принято называть аэрозолями.

Аэрозоли играют существенную роль в развитии некоторых атмосферных явлений. Например, многие из них могут быть ядрами конденсации, являющимися важным фактором при образовании туманов и выпадении осадков. Повышенная концентрация аэрозолей, особенно вблизи источников, например в промышленных городах, приводит к ухудшению видимости атмосферы и ее загрязнению. Все это определяет значительный интерес к исследованиям распределения аэрозолей в атмосфере.

Пользуясь известными уравнениями переноса вещества, можно найти распределение концентрации аэрозолей при перемещении воздушной массы. Задача сводится к интегрированию следующего дифференциального уравнения:

$$u(z) \frac{\partial S}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial z} \kappa(z) \frac{\partial S}{\partial z} - w \frac{\partial S}{\partial z}, \quad (1)$$

где $S(x, z)$ — концентрация аэрозолей в некоторой точке с горизонтальной и вертикальной координатами x и z ; $u(z) = u_0 z$ — горизонтальная составляющая скорости ветра; $\kappa(z) = \kappa_0 z$ — коэффициент турбулентного обмена; w — постоянная гравитационная скорость выпадания аэрозолей.

Предполагается, что неизвестная функция $S(x, z)$ удовлетворяет следующим граничным условиям:

1) известно распределение концентрации в набегающем воздушном потоке

$$S(x, z) \Big|_{x=0} = S_0 e^{-\beta z^2}, \quad (2)$$

где $\beta > 0$;

2) известно распределение концентрации на уровне $z=0$

$$S(x, z) \Big|_{\substack{z=0, \\ x>0}} = S_1(x); \quad (3)$$

3) концентрация на уровне $z \rightarrow \infty$ постоянна

$$S(x, z) \Big|_{z \rightarrow \infty} = \infty \quad (4)$$

Применим к уравнению (1) и условиям (2)–(4) интегральное преобразование по переменной z и обозначим

$$y(x, \lambda) = \int_0^{\infty} S(x, z) z f(\lambda, z) dz. \quad (5)$$

Учитывая, что

$$\begin{aligned} \int_0^{\infty} \frac{\partial}{\partial z} \left(z \frac{\partial S}{\partial z} \right) f(\lambda, z) dz &= z f(\lambda, z) \frac{dS}{dz} \Big|_{z=0} - z S(x, z) \frac{df}{dz} \Big|_{z=0} + \\ &+ \int_0^{\infty} S(x, z) \frac{\partial}{\partial z} \left(z \frac{\partial f}{\partial z} \right) dz, \\ \omega \int_0^{\infty} \frac{\partial S}{\partial z} f(\lambda, z) dz &= \omega f(\lambda, z) S(x, z) \Big|_{z=0} - \omega \int_0^{\infty} S(x, z) \frac{\partial f}{\partial z} dz, \end{aligned}$$

уравнение (1) представим в следующем виде:

$$\begin{aligned} u_0 \cdot \frac{dy}{dx} &= \kappa_0 \int_0^{\infty} S(x, z) z \left(\frac{d^2 f}{dz^2} + \frac{1 + \frac{\omega}{\kappa_0}}{z} \cdot \frac{df}{dz} \right) dz + \\ &+ \kappa_0 z f(\lambda, z) \frac{dS}{dz} \Big|_{z=0} - \kappa_0 z S(x, z) \frac{df}{dz} \Big|_{z=0} - \omega f(\lambda, z) S(x, z) \Big|_{z=0}. \end{aligned}$$

Выберем $f(\lambda, z)$ так, чтобы

$$\frac{d^2 f}{dz^2} + \frac{1 + \frac{\omega}{\kappa_0}}{z} \frac{df}{dz} = -\lambda^2 f(\lambda, z). \quad (6)$$

Уравнение (6) есть дифференциальное уравнение для функций Бесселя. Выберем его интеграл в виде

$$f(\lambda, z) = z^{-p} J_p(\lambda z),$$

где
$$p = \frac{1}{2} \frac{\omega}{\kappa_0}.$$

Обозначая через

$$y(x, \lambda) = \int_0^{\infty} S(x, z) z^{-p} J_p(\lambda z) z dz \quad (7)$$

и используя условия (3) и (4), а также свойства функций Бесселя, получим линейное уравнение

$$\frac{dy}{dx} + \frac{\lambda^2}{\alpha} y(x, \lambda) - \frac{2^{1-p} \lambda^p}{\alpha \Gamma(p)} \cdot S_1(x) = 0. \quad (8)$$

Решение уравнения (8) имеет вид

$$y(x, \lambda) = e^{-\frac{\lambda^2}{\alpha} x} \left[S_0 \int_0^{\infty} e^{-\beta \zeta} \zeta^{1-p} J_p(\lambda \zeta) d\zeta + \frac{2^{1-p} \lambda^p}{\alpha \Gamma(p)} \int_0^x S_1(\nu) e^{\frac{\lambda^2}{\alpha} \nu} d\nu \right]. \quad (9)$$

Здесь $\Gamma(p)$ — гамма-функция; $\alpha = \frac{u_0}{\kappa_0}$.

На основании формул обращения Фурье-Бесселя

$$\Phi(\lambda) = \int_0^{\infty} F(z) J_p(\lambda z) z dz; \quad F(z) = \int_0^{\infty} \Phi(\lambda) J_p(\lambda z) \lambda d\lambda$$

для функции (7) найдем оригинал

$$S(x, z) = z^p \int_0^{\infty} y(x, \lambda) J_p(\lambda z) \lambda d\lambda. \quad (10)$$

После подстановки решения (9) в формулу (10) найдем

$$\begin{aligned} S(x, z) = & S_0 \left(\frac{\alpha}{\alpha + 4\beta x} \right)^{1-p} e^{-\frac{\alpha \beta z^2}{\alpha + 4\beta x}} \left\{ 1 - \Gamma \left[p, \frac{\alpha^2 z^2}{4x(\alpha + 4\beta x)} \right] \right\} + \\ & + \frac{\alpha^p}{\Gamma(p)} \left(\frac{z}{2} \right)^{2p} \int_0^x \frac{S_1(\nu)}{(x-\nu)^{1+p}} \cdot e^{-\frac{\alpha z^2}{4(x-\nu)}} d\nu, \quad (11) \end{aligned}$$

где $\Gamma(p, x) = \frac{1}{\Gamma(p)} \int_x^{\infty} e^{-\xi} \xi^{p-1} d\xi$ — неполная гамма-функция, вычисления которой выполняются с помощью таблиц [2].

В качестве примера рассмотрим перенос аэрозолей над поверхностью, не имеющей источников. В этом случае формула (11) может быть представлена лишь первым ее слагаемым

$$S(x, z) = S_0 \left(\frac{\alpha}{\alpha + 4\beta x} \right)^{1-p} e^{-\frac{\alpha\beta z^2}{\alpha + 4\beta x}} \left\{ 1 - \Gamma \left[p, \frac{\alpha^2 z^2}{\mu x (\alpha + 4\beta x)} \right] \right\}. \quad (12)$$

Для вычислений по формуле (12) выберем начальное распределение концентраций аэрозолей $S_0(w)$, как указано в табл. 1.

Примем также: $\beta = 10^{-2}$, $u_0 = 1 \text{ м} \cdot \text{сек}^{-1}$, $\kappa_0 = 0,2$ и $0,4 \text{ м}^2/\text{сек}$, $z = 2$ и 20 м и для $x = 100, 1000$ и 2000 м рассчитаем концентрацию $S(x, z)$.

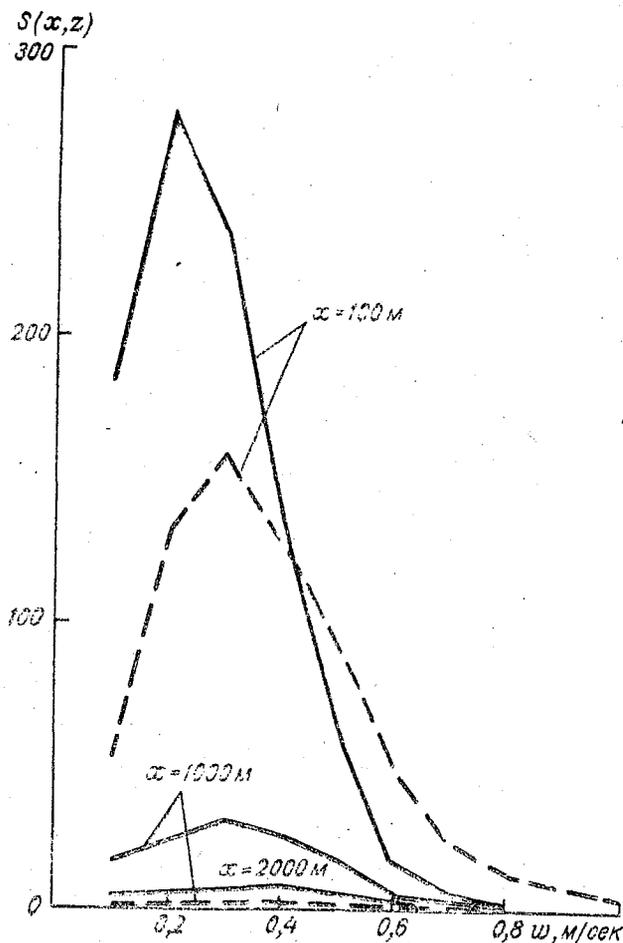


Рис. 1.

Таблица 1

$\omega, \text{ м/сек}$			0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0
$S_0(\omega) 10^{-3}$			1,0	3,0	4,5	5,0	4,5	3,0	2,0	1,5	1,2	1,0
$K_0,$ $\text{м}^2/\text{сек}$	$z, \text{ м}$	$x, \text{ м}$	$S(x, z)$									
	0,2	2	500	40	63	45	20	9,0	1,2	0,3	0,15	0,072
1000			13	18	13,5	7,5	1,8	0,6	0,12	0,045	0,012	0,004
5000			0,6	1,2	1,35	0,5	0,135	0,03	0,01	0,0015	0,0006	0,0001
20		500	20	105	292	375	473	336	230	180	156	140
		2000	16,8	90	157	255	200	141	80	45	24	15
		5000	3,8	12	15,7	12,5	5,85	2,7	1,0	0,45	0,18	0,1
0,4	2	500	30	84	54	40	27,0	12	6	2,25	1,56	0,9
		1000	12	15	13,5	10	6,75	3,3	2,0	0,75	0,24	0,15
		5000	0,25	0,09	0,0135	0,0015	0	0	0	0	0	0
	20	500	18	105	234	275	270	210	190	127	96	70
		1000	10	54	103	130	105	84	54	39	30	22
		5000	1	4,5	9,9	11	9	5,7	2,4	1,35	0,72	0,5

На основании таблицы построим кривые зависимости концентрации аэрозолей от скорости их выпадания ω для выбранных значений координат x и z (рис. 1, 2).

На рис. 1 приведено распределение концентраций для высоты 2 м, а на рис. 2 — для высоты 20 м. Сплошными линиями нанесены зависимости для $\kappa_0 = 0,2 \text{ м}^2/\text{сек}$, а пунктирными — для $\kappa_0 = 0,4 \text{ м}^2/\text{сек}$.

Результаты расчетов показывают, что концентрация аэрозолей быстро убывает с увеличением расстояния x . В частности, на расстоянии $x = 2000 \text{ м}$ концентрация уменьшается в тысячи раз. Увеличение коэффициента турбулентности приводит к уменьшению концентрации для всех x и z .

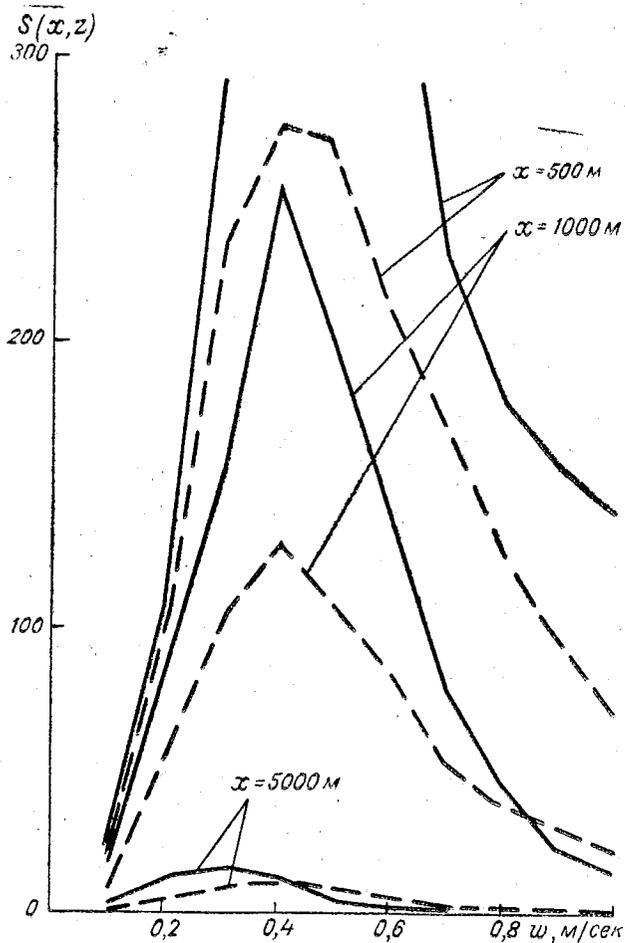


Рис. 2.

Рисунки показывают также, что для высоты 20 м концентрация аэрозолей в интервале скоростей выпадания $\psi = 0,2—0,7$ м/сек несколько больше, чем в том же интервале для высоты 2 м. Очевидно, в связи с турбулентностью часть аэрозолей уносится в верхние слои атмосферы.

В заключение приношу глубокую благодарность профессору Д. Л. Лайхтману за ценные указания при выполнении данной работы.

ЛИТЕРАТУРА

1. Градштейн И. С. и Рыжик И. М. Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений. М., Госиздат, 1962.
2. Слуцкий Е. Е. Таблицы для вычисления неполной гамма-функции и функции вероятности. М., Изд-во АН СССР, 1950.

ПЕРЕНОС АЭРОЗОЛЕЙ ОТ НАЗЕМНОГО ИСТОЧНИКА В ПРИЗЕМНОМ СЛОЕ АТМОСФЕРЫ

Практический интерес представляют исследования переноса аэрозолей в результате адвекции от наземного источника конечной протяженности. При этом важно определить концентрацию аэрозолей и распределение их спектра в зависимости от расстояния указанного источника до исследуемого пункта и от коэффициента турбулентности воздушной массы.

Для этого воспользуемся решением (11), найденным в работе [1]:

$$S(x, z) = S_0 \left(\frac{\alpha}{\alpha + 4\beta x} \right)^{1-p} e^{-\frac{\alpha\beta z^2}{\alpha + 4\beta x}} \left\{ 1 - \Gamma \left[p, \frac{\alpha^2 z^2}{4x(\alpha + 4\beta x)} \right] \right\} + \\ + \frac{\alpha^p}{\Gamma(p)} \left(\frac{z}{2} \right)^{2p} \int_0^x \frac{S_1(\nu)}{(x-\nu)^{1+p}} e^{-\frac{\alpha z^2}{4(x-\nu)}} d\nu, \quad (1)$$

где $\alpha = \frac{u_0}{\kappa_0}$; $p = \frac{1}{2} \cdot \frac{w}{\kappa_0}$;

w — постоянная гравитационная скорость выпадения аэрозолей; κ_0 и u_0 — значения коэффициента турбулентности и скорости ветра на единичной высоте z_1 ; $S_1(x)$ — распределение концентрации аэрозолей на подстилающей поверхности вдоль пути x движения воздушной массы. Остальные обозначения те же, что и в работе [1].

Разобьем, как это было выполнено в работе [2], подстилающую поверхность на n однородных участков, имеющих различные концентрации аэрозолей $S_{1, n}$:

$$S_1(x) = S_{1, 1} [\sigma_1(x-0) - \sigma_1(x-x_1)] + S_{1, 2} [\sigma_1(x-x_1) - \\ - \sigma_1(x-x_2)] + \dots + S_{1, n} [\sigma_1(x-x_{n-1}) - \sigma_1(x-x_n)] = \\ = \sum_{n=1}^{m} (S_{1, n} - S_{1, n-1}) \sigma_1(x-x_{n-1}),$$

где $\sigma_1(x-x_{n-1})$ — единичная функция,

$$\sigma_1(x-x_{n-1}) = \begin{cases} 1 & x > x_{n-1}, \\ 0 & x < x_{n-1}, \end{cases} \quad x_{1-1} = 0, \quad S_{1, 1-1} = 0.$$

Тогда второй интеграл решения (1) примет вид

$$\begin{aligned} & \frac{\alpha^p}{\Gamma(p)} \left(\frac{z}{2}\right)^{2p} \sum_{n=1}^m (S_{1, n} - S_{1, n-1}) \int_0^x \frac{\sigma_1(y-x_{n-1})}{(x-y)^{1+p}} \cdot e^{-\frac{\alpha z^2}{4(x-y)}} dy = \\ & = \sum_{n=1}^m (S_{1, n} - S_{1, n-1}) \Gamma\left[p, \frac{\alpha z^2}{4(x-x_{n-1})}\right] \sigma_1(x-x_{n-1}), \end{aligned} \quad (2)$$

где $\Gamma(p, z) = \frac{1}{\Gamma(p)} \int_z^\infty e^{-z} z^{p-1} dz$ — неполная гамма-функция.

Если принять концентрацию в набегающем воздушном потоке отсутствующей ($S_0=0$), то решение (1) с учетом интеграла (2) может быть представлено следующим выражением:

$$S(x, z) = \sum_{n=1}^m (S_{1, n} - S_{1, n-1}) \Gamma\left[p, \frac{\alpha z^2}{4(x-x_{n-1})}\right] \sigma_1(x-x_{n-1}). \quad (3)$$

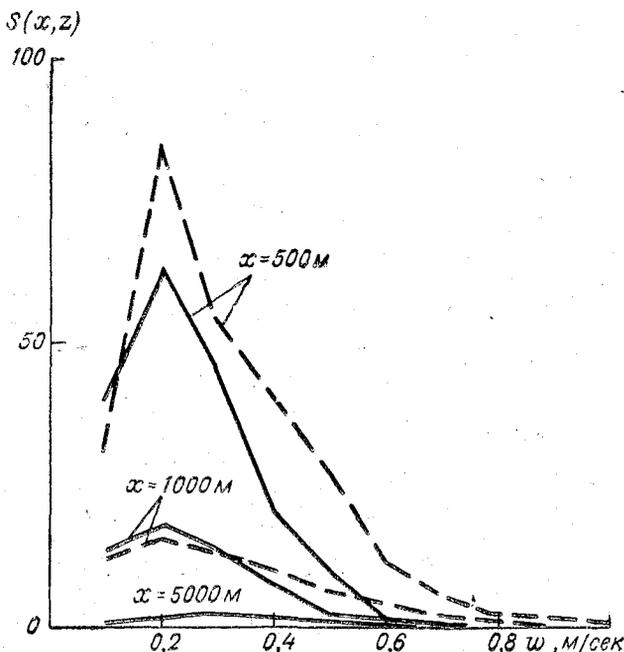


Рис. 1.

Таблица 1

$w, \text{ м/сек}$			0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0
$S_0(w)$			1000	3000	4500	5000	4500	3000	2000	1500	1200	1000
$\kappa_0, \text{ м}^2/\text{сек}$	$z, \text{ м}$	$x, \text{ м}$	$S(x, z)$									
0,2	2	100	184	276	235	136	66	18	5,2	1,8	0,6	0,3
		1000	17,6	24	31	25	17,1	5,1	2,4	1,7	0,8	0,25
		2000	3,0	5,1	6,6	7,0	4,5	1,9	1,0	0,5	0,4	0,2
	20	100	85	282	455	560	514	382	340	315	240	200
		1000	66	165	202	160	114	55,2	21,6	12,4	7,31	4,0
		2000	23	44	55,7	56	42,3	14,7	8,4	6,0	4,2	2,2
0,4	2	100	54,1	132	160	129	94	51,2	24,4	13	9,3	5
		1000	0,42	1,08	1,14	1,2	0,9	0,15	0,07	0,015	0,008	0,002
		2000	0,06	0,15	0,18	0,12	0,085	0,048	0,02	0,012	0,062	0,002
	20	100	71	239	397	510	500	360	300	220	185	165
		1000	15,3	47,8	74	50,5	27,4	2,0	0,84	0,5	0,34	0,08
		2000	8,3	12,3	17,1	17,0	14,8	0,9	0,62	0,4	0,3	0,06

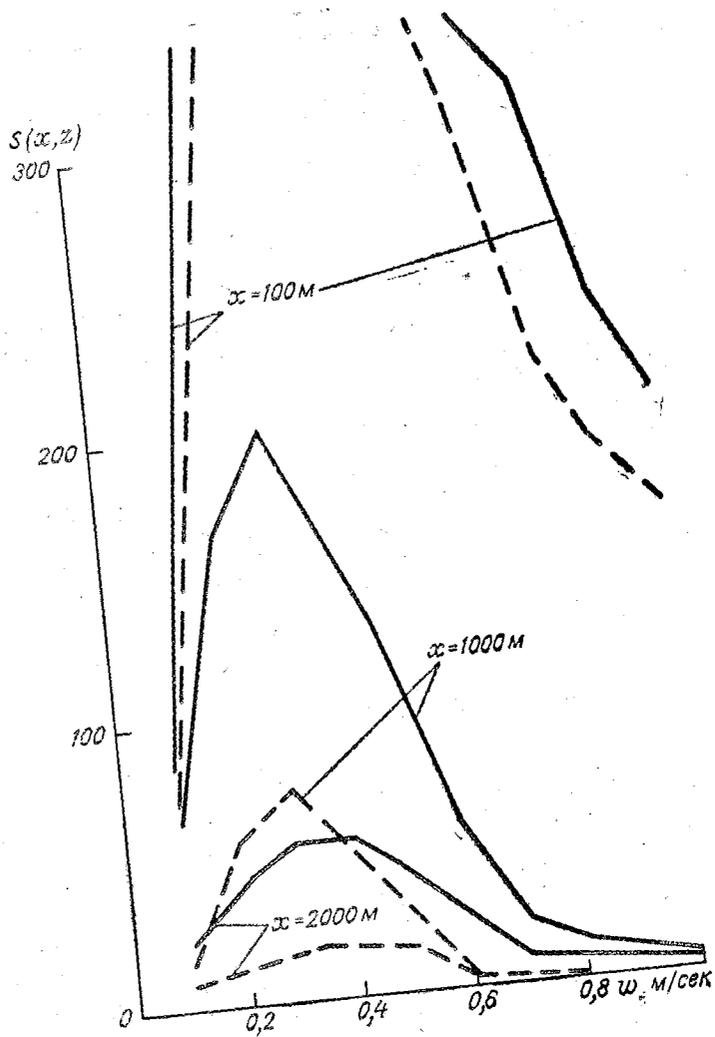


Рис. 2.

Формула (3) с помощью таблиц [3] позволяет подсчитать концентрацию аэрозолей и их спектр от действия лишь наземных источников.

Предположим, что имеется один такой источник протяженностью $\Delta x = x_2 - x_1$ с концентрацией S_1 . Источники аэрозолей в областях $0 - x_1$ и $x_2 - x$ отсутствуют. Тогда формула (3) примет вид

$$S(x, z) = S_1 \left\{ \Gamma \left[p, \frac{\alpha z^2}{4(x-x_1)} \right] \sigma_1(x-x_1) - \Gamma \left[p, \frac{\alpha z^2}{4(x-x_2)} \right] \sigma_1(x-x_2) \right\}. \quad (4)$$

Для вычислений по формуле (4) выберем начальное распределение концентраций аэрозолей $S_0(w)$, как указано в табл. 1. Примем также: $u_0 = 1 \text{ м} \cdot \text{сек}^{-1}$, $\kappa_0 = 0,2$ и $0,4 \text{ м}^2/\text{сек}$, $z = 2$ и 20 м , $x_1 = 100 \text{ м}$ и $x_2 = 200 \text{ м}$. Рассчитаем концентрацию для значений $x = 500, 1000$ и 5000 м и результаты расчетов сведем в таблицу.

Построим кривые зависимости концентрации аэрозолей от скорости их выпадения w для выбранных значений координат x и z (рис. 1 и 2).

На рис. 1 приведено распределение концентраций для высоты 2 м , а на рис. 2 — для высоты 20 м . Сплошными линиями нанесены зависимости для $\kappa_0 = 0,2 \text{ м}^2/\text{сек}$, а пунктирными — для $\kappa_0 = 0,4 \text{ м}^2/\text{сек}$.

Результаты расчетов показывают, что с увеличением расстояния x концентрация аэрозолей быстро убывает и для $x = 5000 \text{ м}$ практически равна нулю.

Расчеты также показывают, что для малых высот ($z = 2 \text{ м}$) и небольших расстояний ($x = 500 \text{ м}$) увеличение турбулентности приводит к росту концентрации (рис. 1). Для больших расстояний ($x = 1000$ и 5000 м) увеличение турбулентности уменьшает концентрацию. На высоте $z = 20 \text{ м}$ вследствие турбулентности (рис. 2) концентрация аэрозолей выше, чем у поверхности земли.

ЛИТЕРАТУРА

1. Е р м и л о в С. Н. Распределение аэрозолей вблизи неоднородной подстилающей поверхности. (См. настоящий сборник).
2. Е р м и л о в С. Н. Трансформация температурного поля над неоднородной подстилающей поверхностью. Вопросы турбулентной диффузии в приземном слое атмосферы. Труды ЛГМИ, вып. 18, 1963.
3. С л у ц к и й Е. Е. Таблицы для вычисления неполной гамма-функции и функции вероятности. М., Изд-во АН СССР, 1950.

ВЛИЯНИЕ ПРОФИЛЕЙ ТЕМПЕРАТУРЫ И ВЛАЖНОСТИ В ПЛАНЕТАРНОМ ПОГРАНИЧНОМ СЛОЕ НА ПОТОКИ ДЛИННОВОЛНОВОЙ РАДИАЦИИ

В статье [1] был предложен ряд номограмм для расчета потоков и притоков длинноволновой радиации в атмосфере по приземным данным. Атмосфера считалась стандартной ($\gamma = 0,6^\circ/100 \text{ м}$), изменение влажности с высотой описывалось эмпирической функцией [2]

$$q = q_0 \cdot 10^{-\frac{z}{11,8} - \frac{z^2}{62}}. \quad (1)$$

В расчетах использовалась эмпирическая функция пропускания, предложенная Шехтер [3]

$$D(m) = 0,471 \cdot e^{-0,696\sqrt{u}} + 0,529 \cdot e^{-8,94\sqrt{u}}. \quad (2)$$

Полученные при этом номограммы по существу аналогичны графикам Ковалевой и позволяют рассчитать потоки и притоки длинноволновой радиации на любой высоте и в любой слой по заданной температуре и удельной влажности у поверхности земли. Определенные таким образом величины потоков и притоков, конечно, не могут претендовать на большую точность и, в основном, могут рассматриваться как некоторые ориентировочные характеристики, полезные при оценке радиационного охлаждения воздушных масс в задачах общей циркуляции атмосферы. Не обсуждая здесь возможные ошибки, возникающие в рассчитанных величинах потоков и притоков радиации, связанных с использованием эмпирической функции пропускания (2), укажем только на возможность искажения величин потоков и притоков радиации за счет неправильного описания профилей температуры и влажности в планетарном пограничном слое. Действительно, если для свободной атмосферы параметры стандартной атмосферы в среднем удовлетворительно описывают распределение температуры и влажности, то в пограничном слое могут наблюдаться градиенты температуры значительно отли-

чающиеся от $0,6^\circ/100$ м. Если к тому же учесть, что в пограничном слое сосредоточена основная часть оптической массы атмосферы, то становится очевидным, что неправильная аппроксимация профилей температуры и влажности в пограничном слое может вызывать заметные ошибки в величинах и распределении потоков и притоков длинноволновой радиации. Исследование данного вопроса представляет интерес не только для уточнения ранее предложенных номограмм, но и для построения моделей пограничного слоя, учитывающих радиационные процессы.

Рассмотрим политропную атмосферу, состоящую из двух слоев с разными градиентами температуры и разной аппроксимацией вертикального распределения влажности:

при $P > P_1$

$$\left. \begin{aligned} \gamma_1 &= 4, 3, 2, 1, -1, -2^\circ\text{C}/100 \text{ м}, \\ q &= q_1 \cdot 10^{-(z-z_1) \cdot 11,8 - (z-z_1)^2/2}, \\ z &= \frac{T_0}{\gamma_1} \left[1 - \left(\frac{P}{P_0} \right)^{\frac{R_c \gamma_1}{g}} \right]; \end{aligned} \right\} (3)$$

при $P \leq P_1$

$$\left. \begin{aligned} \gamma_0 &= 0,6^\circ/100 \text{ м}, \\ q &= q_m(T, P) \cdot 0,8, \\ z &= \frac{T_1}{\gamma_0} \left[1 - \left(\frac{P}{P_1} \right)^{\frac{R_c \gamma_0}{g}} \right] + z_1. \end{aligned} \right\} (4)$$

Здесь R_c — универсальная годовая постоянная для сухого воздуха; g — ускорение силы тяжести; q_1 , T_1 , P_1 — удельная влажность, температура и давление на высоте z_1 ; q_m — насыщающая удельная влажность.

Расчет потоков и притоков длинноволновой радиации для разных величин T_0 (от 263° до 313°) выполнен на ЭВМ «БЭСМ-3» при $P_1 = 970$ мб ($z_1 = 3,0$ м) и $P_1 = 850$ мб ($z_1 = 1500$ м). Второй вариант является менее интересным, так как во всем пограничном слое редко наблюдаются большие градиенты температуры. Задание больших градиентов в нижнем 300-метровом слое хорошо отвечает реальному распределению температуры и оказывает заметное влияние на величины потоков и притоков радиации. Сравнение рис. 1 а, б и рис. 2 показывает, что в зависимости от задания больших градиентов во всем пограничном слое (рис. 1 а, б) или в его нижней 300-метровой части (рис. 2) меняется заметно распределение притоков длинноволновой радиации во всей атмосфере (A и B — потоки длинноволновой радиации соответственно вниз и вверх). Особенно заметно это изменение при $T_0 = 263^\circ$. Из рис. 2 видно, что с ростом T_0 увеличивается высота максимума притока радиации и исчезает минимум притока на высотах около 2 км. Характер вертикального

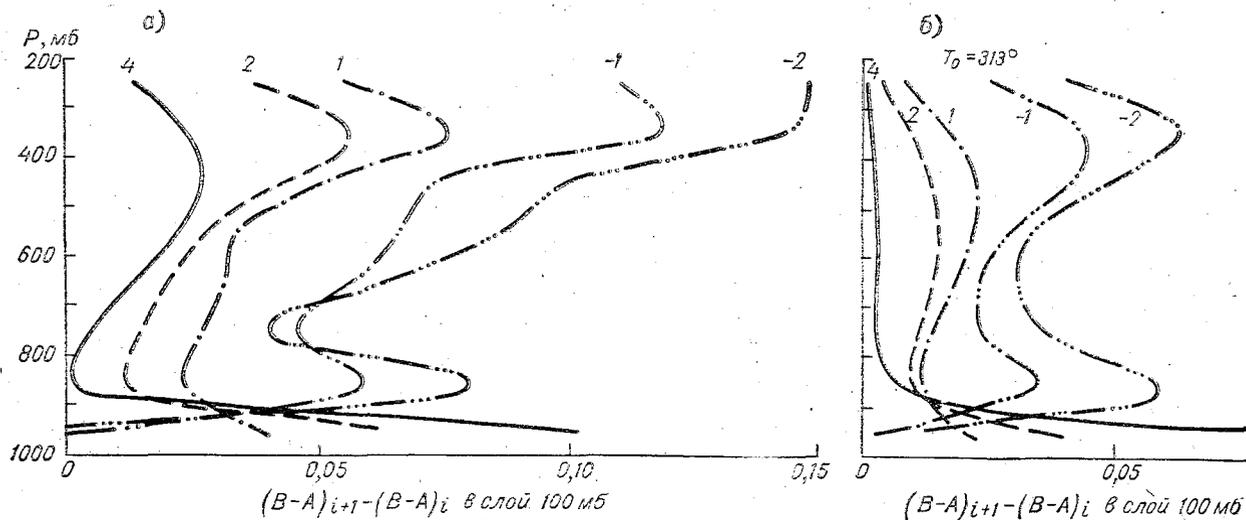


Рис. 1. Вертикальное распределение притока длинноволновой радиации $(B-A)_{i+1} - (B-A)_i$ в слой толщиной 100 мб ($\text{кал/см}^2 \cdot \text{мин}$), $P_1 = 850$ мб, $z_1 \cong 1,5-2$ км:
 а- $T_0 = 263^\circ$; б- $T_0 = 313^\circ$. Цифры на кривых - значения температурного градиента.

распределения температуры в слое 300 м у поверхности земли заметно влияет на приток радиации до высоты пограничного слоя (при $T_0=263^\circ$) и до высоты 550 мб поверхности (при $T_0=313^\circ$). В интервале высот от 850 мб до 550 мб для $T_0=263^\circ$ и от 550 мб до 450 мб для $T_0=313^\circ$ профиль температуры в нижнем 300-метровом слое влияет слабо, но выше указанных высот, в области максимума притока радиации, влияние его заметно

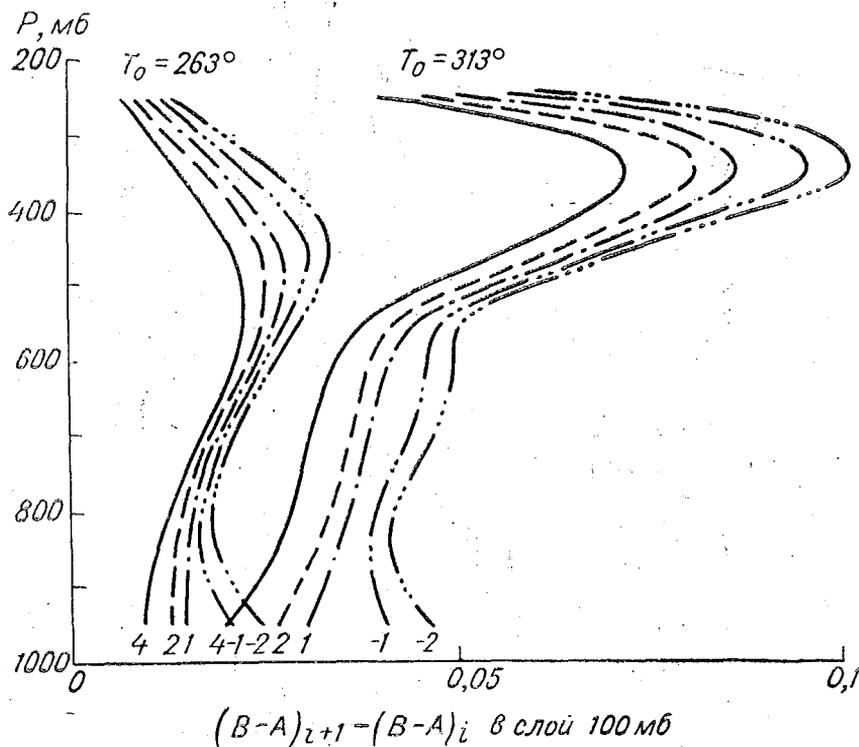


Рис. 2. Вертикальное распределение притока длинноволновой радиации $(B-A)_{i+1} - (B-A)_i$ в слой толщиной 100 мб ($\text{kcal/cm}^2 \cdot \text{мин}$), $P_1 \cong 970$ мб, $z_1 = 300$ м:

Цифры на кривых — значения температурного градиента.

возрастает. Температура у поверхности земли определяет различие не только в профиле притоков, но и в величине их. На рис. 3 а, б показано вертикальное распределение притоков длинноволновой радиации в пограничном слое при $z_1 = 300$ м. Общий вид зависимости притоков от высоты сохраняется при разных T_0 ; однако при $T_0 = 313^\circ$ амплитуда изменения притока увеличивается примерно в 2 раза. Интересным фактом является то, что приток радиации в слой 990—980 мб практически не зависит от

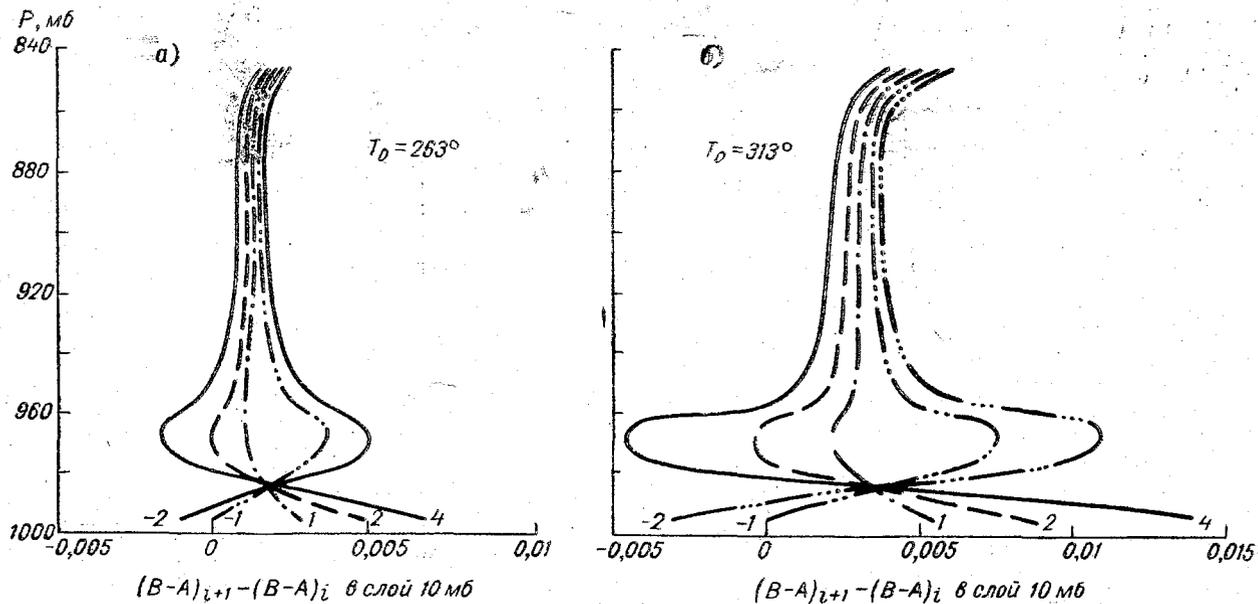


Рис. 3. Вертикальное распределение притока длинноволновой радиации $(B-A)_{i+1} - (B-A)_i$ для пограничного слоя атмосферы в слой 10 мб (кал/см²·мин), $P_1 \cong 970$ мб, $z_1 = 360$ м:
 $\alpha - T_0 = 263^\circ$; $\beta - T_0 = 313^\circ$. Цифры на кривых — значения температурного градиента.

выбора γ_1 . Влияние γ_1 заметно возрастает вниз и вверх от этого слоя, максимальное влияние совпадает с высотой максимума притока радиации (около 970 мб). Приток радиации в слой от 1000 до 990 мб может вызывать при $\gamma_1 = 4^\circ/100$ м изменение температуры около $0,3^\circ/\text{час}$, а при $\gamma_1 = -2^\circ/100$ м всего около $0,06^\circ/\text{час}$. Полученные здесь результаты указывают на необходимость более точного учета вертикального распределения температуры в нижней части пограничного слоя и подтверждают предположение о том [4], что лучистые притоки тепла могут служить важным фактором в формировании режима пограничного и даже приземного слоя атмосферы.

ЛИТЕРАТУРА

1. Воробьев В. И., Радикевич В. М. Расчет номограмм для приближенной оценки потоков длинноволновой радиации в атмосфере. Труды ЛГМИ, вып. 40, 1970.
2. Матвеев Л. Т. Основы общей метеорологии. Физика атмосферы. Л., Гидрометеониздат, 1965.
3. Шехтер Ф. Н. К вычислению лучистых потоков тепла в атмосфере. Труды ГГО, вып. 22, 1950.
4. Монин А. С. О турбулентном обмене над океанами. ДАН, т. 175, № 4, 1967.

ИНТЕГРАЛЬНАЯ ФУНКЦИЯ ПРОПУСКАНИЯ СОЛНЕЧНОЙ РАДИАЦИИ В БЛИЗКОЙ ИНФРАКРАСНОЙ ОБЛАСТИ СПЕКТРА

В работе [1] была предложена интегральная функция пропускания для близкой инфракрасной области спектра (0,7—4,0 мкм), учитывающая поглощение углекислым газом и водяным паром.

В настоящей работе даются некоторые уточнения к предложенной функции пропускания. Во-первых интегральная функция пропускания рассчитана для более широкой области спектра 0,7—5,0 мкм (вместо рассмотренной ранее области спектра 0,7—4,0 мкм). Следует отметить, что это изменение очень мало сказывается на интегральной функции пропускания, поскольку в области от 4,0 до 5,0 мкм нет полос поглощения. Неучитываемая доля радиации при длинах волн больших 5,0 мкм составляет всего 0,5% от солнечной постоянной, что, по-видимому, является несущественным для энергетических расчетов. Во-вторых, расчеты проведены по более точным спектральным данным. Если в предыдущей работе использовались удобные для расчетов, но приближенные формулы Шифрина-Авасте [2] (аппроксимирующие экспериментальные данные Говарда-Берча-Вильямса [3]), то здесь расчеты производились по формулам такого же вида, как и предложенные в работе [3]:

$$A_1(x) = \bar{c}x \text{ при } x < x_{\text{крит}}; \quad (1)$$

$$A_2(x) = \bar{C} + \bar{D} \lg x \text{ при } x > x_{\text{крит}}. \quad (2)$$

где $A_i(x)$ — функция поглощения каждой полосы ($i=1, 2$); \bar{c} , \bar{C} , \bar{D} — экспериментальные коэффициенты; $x = \sqrt{\omega \cdot (p+e)^{\kappa}}$ (P и e в мм рт. ст.); ω — масса водяного пара; $x_{\text{крит}}$ — постоянная для каждой полосы пара; κ — константа для полос водяного пара, равная 0,3.

При этом коэффициенты в формулах (1), (2) взяты не из самой работы [3], а согласно уточненным данным С. В. Зверевой [4], более тщательно аппроксимировавшей исходные экспериментальные данные. Использованные параметры приводятся в табл. 1.

Таблица 1

Параметры для расчета поглощения в полосах водяного пара согласно данным [3] и [4]

Полоса λ , $\mu\text{км}$	$\Delta\nu$, см^{-1}	\bar{c}	\bar{C}	\bar{D}	χ крит.
0,94	1400	0,0218	—	—	—
1,1	1000	0,0254	-0,050	0,263	3,050
1,38	1500	0,1047	0,040	0,542	2,250
1,87	1100	0,1390	0,135	0,417	1,625
2,7	1060	0,3440	0,320	0,490	0,726
3,2	540	0,0767	-0,195	0,825	4,570

Для полос 0,72 и 0,8 $\mu\text{км}$ поглощение, как и в предыдущей работе, рассчитывалось по данным Фоуля [5] в аппроксимации [2]. Для полос углекислого газа уточнение не производилось ввиду их относительно малого влияния на интегральную функцию пропускания.

Распределение энергии в солнечном спектре за пределами атмосферы принято по Джонсону [6].

Уточненная интегральная функция пропускания при различных сочетаниях масс водяного пара и углекислого газа при нормальном давлении приводится в табл. 2. Здесь w — масса водяного пара в сантиметрах сконденсированной воды; u — масса углекислого газа в сантиметрах столба при нормальных условиях. Отличие от предложенной ранее функции пропускания в большинстве случаев невелико, но при больших массах водяного пара может достигать 10%.

Из табл. 2 видно, что влияние углекислого газа на интегральную функцию пропускания невелико. Если учесть кроме того, что между содержанием углекислого газа и водяного пара в столбе атмосферы существует корреляция, то нет необходимости рассматривать зависимость от обеих поглощающих субстанций. Можно ограничиться зависимостью только от массы водяного пара, взяв при этом функцию пропускания при среднем соотношении между массами водяного пара и углекислого газа в атмосфере (аналогично тому, как это делалось в работе [1]).

Данные табл. 2 аппроксимированы аналитической функцией

$$D(w, u) = 0,878e^{-0,0922\sqrt{w}} + 0,122e^{-2,99\sqrt{w}}. \quad (3)$$

Интегральная функция пропускания для различных поглощающих масс водяного пара и углекислого газа

w	u														
	0	0,0162	0,04	0,10	0,25	0,64	1,61	4,0	10,0	25,0	63,1	100	161	255	316
0	1,0	0,998	0,996	0,995	0,994	0,992	0,990	0,988	0,987	0,985	0,983	0,981	0,979	0,978	0,977
0,0001	0,997	0,995	0,993	0,992	0,991	0,989	0,987	0,985	0,984	0,983	0,981	0,979	0,977	0,975	0,973
0,00025	0,995	0,993	0,991	0,990	0,989	0,987	0,986	0,984	0,982	0,981	0,979	0,977	0,976	0,974	0,972
0,00062	0,992	0,990	0,989	0,987	0,986	0,984	0,983	0,981	0,979	0,978	0,976	0,974	0,972	0,971	0,970
0,0016	0,987	0,985	0,984	0,983	0,981	0,980	0,978	0,977	0,975	0,973	0,971	0,970	0,968	0,967	0,966
0,004	0,979	0,977	0,976	0,975	0,973	0,972	0,970	0,969	0,967	0,965	0,963	0,962	0,960	0,958	0,957
0,010	0,966	0,964	0,963	0,962	0,960	0,959	0,958	0,956	0,955	0,953	0,952	0,951	0,950	0,948	0,947
0,025	0,949	0,947	0,946	0,945	0,944	0,943	0,942	0,941	0,939	0,938	0,936	0,935	0,934	0,932	0,931
0,062	0,925	0,924	0,923	0,922	0,921	0,920	0,919	0,918	0,916	0,915	0,913	0,912	0,911	0,909	0,908
0,16	0,892	0,891	0,891	0,890	0,889	0,888	0,887	0,886	0,885	0,884	0,883	0,882	0,881	0,880	0,879
0,40	0,854	0,853	0,853	0,852	0,851	0,851	0,850	0,849	0,848	0,847	0,846	0,845	0,844	0,843	0,842
1,0	0,811	0,810	0,810	0,809	0,808	0,808	0,807	0,807	0,806	0,806	0,805	0,804	0,803	0,802	0,801
2,53	0,760	0,759	0,759	0,759	0,759	0,758	0,758	0,757	0,757	0,756	0,755	0,755	0,754	0,753	0,752
6,35	0,699	0,699	0,699	0,699	0,699	0,698	0,698	0,698	0,697	0,697	0,696	0,696	0,695	0,694	0,693
10,0	0,663	0,663	0,663	0,663	0,663	0,663	0,662	0,662	0,662	0,661	0,661	0,660	0,660	0,659	0,658

Максимальная погрешность формулы (3) для среднего соотношения между w и u (подчеркнутые значения) составляет 0,6% при $w=10,0$ см. Формула (3) получена при нормальном давлении. Влияние переменного давления на пути луча предлагается учитывать путём введения эффективной массы. (Подробно этот вопрос обсуждался в работе [1]).

В табл. 3 приводятся разные варианты интегральной функции пропускания:

1а — функция пропускания, полученная в работе [1, таблица];

1б — функция пропускания из работы [1] (аналитическая аппроксимация по формуле $D(w, u) = 0,835e^{-0,1Vw} + 0,165e^{-1,68Vw}$);

2а — функция пропускания, полученная в настоящей работе (табл. 2);

2б — аналитическая аппроксимация, полученная в настоящей работе по формуле (3);

3 — функция пропускания, полученная по интегральным формулам Зверевой [4] для водяного пара и по формулам Шифрина-Авасте [2] для углекислого газа.

Как видно из табл. 3, различные варианты интегральной функции пропускания хорошо совпадают между собой. Этого и следовало ожидать, поскольку всюду в основу положены одни

Таблица 3

Сравнение различных вариантов интегральной функции пропускания

w	1а	1б	2а	2б	3
0	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0
0,0001	0,994	0,994	0,995	0,995	0,995
0,00025	0,990	0,990	0,991	0,993	0,993
0,00062	0,985	0,986	0,987	0,989	0,989
0,0016	0,978	0,980	0,981	0,983	0,981
0,0040	0,969	0,972	0,972	0,974	0,972
0,0100	0,955	0,959	0,958	0,961	0,963
0,025	0,937	0,942	0,941	0,942	0,943
0,062	0,911	0,914	0,916	0,916	0,919
0,16	0,878	0,882	0,884	0,883	0,890
0,40	0,835	0,837	0,846	0,847	0,851
1,0	0,783	0,783	0,804	0,807	0,811
2,53	0,720	0,723	0,754	0,759	0,770
6,35	0,647	0,652	0,694	0,696	0,703
10,0	0,606	0,609	0,658	0,655	0,670

и те же экспериментальные данные. Разница вызвана погрешностями различных способов расчета и аппроксимацией.

Таким образом, табл. 3 еще раз подтверждает незначительную погрешность предлагаемой интегральной функции пропускания. Функция пропускания, предлагаемая в настоящей работе, и функция пропускания, рассчитанная по формулам работы [4], совпадают с точностью до 2%. При этом функция пропускания, согласно формуле (3), более проста и удобна для расчетов, поскольку, во-первых, она учитывает поглощение углекислым газом (хотя в качестве входного параметра используется масса водяного пара) и, во-вторых, представляется одним аналитическим выражением при любых массах (в отличие от трех аналитических выражений, предложенных в работе [4]).

Следует, однако, подчеркнуть, что удовлетворительная точность представления интегральной функции пропускания не может служить гарантией удовлетворительной точности при расчетах притоков солнечной радиации и радиационных изменений температур, поскольку последние представляют собой малые разности больших величин. Необходимо более подробно исследовать погрешности, получающиеся при расчетах притоков радиации (радиационных изменений температур) с помощью интегральных функций пропускания.

ЛИТЕРАТУРА

1. Евсеев А. М. Г., Подольская Э. Л. Интегральная функция пропускания солнечной радиации в близкой инфракрасной области спектра. Труды ЛГМИ, вып. 40, 1970.
2. Шифрин К. С., Авасте О. А. Потоки коротковолновой радиации в безоблачной атмосфере. Исследования по физике атмосферы. ИФА АН ЭССР, № 2, 1960.
3. Howard J. N., Burch D. E., Williams D. Infrared transmission through synthetic atmospheres. J. Optical Soc. Amer., vol. 46. pp. 186, 237, 334, 452, 1956.
4. Зверева С. В. Прозрачность атмосферы в полярных районах. Автореферат кандидатской диссертации, Л., 1967.
5. Fowle F. E. Transparency of aqueous vapour. Astrophys. Journ., 42, 394, 1915.
6. Johnson F. S. The Solar Constant. Journ. Meteor., 11, no. 6. 1954.

Т. И. ВАСИЛЬЕВА, Э. Л. ПОДОЛЬСКАЯ

РАСЧЕТ ПРОФИЛЯ ТЕМПЕРАТУРЫ В СЕЛЕКТИВНОЙ АТМОСФЕРЕ ПРИ ЛУЧИСТОМ РАВНОВЕСИИ, А ТАКЖЕ ПРИ ТЕРМИЧЕСКОМ РАВНОВЕСИИ С УЧЕТОМ КОНВЕКЦИИ

Введение

Исследование лучистого равновесия в атмосфере представляет большой интерес для выяснения основных причин формирования наблюдаемого среднего профиля температуры в атмосфере. В частности, выявляется роль лучистого теплообмена вообще и роль отдельных поглощающих субстанций. В настоящее время исследование лучистого равновесия часто рассматривается как первый шаг при разработке и проверке методов включения лучистого теплообмена в модель общей циркуляции атмосферы. Под таким углом зрения исследования лучистого равновесия проводились, например, в работах [1—6] и в ряде других работ. Детально исследовалась методика расчета радиационных притоков тепла (используемая уже непосредственно в схеме общей циркуляции) в работе [7]. Во всех цитируемых работах авторы стремились возможно более полно и точно рассмотреть радиационный теплообмен и все влияющие на него факторы, как, например, уточненные радиационные характеристики атмосферы, концентрация поглощающих и рассеивающих субстанций, характеристики облачности и т. д.

Целью настоящей работы является исследование лучистого и термического равновесия еще в одном аспекте, связанном с проблемой общей циркуляции атмосферы. Предполагается использовать схему установления лучистого равновесия как инструмент при исследовании точности исходных радиационных параметров и всей методики радиационных расчетов, необходимой для тех или иных задач динамики атмосферы. Расчеты радиационных притоков тепла весьма трудоемки и поэтому несомненный практический интерес представляют оценки оптимальной детализации и точности этих расчетов в зависимости от степени

детализации динамической модели. С другой стороны, различные радиационные характеристики атмосферы (например, функции пропускания) известны с определенной точностью. Представляется интересным выяснить в какой мере погрешности радиационных характеристик влияют на результаты динамических расчетов. В соответствии с поставленной целью в настоящей работе описывается схема расчета установления лучистого равновесия, а также термического равновесия с учетом конвекции в безоблачной атмосфере, причем при расчетах используется ряд весьма простых и «устаревших» в настоящее время радиационных характеристик. В схеме не учитывается озон, поэтому полученные профили температуры не позволяют выявить положение тропопauзы и вообще имеют смысл только в нижней и средней тропосфере.

Постановка задачи. Модель атмосферы

В данной работе равновесный профиль определяется как асимптотически установившееся во времени состояние (такой метод интересен еще и тем, что дает возможность изучения характеристик вариаций модели во времени).

По исходному профилю температуры и влажности рассчитываются радиационные притоки тепла и радиационные изменения температуры отдельных слоев атмосферы. Далее рассчитываются новые значения температуры на очередном временном шаге. Равновесие считалось условно достигнутым, когда изменение температуры становилось меньше заданного значения (0,3 град/12 час) для всех слоев.

Расчеты выполнены для 20-уровневой модели атмосферы с постоянным шагом по давлению $\Delta P = 50$ мб в предположении, что наземное давление равно 1000 мб. Среднеклиматические профили влажности заимствованы из работы [8]. В качестве начального температурного профиля в некоторых расчетах принят также среднеклиматический профиль по данным [8], а в большинстве случаев расчеты начинались от изотермического профиля с температурой 250°К.

Были поставлены следующие граничные условия:

- 1) на верхней границе атмосферы

$$S'_{p=0} = S_0(1 - \Gamma) \overline{\cos \Theta}. \quad (1)$$

где S_0 — солнечная постоянная; Γ — альbedo безоблачной атмосферы, обусловленное релеевским рассеянием; $\overline{\cos \Theta}$ — средний косинус зенитного угла Солнца, определенный как средневзвешенное значение косинуса, с учетом ослабления солнечной радиации в земной атмосфере, согласно формуле Кастрова

$$\begin{aligned} \overline{\cos \Theta} &= \frac{1}{S_0 \Omega_0} \int_0^{\Omega_0} S(\Omega) \Big|_{P=1000} \cos \Theta(\Omega) d\Omega = \\ &= \frac{1}{\Omega_0} \int_0^{\Omega_0} \frac{\cos \Theta(\Omega)}{1+c \cdot \sec \Theta(\Omega)} d\Omega. \end{aligned} \quad (2)$$

Здесь Ω — часовой угол Солнца; Ω_0 — часовой угол в момент восхода; $c=0,3$ — постоянная в формуле Кастрова (для средних условий прозрачности атмосферы);

2) на земной поверхности принимались два различных условия для лучистого равновесия и термического равновесия с учетом конвекции. При лучистом равновесии температура земной поверхности заранее не задавалась. Однако, если не учитывать оттока тепла в почву и турбулентного потока в атмосферу, получается слишком высокая температура подстилающей поверхности. Поэтому было сделано предположение о том, что девять десятых радиационного баланса на подстилающей поверхности идет на прогревание земли, обладающей бесконечно большой теплоемкостью, а оставшаяся одна десятая идет на нагревание нижнего 50-миллибарового слоя воздуха, температура которого считается равной температуре подстилающей поверхности.

При термическом равновесии по существу также рассматривается тепловой баланс не самой подстилающей поверхности, а приземного слоя воздуха, температура которого отождествляется с температурой подстилающей поверхности. При этом предполагается, что две десятых доходящей до земной поверхности солнечной радиации отражается земной поверхностью и рассеивается вверх аэрозолем, одна десятая уходит в почву, оставшиеся семь десятых идут на нагревание приземного слоя воздуха, а затем путем конвекции радиационный приток тепла перераспределяется между ближайшими слоями.

Вычисление потоков коротковолновой радиации и длинноволновой радиации

Вычисление потоков коротковолновой радиации производится по формуле Меллера-Кастрова [9]

$$S(m_i) = 1,90(1-\Gamma) \overline{\cos \Theta} \left[1 - 0,090 \left(\frac{m_i}{\cos \Theta} \right)^{0,303} \right], \quad (3)$$

где Γ — альbedo солнечной радиации, обусловленное релеевским рассеянием атмосферы ($\Gamma \approx 0,08$). В качестве поглощающей субстанции m_i рассматривается только водяной пар. Влияние углекислого газа на поглощение прямой солнечной радиации незначительно [9].

Расчет потоков нисходящей A и восходящей B длинноволновой радиации для данного уровня производился по формулам:

$$A(m_i) = - \int_{m_i}^0 E(T) dD(m_i - m); \quad (4)$$

$$B(m_i) = E(T_3) D(M - m_i) - \int_{m_i}^M E(T) dD(m - m_i), \quad (5)$$

где $E(T) = \sigma T^4$ — интегральный поток излучения абсолютно черного тела при температуре T ; T_3 — температура поверхности земли; σ — постоянная Стефана-Больцмана; m_i — масса поглощающей субстанции от верхней границы атмосферы до фиксированного уровня i ; M — масса поглощающей субстанции от верхней границы атмосферы до поверхности земли; D — интегральная функция пропускания.

В данной работе бралась функция пропускания Шехтер [10]

$$D(m) = 0,461e^{-0,574\sqrt{m}} + 0,539e^{-7,75\sqrt{m}}. \quad (6)$$

Эта функция пропускания учитывает поглощение как водяным паром, так и углекислым газом, однако в качестве поглощающей массы рассматривается только масса водяного пара. Поглощение углекислым газом учтено при определении коэффициентов функции пропускания (в предположении о среднем соотношении между содержанием водяного пара и углекислого газа в атмосфере).

Расчет приведенных поглощающих масс

Поглощающие массы водяного пара на разных уровнях рассчитывались по исходному профилю удельной влажности q в однопараметрическом приближении:

$$\Delta m(P_{i-1}, P_i) = \frac{1}{g} \int_{P_{i-1}}^{P_i} q(P) \frac{P}{P_0} dP. \quad (7)$$

Для повышения точности интегрирования, следуя работе [8], профиль влажности между двумя уровнями описывается интерполяционной формулой

$$q(P) = f_j P^{G_j}. \quad (8)$$

Формула такого вида по существу эквивалентна баротермической формуле с постоянной высотой однородной атмосферы между заданными уровнями. Показатели степени G_j определяются по данным на уровнях $j-1$ и j :

$$G_i = \frac{\ln q_j / q_{j-1}}{\ln P_j / P_{j-1}}. \quad (9)$$

С учетом интерполяционной формулы (8) интеграл (7) можно взять аналитически. В результате получается:

$$\Delta m(P_{i-1}, P_i) = \Delta m_j \frac{\left(\frac{P_i}{P_0}\right)^{G_j+n+1} - \left(\frac{P_{i-1}}{P_0}\right)^{G_j+n+1}}{\left(\frac{P_j}{P_0}\right)^{G_j+n+1} - \left(\frac{P_{j-1}}{P_0}\right)^{G_j+n+1}}; \quad (10)$$

$$\Delta m_j = \frac{q_j \left(\frac{P_i}{P_0}\right)^{n+1} - q_{j-1} \left(\frac{P_{j-1}}{P_0}\right)^{n+1}}{g(G_j+n+1)}, \quad (11)$$

где g — ускорение силы тяжести; остальные обозначения введены ранее.

Расчет радиационных изменений температуры

Нагревание слоя за сутки при поглощении коротковолновой радиации

$$\Delta T_{i \text{ кор}} = \left(\frac{\partial T}{\partial t}\right)_{i \text{ кор}} \Delta t = \frac{S_{i-1} - S_i}{\frac{c_p}{g}(P_i - P_{i-1})} r \Delta t, \quad (12)$$

где c_p — удельная теплоемкость при постоянном давлении;

$$r = \frac{\text{светлое время суток}}{24 \text{ час}} \text{ час}$$

Аналогично изменение температуры за счет длинноволновых притоков тепла

$$\Delta T_{i \text{ дл}} = \left(\frac{\partial T}{\partial t}\right)_{i \text{ дл}} \Delta t = \frac{F_{i-1} - F_i}{\frac{c_p}{g}(P_i - P_{i-1})} \Delta t, \quad (13)$$

где

$$F_i = A(m_i) - B(m_i). \quad (14)$$

Термическое равновесие с учетом конвекции

Учет конвекции осуществлялся приближенно, аналогично тому, как это сделано в работе [6]. Сложные физические процессы, обеспечивающие перенос тепла по вертикали, не рассматривались. В том случае, если в процессе расчета профиля температуры, получающегося в результате радиационных притоков тепла, градиент температуры между серединами каких-либо двух слоев превышал адиабатический, считалось, что автоматически возникает конвекция, градиент температуры становится адиабатическим, а радиационный приток тепла в дальнейшем равномерно распределяется между обоими слоями.

Практически перераспределение притоков тепла осуществлялось следующим образом. На очередном шаге τ в соответствии с полученным (на предыдущем шаге) температурным профилем рассчитывались разности высот изобарических поверхностей между серединами слоев $(H_{i-1} - H_i)$, вертикальные градиенты температуры и соответствующие предельные разности приращений температуры соседних слоев $\delta T_{i \text{ прел.}}^{(0)} = (\Delta T_i^\tau - \Delta T_{i-1}^\tau)_{\text{прел.}}$ такие, чтобы градиент температуры равнялся адиабатическому:

$$\frac{(T_i - T_{i-1})^\tau \pm \delta T_i^{(0)}}{(H_{i-1} - H_i)^\tau} = \gamma_a.$$

В соответствии с начальным температурным профилем рассчитывались также радиационные изменения температуры всех слоев за время Δt :

$$\Delta T_i = \left(\frac{\partial T}{\partial t} \right)_i \Delta t.$$

Высоты изобарических поверхностей, а также скорость радиационных изменений температуры в течение шага Δt считались постоянными. Далее рассчитывались разности радиационных приращений температуры соседних слоев и отношения $\chi_i = \frac{\Delta T_i - \Delta T_{i-1}}{\delta T_{i \text{ прел.}}^{(0)}}$ (в начальный момент). Отношения χ_i характеризуют степень близости градиента температуры к адиабатическому. Если к началу рассматриваемого временного шага между соседними слоями был достигнут адиабатический градиент температуры, то соответствующие предельно возможные приращения температуры $\delta T_i^{(0)} = 0$, а отношения $\chi_i = \infty$, в таком случае радиационные притоки тепла к соответствующим слоям осредняются. При этом, поскольку теплоемкость всех слоев одинакова, приращения температуры и притоки тепла пропорциональны и перерасчет ведется прямо в приращениях температуры. Если $\chi_i \neq \infty$, то в начальный момент рассматриваемые слои не являются конвективными. При $\chi_i < 0$ градиент температуры в течение шага уменьшится, а при $\chi_i > 0$ — увеличится. Если $\chi_i > 1$, значит адиабатический градиент между рассматриваемыми соседними слоями будет достигнут внутри временного шага Δt и с этого момента начнется конвективное перемешивание. В первую очередь конвекция возникнет между теми двумя слоями, где χ_i максимально (и притом больше единицы). Поскольку в пределах одного временного шага скорость радиационных изменений температуры считается постоянной, промежуток времени от начала шага до возникновения нового конвективного слоя

$$\delta \Delta t = \frac{\Delta t}{\chi_{\max}}.$$

За этот промежуток времени «конвективные» в начальный момент слои фактически получат осредненные приращения температуры $\Delta T_{i\Phi}^{(1)} = \frac{1}{\gamma_{\max} \cdot m} \sum_{i=n}^{i=n+m} \Delta T_i^{(0)}$, а «неконвективные» —

$$\Delta T_{i\Phi}^{(1)} = \frac{\Delta T_i}{\gamma_{\max}}, \quad \text{где } m \text{ — количество слоев, охваченных конвекцией; } n \text{ — начальный слой конвекции.}$$

В то же время возможные предельные приращения температуры изменяются в соответствии с полученными притоками тепла. «Остаточные» предельные изменения температуры $\delta T_i^{(1)} = \delta T_i^{(0)} - \frac{\Delta T_i - \Delta T_{i-1}}{\gamma_{\max}^{(1)}}$. Далее

процесс отыскания наиболее близкого к возникновению конвекции слоя, а также промежутка времени до возникновения следующего конвективного слоя повторяется до тех пор, пока не будет исчерпан временной шаг Δt (т. е. до тех пор, пока $\sum_{k=1}^m \delta \Delta t_k$ не достигнет единицы). Если бы шаг по времени и по высоте стремился к нулю, то такая картина являлась бы просто модельным описанием развития физического процесса конвекции.

В принципе конвективные слои могут возникать на любом уровне в атмосфере и распространяться как вверх, так и вниз. Но в настоящей работе для безоблачной атмосферы и при плавном профиле влажности конвекция всегда распространялась вверх от земной поверхности. Часто в течение одного временного шага (1 сутки) конвекция распространялась на 3—4 слоя. Для наглядности перераспределение температуры в прилегающих к земле слоях при начальном изотермическом состоянии представлено в табл. 1.

Анализ результатов расчетов

Первоначально расчет установления лучистого равновесия был начат от изотермического начального профиля и велся для экономии машинного времени с заведомо слишком большим временным шагом ($\Delta t = 1$ сут). На двадцатые сутки начала проявляться заметная вычислительная неустойчивость, следовательно, требовалось уменьшить шаг по времени. Однако на машине типа «Раздан-2» все же требовалось слишком много времени для достижения лучистого равновесия (даже при переменном временном шаге), а начинать решение задачи заново с какого-то достигнутого профиля представлялось менее целесообразным, чем использование в качестве начального состояния среднеклиматического профиля температуры. Поэтому при втором расчете приближение к равновесному профилю начиналось от начального среднеклиматического профиля для июля на широте 60° , согласно данным работы [8]. Шаг по времени был

Схема перераспределения радиационных изменений температуры в конвективном слое в течение 1-х суток

Слой	$T^{(0)}$	$\Delta T_{\text{рад}}^{(0)}$	$\delta T_{\text{пр}}^{(0)}$	$\frac{1}{\chi^{(1)}} = 0,150 = \delta \Delta t_1$		$\frac{1}{\chi^{(2)}} = 0,315 = \delta \Delta t_2$		$\frac{1}{\chi^{(3)}} = 0,495 = \delta \Delta t_3$		$\frac{1}{\chi^{(4)}} = 0,698$		$\Delta T_{\Phi} =$ $= \sum_{\kappa} \Delta T_{\Phi}^{(\kappa)}$	$T^{(1)}$
				$\Delta T_{\Phi}^{(1)}$	$\delta T_{\text{пр}}^{(1)}$	$\Delta T_{\Phi}^{(2)}$	$\delta T_{\text{пр}}^{(2)}$	$\Delta T_{\Phi}^{(3)}$	$\delta T_{\text{пр}}^{(3)}$	$\Delta T_{\Phi}^{(4)}$ $\delta \Delta t^4 = 0,040$			
750—800	250	-0,262	4,825	-0,0393		-0,0826		-0,0130		-0,0105	-0,262	249,74	
800—850	250	-0,217	4,526	-0,0326	4,519	-0,0683	4,505	-0,107	4,482	0,247	0,039	250,04	
850—900	250	-0,162	4,247	-0,0243	4,239	-0,0510	4,222	4,11	0	0,247	4,28	254,28	
900—950	250	-0,100	4,003	-0,0150	3,994	3,95	0	4,11	0	0,247	8,29	258,29	
950—1000	250	25,151	3,782	3,78	0	3,95	0	4,11	0	0,247	12,09	262,09	
Земля	250										13,91	263,91	

равен 12 часам. На 42-е сутки было достигнуто «условное» радиационное равновесие с заданной точностью, несмотря на вновь появившиеся признаки вычислительной неустойчивости.

На рис. 1 и 2 показано приближение к состоянию лучистого равновесия от изотермического и от среднеклиматического профиля соответственно. В левых частях рисунков даны профили

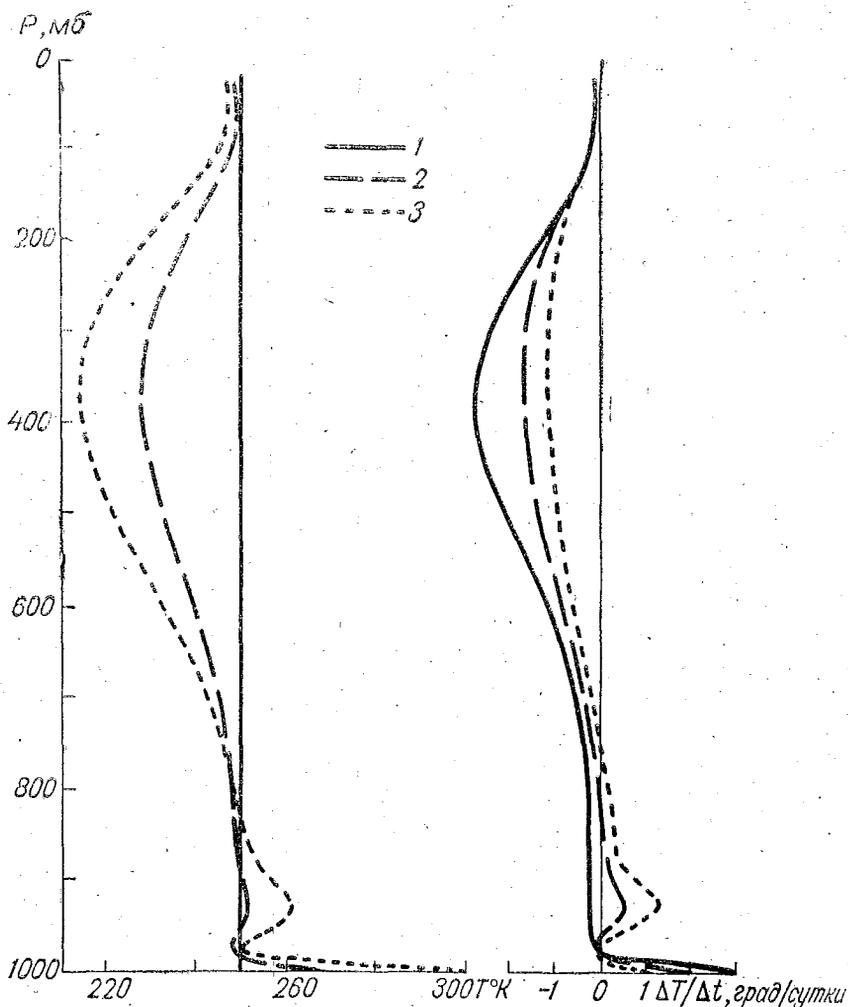


Рис. 1. Профиль температуры и радиационные изменения температуры при приближении к состоянию лучистого равновесия от начального изотермического профиля:

1—начальные сутки; 2—10-е сутки; 3—20-е сутки.

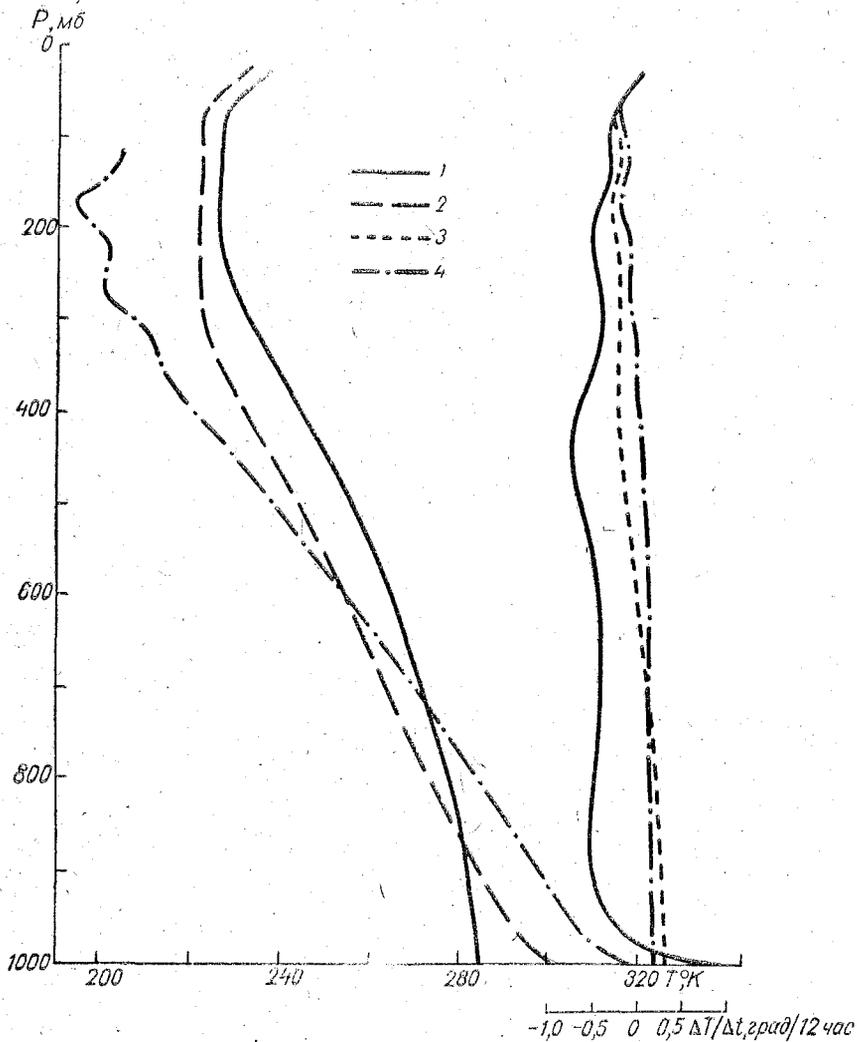


Рис. 2. Профиль температуры и радиационные изменения температуры при приближении к состоянию лучистого равновесия от начального среднелиматического профиля:

1—начальные сутки; 2—11-е сутки; 3—20-е сутки; 4—42-е сутки.

температуры в различные моменты времени от начала расчета, а в правых частях — радиационные изменения температуры в эти же моменты. Профиль температуры, устанавливающийся на 42-е сутки еще далек от истинного равновесного профиля. На машине «Раздан-2» для двадцатиуровневой модели атмосферы расчет подлинного установления лучистого равновесия производить нецелесообразно. Однако это и не требовалось при рассматриваемой постановке задачи, по крайней мере на первом этапе.

На рис. 3 приводятся профили температуры при лучистом равновесии, полученные в работах [2, 5, 6], профили температуры, полученные на 40-е сутки в работе [6], «равновесный» профиль температуры, полученный в настоящей работе, а также соответствующие начальные профили. Рис. 3 иллюстрирует вполне приличное качественное совпадение полученных профилей. Точного количественного совпадения нельзя ожидать даже в том случае, если продолжить вычисления с меньшим временным шагом до 320 суток (как в работе [6]). Действительно, во всех работах приняты различные методы расчета, различные радиационные характеристики, даже различные широты и различные поглощающие субстанции. Из рис. 3 также следует, что при начальном среднеклиматическом профиле равновесие действительно устанавливается скорее, чем при начальной изотермии, поскольку профиль температуры на 42-е сутки при начальном среднеклиматическом профиле оказывается значительно ближе к истинно равновесному, чем профили на 40-е сутки, полученные от начальной изотермии.

На рис. 4 представлены профили температуры и изменений температуры, полученные в настоящей работе с учетом конвекции на 10-е, 40-е и 70-е (равновесный профиль) сутки от начального изотермического профиля при температуре 250° . Для сравнения приводится равновесный профиль температуры из работы [6]. Вычисления производились с шагом по времени 1 сутки. Как видно из рисунка, учет конвекции оказывает заметное стабилизирующее влияние на вычислительный процесс. Так, на 70-е сутки неустойчивость еще совершенно не влияет на профиль температуры. Совпадение с результатами работы [6] опять оказывается даже слишком хорошим, учитывая разницу в методах расчета и исходных параметрах.

Полученные в настоящей работе профили температуры и время их установления представляют интерес именно с точки зрения их чувствительности к различным радиационным параметрам, к точности радиационных расчетов и к распределению поглощающих субстанций. В дальнейшем предполагается варьировать все перечисленные параметры в разработанной расчетной схеме и сравнивать полученные результаты.

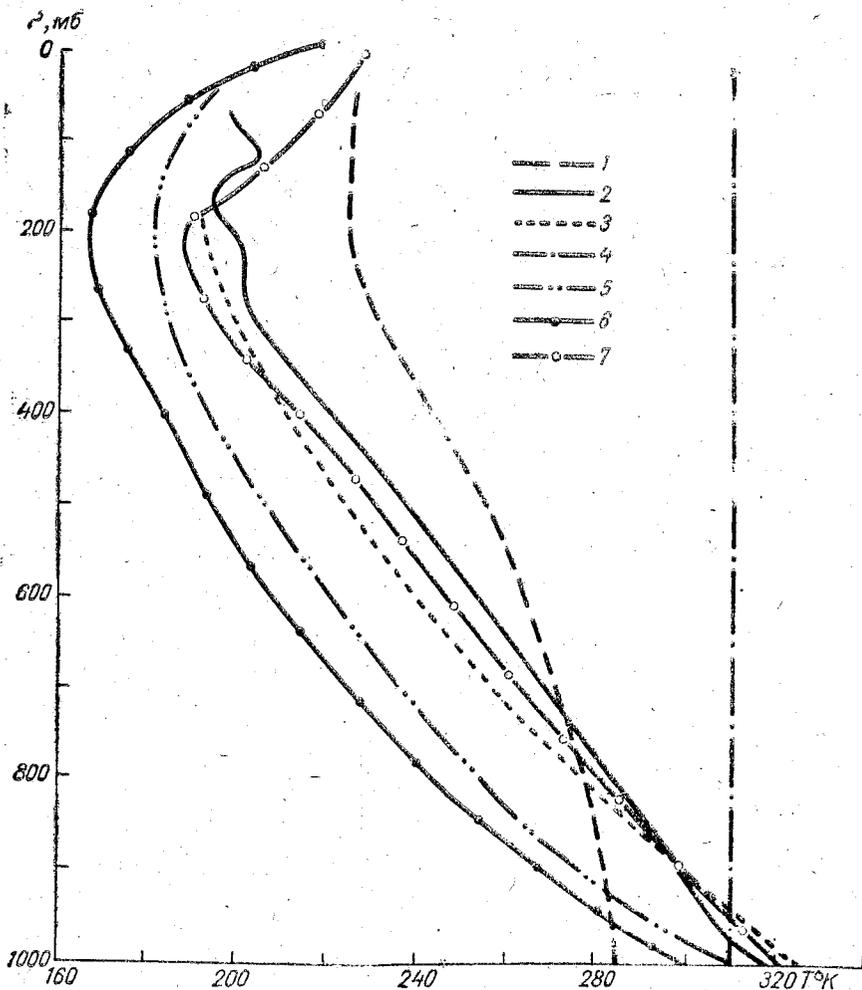


Рис. 3. Сравнение профилей температуры при лучистом равновесии, полученных разными авторами:

1—начальный профиль, принятый в настоящей работе; 2—равновесный профиль, полученный в настоящей работе; 3—установившийся профиль из работы [2]; 4—начальный профиль из работы [3]; 5—равновесный профиль из работы [5]; 6—профиль на 40-е сутки из работы [6]; 7—равновесный профиль из работы [3].

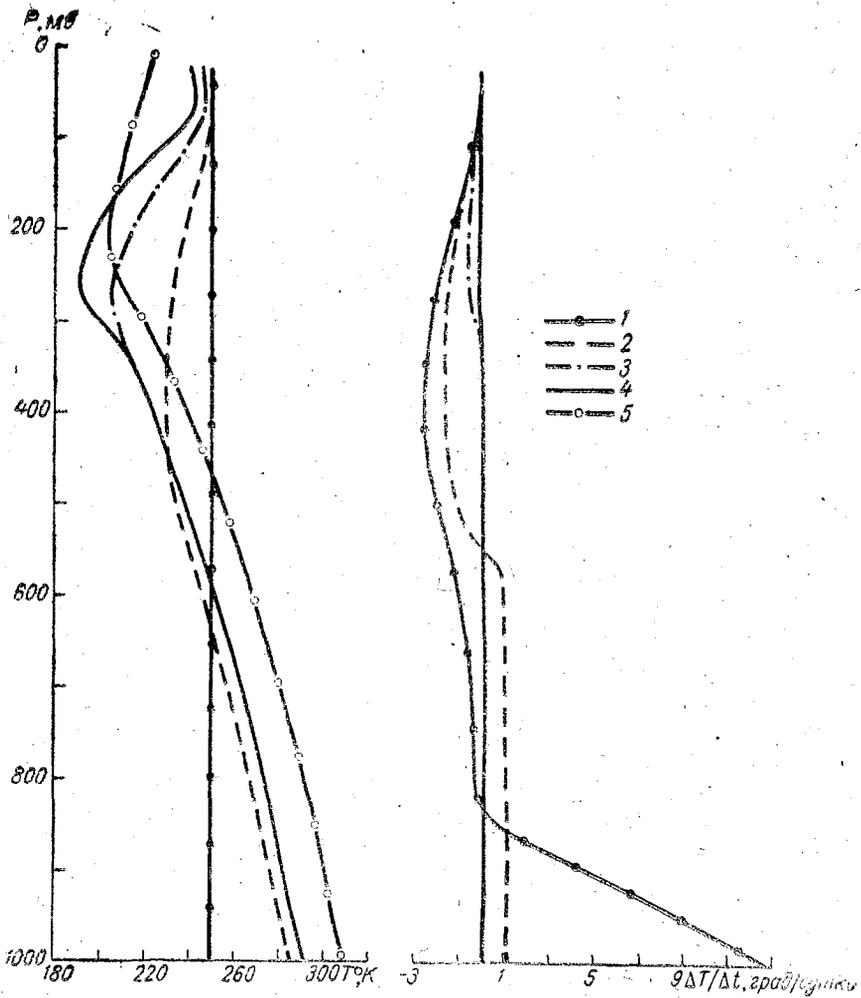


Рис. 4. Профиль температуры и изменения температуры при приближении к состоянию термического равновесия от начального изотермического профиля: 1—начальные сутки; 2—10-е сутки; 3—40-е сутки; 4—равновесный профиль; 5—равновесный профиль из работы [8].

ЛИТЕРАТУРА

1. Гуди Р. М. Физика стратосферы. Л., Гидрометеиздат, 1958.
 2. Шехтер Ф. Н. Распределение по высоте средней температуры в селективно поглощающей атмосфере. Труды ГГО, вып. 37(99), 1952.
 3. Yamamoto G. Radiative equilibrium of the earth's atmosphere. II. The use of Rosseland's and Chandrasekhar's means in the line absorbing case. Rept, Tohoku Univ. ser. 5 vol. 6. 1955.
 4. Takahashi K., Katayama A. and Asakura T. A numerical experiment of the atmospheric radiation J. Met. Soc. Japan. ser. II, vol. 38, № 4, 1960.
 5. Manabe S., Möller F. On the radiative equilibrium and heat balance of the atmosphere, Monthly Weather Review, vol. 89, 1961.
 6. Manabe S., Strickler R. Thermal equilibrium of the atmosphere with a convective adjustment. J. Atm. Sci. v. 21, № 4, 1964.
 7. Швец М. Е., Дмитриева-Арраго Л. Р., Магазенков Л. Н., Самойлова Л. В., Шнейеров Б. Е. Численная модель общей циркуляции на полушарии. Труды ГГО, вып. 256, 1970.
 8. Rodgers C. D. The radiative heat budget of the troposphere and lower stratosphere. Report № A2. 1 october, 1967.
 9. Кастров В. Г. О нагревании атмосферы благодаря поглощению солнечной радиации водяным паром. Труды ЦАО, вып. 6, 1952.
 10. Шехтер Ф. Н. К вычислению лучистых потоков тепла в атмосфере. Труды ГГО, вып. 22(84), 1950.
-

М. Г. ЕВСЕЕВА, В. Е. МИХАЙЛОВА,
Э. Л. ПОДОЛЬСКАЯ, В. Г. ТЕРЕЩЕНКО

РАСЧЕТ ИНТЕГРАЛЬНОЙ ФУНКЦИИ ПРОПУСКАНИЯ ДЛЯ ВОДЯНОГО ПАРА И ИССЛЕДОВАНИЕ ЕЕ ЗАВИСИМОСТИ ОТ ДАВЛЕНИЯ И ТЕМПЕРАТУРЫ

1. Введение

В работе [1] описывалась методика расчета интегральной функции пропускания водяного пара при различных давлениях и температурах среды и источника и исследовались полученные зависимости от поглощающей массы, давления и температуры. Расчеты производились с помощью ЭЦВМ «Раздан-2» на основе статистической модели полос поглощения [2] при постоянном давлении и температуре на пути лучей. Спектральные параметры заимствованы из работ [3, 4, 5]. Для облегчения анализа результатов рассчитывались отдельно вклады, вносимые в функцию пропускания участками сильного, промежуточного и слабого поглощения («сильные», «промежуточные» и «слабые» линии).

Подробное исследование зависимости функции пропускания от давления подтвердило правомерность использования однопараметрического приближения, т. е. эффективной массы (притом в приближении сильных линий) для учета влияния давления. Исследования температурной зависимости, проведенные в [1], носили предварительный характер. Аппроксимация аналитической формулой зависимости функции пропускания от поглощающей массы осуществлялась графически. Интерполяция во всех случаях была квадратичной.

В настоящей работе подробно исследовалась температурная зависимость функции пропускания. Кроме того, большее внимание было уделено точности вычислений. Для быстро меняющихся функций квадратичная интерполяция применялась не по отношению к самим функциям, а по отношению к их логарифмам. Тщательно выбиралась интерполяционная сетка. В результате были сведены к минимуму ошибки, связанные с интерполяцией. Аппроксимация функции пропускания в зависимости от

поглощающей массы осуществлялась методом наименьших квадратов. (При этом веса для всех значений функции пропускания принимались равными единице. Для экспоненциальной зависимости это обеспечивает одинаковую относительную погрешность аппроксимационной формулы при малых и больших значениях поглощающих масс).

2. Зависимость интегральной функции пропускания от поглощающей массы

Согласно уточненной формуле при «нормальных» условиях, т. е. при давлении $P_0 = 1000$ мб и температурах среды и источника $\Theta_0 = T_0 = 300^\circ\text{K}$,

$$D(m) = D_1(m) + D_2(m) = 0,2646e^{-17,38\sqrt{m}} + 0,7356e^{-0,8943\sqrt{m}}. \quad (1)$$

Здесь $D(m)$ — интегральная функция пропускания для потока диффузной радиации; m — масса водяного пара в г/см^2 . Средняя квадратичная погрешность рассчитанной по формуле (1) функции пропускания (по сравнению с «точными», т. е. рассчитанными по отдельным спектральным интервалам, значениями) составляет 0,00285 в диапазоне поглощающих масс от $1 \cdot 10^{-5}$ до $6,31$ г/см^2 . В табл. 1 приводятся «точные» и аппроксимационные значения функции пропускания, а также относительные погрешности аппроксимационной формулы (1) при различных поглощающих массах.

На рис. 1 в зависимости от логарифма поглощающей массы приведены интегральные функции пропускания, полученные в работах [6, 7], функция пропускания, полученная в настоящей работе, а также ее различные составляющие: вклады «сильных», «промежуточных» и «слабых» линий, первый и второй члены в формуле (1). Все функции пропускания рассчитаны при давлении 1000 мб и температуре среды и источника 300°K (за исключением работы [6], где температура среды принята равной 253°K). Как видно из рисунка, рассчитанная в настоящей работе функция пропускания (на основе данных работ [3, 4, 5]) оказывается ниже, чем функции пропускания, рассчитанные в работах [6, 7] на основе спектральных данных, приведенных в работе [8]. Особенно велико различие при больших массах водяного пара (примерно в два раза). Ф. Н. Шехтер считает, что формулы работы [8] дают завышенное значение функции пропускания при больших поглощающих массах [6]. В настоящее время трудно сказать, какие из использованных спектральных данных являются более точными. Во всяком случае, полученные функции пропускания при нормальных условиях подобны между собой, а при малых массах достаточно близки.

Второй существенный вывод, который можно сделать на основе рис. 1, заключается в следующем. Первый член в формуле (1) — $D_1(m)$ оказывается близким к вкладу, вносимому

Таблица 1

Сравнения «точных» и аппроксимационных значений функций пропускания ($P_0=1000$ мб, $T_0=\theta_0=300^\circ\text{K}$)

	-5,00	-4,00	-3,60	-3,20	-2,80	-2,40	-2,00	-1,60	-1,20	-0,80	-0,40	0,00	0,40	0,80
$D_{\text{точн}}$	0,9851	0,9540	0,9282	0,8911	0,8430	0,7842	0,7208	0,6545	0,5856	0,5104	0,4188	0,3061	0,1781	0,0773
$D_{\text{аппр}}$	0,9838	0,9512	0,9260	0,8901	0,8428	0,7834	0,7191	0,6550	0,5909	0,5164	0,4191	0,308	0,1778	0,0778
$\Delta D/D, \%$	0,2	0,3	0,2	0,1	0,02	0,1	0,2	-0,1	-0,9	-1,2	0,2	1,8	0,1	-0,6

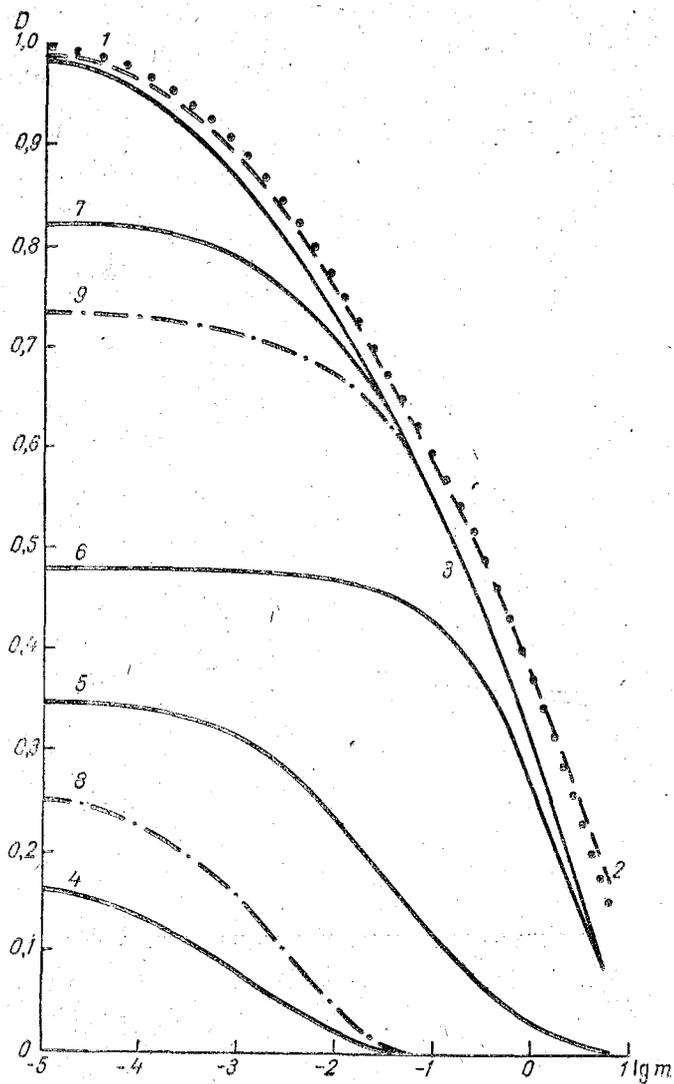


Рис. 1. Интегральная функция пропускания для водяного пара:
 1—по данным работы [7]; 2—по данным работы [6]; 3—по данным настоящей работы; 4—вклад „сильных“ линий; 5—вклад „промежуточных“ линий; 6—вклад „слабых“ линий; 7—сумма вкладов „слабых“ и „промежуточных“ линий; 8— D_1 ; 9— D_2 .

«сильными» линиями, а второй член — $D_2(m)$ сравнительно мало отличается от суммы вкладов «слабых» и «промежуточных» линий. Это конечно не означает буквально, что в $D_1(m)$ вошли «сильные» линии и небольшая часть «промежуточных», а в $D_2(m)$ — все остальные. Но тем не менее, основной вклад в $D_1(m)$ вносят именно «сильные» линии, а в $D_2(m)$ — «слабые» и «промежуточные». Поэтому составляющим $D_1(m)$ и $D_2(m)$ все же можно приписывать физический смысл и зависимость от температуры и давления, характерные для соответствующих полос поглощения.

3. Зависимость интегральной функции пропускания от температуры среды

Зависимость интегральной функции пропускания от температуры среды оказывается весьма сильной. На рис. 2 приведены отношения $D(\Theta)/D(\Theta_0)$, полученные в настоящей работе и по данным работы [9]. Как видно из рисунка, согласно настоящей работе, зависимость от температуры среды оказывается значительно сильнее, особенно при больших поглощающих массах, что объясняется более сильной зависимостью для «слабых» линий. Далее следует отметить, что зависимость функции пропускания от температуры существенно различна для разных поглощающих масс, поскольку она сильно различается для «сильных» и «слабых» полос поглощения, а относительный вклад этих полос меняется с изменением массы. В таком случае температурную зависимость можно учесть путем введения двух эффективных масс — отдельно для быстро убывающей и медленно убывающей экспонент.

Для подробного выяснения этого вопроса в настоящей работе были рассчитаны эффективные массы отдельно для «слабых», «промежуточных» и «сильных» линий и для интегральной функции пропускания. Эффективные массы определялись следующим образом. Рассчитывались функции пропускания при различных массах и температурах среды, а затем путем квадратичной интерполяции логарифма поглощающей массы по рассчитанным значениям функции пропускания определялось такое значение $m_{эф}$, при котором

$$D(\Theta, m) = D(\Theta_0, m_{эф}).$$

Зависимости $\frac{m_{эф}}{m}$ от $\frac{\Theta}{\Theta_0}$ оказались очень близкими к степенным (при всех поглощающих массах) $\frac{m_{эф}}{m} = \left(\frac{\Theta}{\Theta_0}\right)^n$. Для «слабых» линий показатель степени n практически одинаков при всех поглощающих массах. Для «промежуточных» и особенно для «сильных» линий n сильно зависит от массы. Методом наименьших квадратов были определены показатели степени n при

всех массах для «слабых», «промежуточных» и «сильных» линий и для интегральной функции пропускания. На рис. 3 приводятся полученные значения n в зависимости от поглощающей массы. Для сравнения на этот же самый график нанесены относительные вклады в интегральную функцию пропускания, вносимые

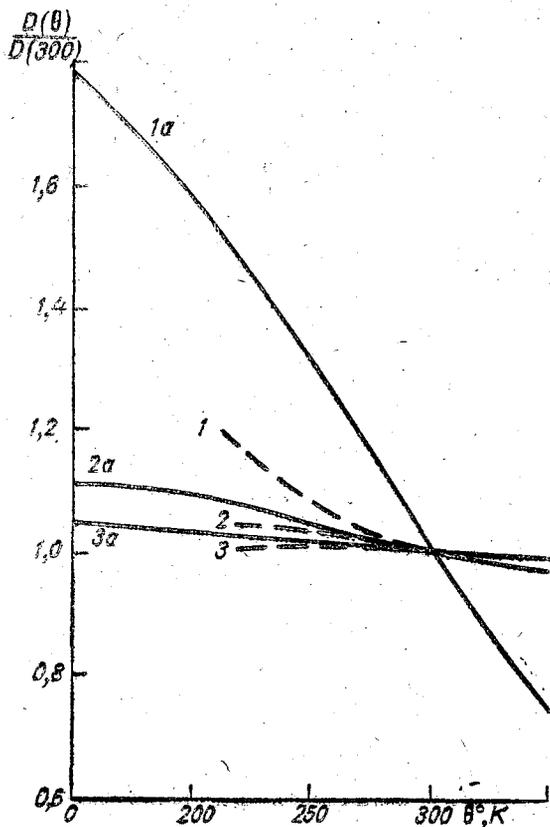


Рис. 2. Зависимость интегральной функции пропускания от температуры среды:

1, 2 и 3 — по данным работы [9]; 1а, 2а и 3а — по данным настоящей работы для поглощающих масс 1; 0,01- и 0,001 г/см² соответственно

«сильными», «промежуточными» и «слабыми» линиями. При очень малых массах, когда для «слабых» и «промежуточных» линий зависимость функции пропускания от поглощающей массы практически отсутствует, определение эффективных масс методом интерполяции становится ненадежным. (Функция, т. е. масса, меняется значительно при практически постоянном аргу-

менте — функции пропускания). Однако именно при малых массах показатель степени n стремится к постоянному значению, поэтому можно не обращать внимания на отдельные случайные выбросы, вызванные погрешностями расчета. Соответствующие части кривых на рисунке проведены пунктиром.

Из рис. 3 хорошо видно, что температурная зависимость для «сильных» линий мала ($n=1$), для «слабых» — очень велика ($n=4$). «Промежуточные» линии действительно занимают промежуточное положение. При малых массах температурная зави-

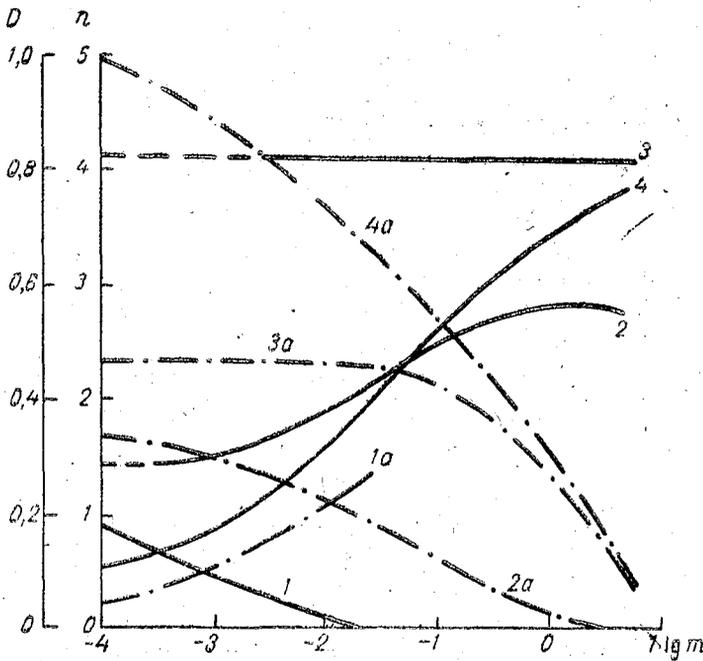


Рис. 3. Показатель степени n для учета зависимости от температуры среды интегральной функции пропускания и вкладов «сильных», «промежуточных» и «слабых» линий, а также абсолютные величины этих вкладов:

1, 2, 3 и 4 — показатели n ; 1а, 2а, 3а и 4а — абсолютные величины для «сильных», «промежуточных» и «слабых» линий и для интегральной функции пропускания соответственно.

симость интегральной функции пропускания почти целиком определяется «сильными» линиями, а при больших — «слабыми». На основе анализа рис. 3 были выбраны показатели n_1 и n_2 для определения $m_{эф}$ в D_1 и D_2 соответственно.

4. Зависимость интегральной функции пропускания от температуры источника

Для исследования зависимости интегральной функции пропускания от температуры источника аналогично предыдущему рассчитывалась интегральная функция пропускания и составляющие ее вклады «сильных», «промежуточных» и «слабых» линий при температурах источника 350, 300, 250, 200 и 150°K.

На рис. 4 приведены отношения функций пропускания при

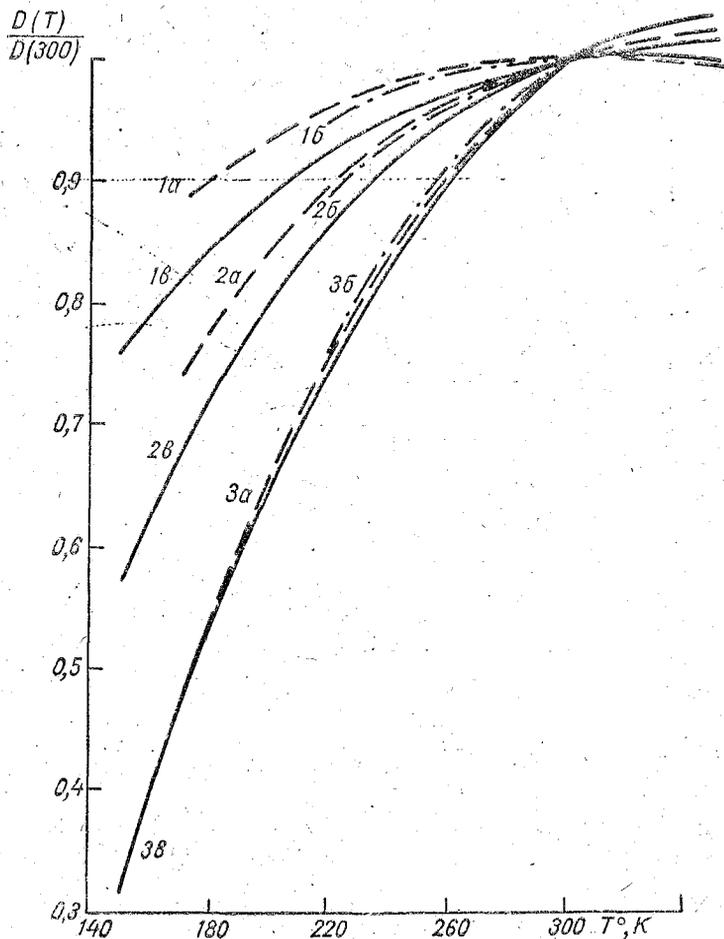


Рис. 4. Зависимость интегральной функции пропускания от температуры источника:

1a, 2a, и 3a—по данным работы [6]; 1b, 2b и 3b—по данным работы [9]; 1c, 2c и 3c—по данным настоящей работы для поглощающих масс 0,001, 0,01 и 1 г/см² соответственно.

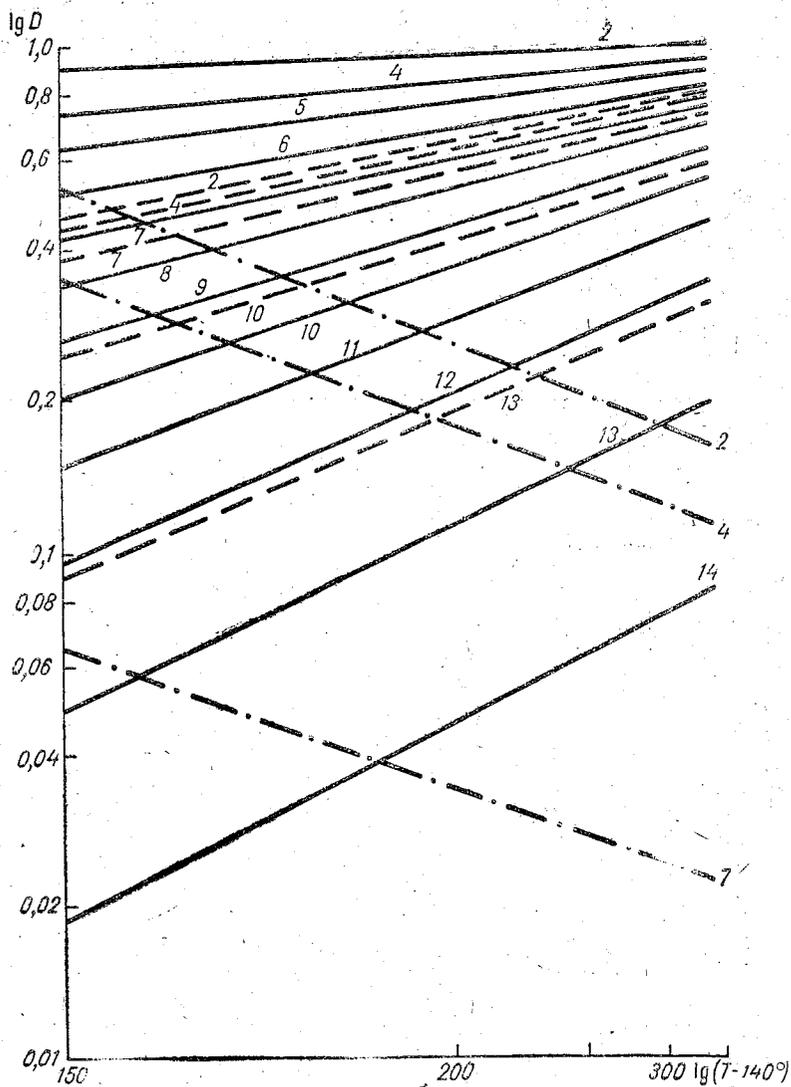


Рис. 5. Зависимость интегральной функции пропускания и составляющих ее вкладов «сильных», «промежуточных» и «слабых» линий от температуры источника:

— интегральная функция пропускания; — вклад «сильных» линий; — сумма вкладов «промежуточных» и «слабых» линий. Для прямых 2, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13 и 14 $\lg t = -4; -3.2; -2.8; -2.4; -2.0; -1.6; -1.2; -0.8; -0.4; 0.0; +0.4$ и $+0.8$ соответственно.

температуре источника T к функции пропускания при $T = T_0 = 300^\circ\text{K}$ для различных поглощающих масс по данным настоящей работы и работ [6, 9]. Температура среды в работе [6] равна 253°K , во всех остальных случаях — 300°K , давление — 1000 мб . Как видно из рисунка, заметная разница наблюдается только при очень малых массах и низких температурах. При массах больше $0,01 \text{ г/см}^2$ совпадение оказывается вполне приличным, несмотря на использование различных исходных спектральных данных.

Температурная зависимость существенно различна для разных масс. Такой характер результирующей температурной зависимости объясняется противоположной зависимостью для «слабых» и «сильных» линий. Для «сильных» линий функция пропускания убывает с ростом температуры, а для «слабых» — наоборот растет. Для «промежуточных» линий температурная зависимость почти отсутствует. Следовательно, и в этом случае имеет смысл введение двух различных поправочных множителей к быстро и медленно убывающим экспонентам. Кроме того, учитывая нелинейный характер температурной зависимости, удобно искать зависимость поправочного множителя не от температуры источника T , а от разности $T - 140^\circ\text{K}$.

На рис. 5 в логарифмической шкале приведена зависимость интегральной функции пропускания, а также вклада «сильных» линий и суммы вкладов «слабых» и «промежуточных» линий от значений $T - 140^\circ\text{K}$ при различных поглощающих массах. Из рисунка следует, что при всех массах в указанной шкале зависимости оказываются прямолинейными. Зависимость для «сильных» и для «слабых» и «промежуточных» линий имеет противоположный знак. Для отдельных компонент изменение угла наклона прямых в зависимости от массы гораздо меньше, чем для интегральной функции пропускания в целом.

Графическая аппроксимация позволяет получить поправочные множители к функциям D_1 и D_2 .

5. Заключение

Расчеты по полученной аппроксимационной формуле и сравнение результатов с „точными“ при различных сочетаниях всех параметров (давление, поглощающая масса, температура среды и источника) позволили методом проб и ошибок уточнить входящие в формулу коэффициенты. Окончательно предлагается следующая аппроксимационная формула: $D = D_1 + D_2$,

$$\left. \begin{aligned} \text{где } D_1 &= 0,2644 \left(\frac{T-140}{160} \right)^{-0,45} e^{-17,38 V m \frac{P}{P_0} \left(\frac{\theta}{\theta_0} \right)^{0,8}}, \\ D_2 &= 0,7356 \left(\frac{T-140}{160} \right)^{0,30} e^{-0,8943 V m \frac{P}{P_0} \left(\frac{\theta}{\theta_0} \right)^{4,1}} \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

В табл. 2 приводятся погрешности аппроксимационной формулы (2) по отношению к «точной» функции пропускания. Даны значения средней квадратичной относительной погрешности

$$\sqrt{\frac{\sum \left(\frac{D_T - D_a}{D_T} \right)^2}{n}} \quad (\text{причем осреднение производится для следующих поглощающих масс: } lgm = -3,2; -2,0; -0,8; +0,4).$$

Приводятся также максимальные относительные погрешности $\left(\frac{\Delta D}{D} \right)_{\text{max}}$ (при различных массах) и соответствующие значения lgm для широкого диапазона изменения давления, температуры и источника. Как видно из табл. 2, коэффициенты формулы (2) подобраны таким образом, чтобы минимальные погрешности получались при средних значениях поглощающих масс, давлений и температур, встречающихся в атмосфере. При температурах среды и источника 150°K и 350°K погрешности оказываются значительно больше, однако такие температуры очень редко встречаются в реальных условиях.

Была сделана попытка ввести две эффективные массы также в зависимости от давления, а именно: в быстро убывающей экспоненте по-прежнему брать эффективную массу, пропорциональную первой степени давления, а в медленно убывающей экспоненте понизить степень. Показатель 0,98 дает несколько меньшую погрешность, однако разница столь мала, что такое уточнение не имеет смысла.

Представляется интересным проанализировать физические предпосылки, позволившие получить такую функциональную зависимость для интегральной функции пропускания. Функция пропускания для ограниченных спектральных интервалов, согласно статистической модели полосы поглощения, описывается формулой

$$D_{\Delta\lambda_i}(m, P, \Theta) = \exp \left[- \frac{\sigma_i m_i}{\delta_i} \left(1 + \frac{\sigma_i m_i}{\pi \alpha_{0i} \frac{P}{P_0} \sqrt{\frac{\Theta_0}{\Theta}}} \right)^{-1/2} \right]. \quad (3)$$

Здесь σ_i — средняя интенсивность линий; δ_i — среднее расстояние между центрами линий; α_{0i} — средняя полуширина линий при нормальных условиях в спектральном интервале $\Delta\lambda_i$ (для определенности контур линий предполагался лоренцовским, чтобы записать в явном виде зависимость полуширины линий от температуры и давления, но это предположение не имеет принципиального значения); m_i — эффективная поглощающая масса (с учетом температурной зависимости интенсивности линий для рассматриваемого участка спектра). Понятие «слабых» и «силь-

Таблица 2

Средние квадратичные и максимальные относительные погрешности интегральной функции пропускания при различных давлениях, температурах среды и источника

T ⁰ , К	θ, °К	300						250						200					
		P, мб	1000	800	600	400	200	сред-нее	1000	800	600	400	200	сред-нее	1000	800	600	400	200
300	($\overline{\Delta D}/D$), %	0,618	0,838	1,05	1,14	1,25	0,995	2,74	2,25	1,62	1,14	1,78	1,98	1,60	1,61	2,00	2,60	3,06	2,25
	($\Delta D/D$) _{max}	-1,22	1,57	-1,80	-1,81	-1,39		4,85	3,68	-2,43	-2,00	-2,93		-3,01	-2,69	-2,16	-4,49	-5,96	
	lg m	-0,80	-0,80	-0,80	-0,80	-0,80		0,40	0,40	-0,80	-0,80	0,40		-0,80	-0,80	-0,80	0,40	0,40	
250	($\overline{\Delta D}/D$), %	3,31	2,71	2,10	1,65	1,67	2,37	3,37	2,92	2,42	2,07	2,25	2,65	3,78	3,42	3,01	3,30	3,39	3,41
	($\Delta D/D$) _{max}	-5,26	-4,07	-2,81	1,86	1,81		4,41	3,36	3,44	2,07	3,32		5,95	5,42	3,57	4,32	5,53	
	lg m	0,40	0,40	0,40	-2,0	-3,2		-2,0	0,40	-2,0	-2,0	-0,80		-3,2	-2,0	-0,80	-0,80	-0,80	
200	($\overline{\Delta D}/D$), %	13,7	12,2	10,6	8,86	7,71	10,8	5,25	5,14	5,20	5,16	5,19	5,20	4,74	4,91	5,12	5,27	4,86	4,98
	($\Delta D/D$) _{max}	-26,2	-23,5	-20,4	-17,3	-14,1		-8,91	-9,25	-9,74	-10,2	-9,74		-5,87	-6,88	-7,64	-7,73	-5,76	
	lg m	0,40	0,40	0,40	0,40	0,40		0,40	0,40	0,40	0,40	0,40		0,40	0,40	0,40	0,40	0,40	

ных» линий определяется не столько значением интенсивности σ_i , сколько произведением $\sigma_i m_i$. Для «слабых» линий

$$\frac{\sigma_i m_i}{\pi \alpha_{0i} \frac{P}{P_0} \sqrt{\frac{\Theta_0}{\Theta}}} \ll 1 \text{ и } D_{\Delta\lambda_i} = \exp\left(-\frac{\sigma_i m_i}{\delta_i}\right).$$

Для «сильных» линий, наоборот, можно пренебречь единицей и тогда

$$D_{\Delta\lambda_i} = \exp\left(-\sqrt{\frac{\pi \alpha_{0i} \frac{P}{P_0} \sqrt{\frac{\Theta_0}{\Theta}}}{\delta_i^2} \sigma_i m_i}\right) = \exp\left(-b_i \sqrt{\frac{P}{P_0} m_i}\right).$$

Для отдельных спектральных интервалов можно проследить оба асимптотических приближения при малых и при больших поглощающих массах соответственно. Однако, если рассчитывается интегральная функция пропускания (причем в рассматриваемом диапазоне масс хотя бы часть линий является «сильными»), то все время будет «работать» «сильное» приближение. Действительно, пока линии могут считаться «слабыми», т. е. пока $\sigma_i m_i$ мало, их вклад в функцию пропускания практически не меняется с увеличением массы (что хорошо видно на рис. 1). Поэтому при аппроксимации этого вклада аналитической формулой не слишком существенно, стоит ли в показателе экспоненты m_i или $\sqrt{m_i}$. Важно, что соответствующая экспонента практически почти не отличается от единицы. Изменение же функции пропускания в зависимости от массы определяется группой тех линий, которые при данной массе являются достаточно «сильными», чтобы обеспечить быстрое убывание экспоненты, но и в то же время еще не слишком «сильными», чтобы их вклад был отличен от нуля. Иными словами, при любой поглощающей массе изменение функции пропускания в зависимости от массы определяется теми «умеренно сильными» линиями, для которых произведение $\sigma_i m_i$ находится в определенных пределах. Более «слабые» линии еще вносят почти постоянный вклад, более «сильные» — уже не вносят никакого вклада. Что касается «умеренно сильных» (при данной массе) линий, то для них справедливо «сильное» приближение, т. е. их вклад пропорционален $\exp\left[-b_i \sqrt{\frac{P}{P_0} m_i}\right]$. Коэффициент b_i определяется как средний для всех линий, которые становятся «умеренно сильными» в данном диапазоне масс. Сколько экспонент указанного вида и с какими коэффициентами необходимо для адекват-

ного представления интегральной функции пропускания, зависит от конкретного спектра поглощения. На основе вышеизложенного понятно, почему результаты расчетов подтвердили справедливость однопараметрического приближения в отношении учета давления.

Что касается зависимости от температуры среды, то она различна для интенсивности различных линий (что учитывается в исходных формулах введением эффективных масс m_e). Поэтому при осреднении параметров в показателях обеих экспонент получились разные температурные зависимости. При неоднородной температуре на пути луча это означает введение двух различных эффективных масс, т. е. метод, по существу, становится двухпараметрическим.

И, наконец, влияние температуры источника определяется эффектом смещения и не связано непосредственно с «сильными» или «слабыми» линиями, распределение которых по спектру является случайным. Поэтому тот факт, что для «сильных» и для «слабых» линий получились сравнительно простые температурные зависимости, следует рассматривать как счастливую случайность в характере спектра поглощения водяного пара. Грубо говоря, этот эффект определяется тем, что наиболее сильные участки поглощения находятся в районе «коротковолновой границы» кривой Планка (при обычных атмосферных температурах), а слабые — в районе «длинноволновой границы». При повышении температуры смещение кривой Планка приводит к увеличению вклада «сильных» линий и к уменьшению вклада «слабых» линий. При понижении температуры картина обратная.

Далее необходимо подчеркнуть еще один важный момент. Настоящая работа была предпринята для оценки возможности использования интегральной функции пропускания в неоднородной атмосфере. Поэтому в процессе исследования все время делался упор на введение однопараметрического приближения, эффективных масс и т. д. Однако расчеты проводились для постоянного давления и температуры на пути луча. По существу, в настоящей работе предлагается приближенная аналитическая формула, описывающая зависимость интегральной функции пропускания от четырех переменных: поглощающей массы, давления, температуры среды и источника. Учет неоднородности давления и температуры на пути луча может быть осуществлен как путем введения эффективной массы, так и путем введения эффективной массы, зависящей от температуры, и эффективного среднего давления, как это предлагается в методике Куртиса-Гордона. Вероятно, возможны и другие варианты введения некоторых эффективных масс, давлений и температур. Принципиальное отличие здесь заключается не в способе учета переменного давления и температуры, а в том, что поправку на температуру и давле-

ние предлагается вводить к интегральной функции пропускания, а не к функциям пропускания в узких спектральных интервалах. При такой постановке задачи трудоемкое интегрирование по спектру выполняется раз и навсегда при вычислении интегральной функции пропускания и его не требуется повторять при расчетах для каждой конкретной стратификации атмосферы.

Между прочим, введение поправки на температуру источника решает еще одну проблему, связанную с применением интегральной функции пропускания, обсуждавшуюся в ряде работ, например в работах [10, 11, 12]. Дело в том, что выражения для потоков интегральной радиации, получающиеся при интегрировании уравнений переноса, содержат не полный дифференциал интегральной функции пропускания по массе

$$dD = \int_0^{\infty} \left[\frac{E_{\lambda}(T)}{E(T)} \frac{dD_{\lambda}(m-u)}{du} \right] du d\lambda + \\ + \int_0^{\infty} \left\{ \frac{d}{dT} \left[\frac{E_{\lambda}(T)}{E(T)} \right] \frac{dT}{du} D_{\lambda}(m-u) du \right\} d\lambda,$$

а лишь частный дифференциал по массе (т. е. 1-й член). Авторы цитируемых работ даже предлагали использовать не интегральную функцию пропускания, а некоторую другую интегральную характеристику, не имеющую четкого физического смысла. Очевидно, что если зависимость от температуры источника вводится в виде отдельного поправочного множителя, то не представляет труда вычисление именно частного дифференциала по массе при одновременном параметрическом учете температурной зависимости. При построении радиационных диаграмм, например, этот поправочный множитель удобно отнести даже не к функции пропускания, а к излучению абсолютно черного тела, т. е. учесть при нанесении температурной шкалы.

ЛИТЕРАТУРА

1. Анисимова Т. М., Михайлова В. Е., Подольская Э. Л., Терещенко В. Г. Расчет интегральной функции пропускания для водяного пара и исследование ее зависимости от давления и температуры. Труды ЛГМИ, вып. 40, 1970.
2. Goody R. M. Atmospheric Radiation. I Theoretical Basis. Oxford, 1964.
3. Rodgers C. D., Walshaw C. D. The computation of infra-red cooling rate in planetary atmospheres. Quart. J. Roy. Met. Soc., v. 92, № 391, 1966.
4. Rodgers C. D. The use of emissivity in atmospheric radiation calculations. Quart. J. Roy. Met. Soc., v. 93., № 396, 1967.
5. Rodgers C. D. The radiative heat budget of troposphere and lower stratosphere. Mass. Inst. of Technology, Planetary circulations Project, Rep. № A2, 1967.

6. Шехтер Ф. Н. Функция пропускания длинноволновой радиации и ее зависимость от температуры источника излучения. Труды ГГО, вып. 223, 1968.
7. Нийлиск Х. Ю., Саммел Л. Э. Интегральная функция пропускания атмосферы для расчетов поля теплового излучения в тропосфере. Таблицы радиационных характеристик атмосферы. ИФА АН ЭССР, Тарту, 1969.
8. Davis P. A., Viezee W., A model for computing infrared transmission through atmospheric water vapor and carbon dioxide. Journ. Geophys. Res., v. 69, № 18, 1964.
9. Нийлиск Х. Ю. О зависимости функции пропускания атмосферы от температуры. Исследования по физике атмосферы, № 4, ИФА АН ЭССР, Тарту, 1963.
10. Yamamoto G. On a radiation chart. Sci. Rept. Tohoku Univ., Ser. 5 v. 4, № 1, 1952.
11. Godson W. L. The evaluation of infrared radiative fluxes due to atmospheric water vapor. Quart. J. Roy. Met. Soc., v. 79, № 341, 1953
12. Шехтер Ф. Н. К вопросу о зависимости функции пропускания от температуры источника излучения. Труды IV Межведомственного совещания по актинометрии и атмосферной оптике, Тарту, 1966.

ПРОСТРАНСТВЕННО-ВРЕМЕННОЙ АСПЕКТ ДИФФЕРЕНЦИАЦИИ МАТЕРИИ

I

В научной литературе косвенно устанавливаются некоторые общие признаки у пространственно-временного континуума и явления дифференциации. В частности этот континуум и дифференциацию относят к группе тех явлений, которые отражаются категорией структуры. Наряду с этим, структура самого континуума и структура явления дифференциации по некоторым существенным особенностям также идентичны. Так, Я. Ф. Аскин подчеркивает, что пространство характеризует структуру существования, а время структуру процесса.¹ Что же касается дифференциации, то И. Д. Панцхава и Б. Я. Пахомов отмечают, что дифференциация является структурой развития.²

Касаясь структуры пространственно-временного континуума, Аскин продолжает, что структура процесса закрепляется в определенных пространственных изменениях. Временная структура, изолированная от пространственной, — «это возникновение одного и исчезновение другого, это есть изменение с появлением нового».³ Обращаясь к явлению дифференциации, мы также можем констатировать наличие процесса возникновения нового и продукта этого процесса, определяемого как дифференцированность. Дифференцированность выступает одновременно и основой для протекания процесса дифференциации.

Если временные изменения закрепляются в определенных пространственных отношениях, то в этом единстве обеих форм бытия материи время выражает процесс образования конкретных форм бытия, пространственных отношений или структур этого бытия. Указывая на качественную специфику времени,

¹ Аскин Я. Ф. Проблема времени и ее философское истолкование. М., «Наука», 1966, стр. 108.

² Панцхава И. Д., Пахомов Б. Я. Диалектический материализм в свете современной науки. М., «Мысль», 1971, стр. 179.

³ Аскин Я. Ф. Там же, стр. 109.

Аскин пишет: «Если элементы пространственной последовательности равноценны друг другу с точки зрения их существования, то временная последовательность включает отношения между существующим и несуществующим — тем, что уже существовало, или тем, что еще будет существовать».¹ Говоря иначе, время выражает моменты становления бытия и его исчезновение и замену другим конкретным бытием.

Из этого вытекает ряд следствий, которые могут быть отнесены и к явлению дифференциации. Во-первых, поскольку о становлении и исчезновении можно говорить только как о конкретных формах бытия, а не о бытии вообще, то и время может относиться лишь к конкретным объектам, материальным образованиям. Этим можно объяснить тот факт, что с исчезновением массы покоя в результате достижения телом скорости света, время как бы останавливается. Видимо, по отношению к таким телам, обладающим вещественностью, квантовые поля выступают как бытие на много порядков мощнее и являются первичными структурами. Если то или иное физическое поле предполагает моменты становления и исчезновения, то и здесь мы обнаружим временную последовательность, но уже другую, соотносимую с бытием более мощным нежели это поле. Во-вторых, если пространство является результатом закрепления временных изменений, то и оно соотносимо с физическим полем, предполагает конкретные формы бытия. По достижению телом скорости света конкретное бытие этого тела прекращается, следовательно, исчезает и его пространственная форма.

Но становление и исчезновение конкретного тела и его существование находится в органическом единстве. Например, устойчивость системы предполагает определенный устойчивый обмен веществом и энергией этой системы с другими объектами. Обмен же этот есть нечто иное, как процесс обновления, т. е. одновременно возникновение нового и исчезновение старого. Таким образом, все существующие объекты всегда предполагают временной аспект. Процессы становления и исчезновения немислимы без факта существования возникшего или исчезающего объекта: временной аспект невозможен без пространственного.

Если временные изменения находят свое закрепление в определенных пространственных отношениях, то и как дифференцированность в явлении дифференциации активно влияет на подбор более приемлемых элементов, точно также и существующие пространственные формы, устоявшиеся структуры бытия носят избирательный характер. Этим фактом можно объяснить и многонаправленность в развитии материи, необратимость времени и т. п. Обратимость означала бы, что временные изменения способны бесследно уничтожать уже существующие пространственные формы, подобно тому, как процесс дифференциации

¹ Пространство, время, движение. М., «Наука», 1971, стр. 59.

должен был бы уничтожить дифференцированность более высокого уровня и установить предшествующий уровень. Но уничтожить дифференцированность значит ликвидировать неотъемлемую сторону явления дифференциации и самого процесса дифференциации. Если же дифференцированность уровня С, возникшего как единство дифференцированности В и соответствующего ей процесса дифференциации, будет даже тождественной дифференцированности уровня А, то и в этом случае мы имеем дело с различными уровнями развития. Как процесс дифференциации имеет смысл лишь в соотношении с дифференцированностью, когда возникшие элементы сами оказываются в поле связей этой дифференцированности, точно также и временные изменения проявляются через возникновение новых пространственных форм, а не сами по себе. Мы ощущаем время лишь через конкретные пространственные формы, связывая в памяти существование прошлого и настоящего.

Говоря о природе пространственно-временной структуры А. М. Мостепаненко пишет: «Не связана ли «вездесущность» пространственно-временной структуры макромира с «универсальностью» микроструктуры квантового поля, физического вакуума? Эта микроструктура присутствует в макротелах и вне их и даже в случае отсутствия каких-либо элементарных частиц. Естественно предположить, что именно микроструктура физических полей «ответственна» за существование $(3+1)$ -мерного пространственно-временного каркаса макромира».¹ Характеризуя с качественной стороны, со стороны наиболее существенных топологических свойств этот каркас Мостепаненко относит к таким свойствам непрерывность и связность пространства и времени, порядок и направление времени, размерность пространства и времени.

Не касаясь природы трехмерности пространства, отметим, что оно всегда должно соответствовать времени, так как и время выражает отношение квантовых полей к дискретным образованиям, находящимся в непрерывном вакууме этих полей. Так как конкретных тел много, то может показаться, что предложенное нами представление о природе времени и пространства ведет к плюрализму, когда любая вещь имеет свое время и свое пространство. Но здесь нужно помнить, что материальные образования являются производными от квантовых полей, которые выступают как всеобщая структура. Поэтому становление и исчезновение даже самой сложной вещи определяется скоростью процессов микромира.

Переход от квантовых полей к микрочастицам, а затем и к макротелам означает смену топологических свойств и факт развития от более простого к более сложному. Это отмечается

¹ Пространство, время, движение. М., «Наука», 1971, стр. 32.

рядом авторов. Например, А. М. Мостепаненко подчеркивает, что по достижению объектом скорости, равной скорости света, нарушается прежняя топология мира. В этом случае нарушается «нормальная причинность, принцип близкодействия, непрерывность пространства и времени, обычная топология пространства и времени».¹

Все выше сказанное относительно природы пространства и времени как единства непрерывности и прерывности подтверждается основными положениями теории относительности. Математические выражения этой теории

$$T = \frac{t_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

и соответственно $L = l_0 \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$ можно интерпретировать

таким образом, что с увеличением скорости до значений близких к скорости света, конкретная форма бытия данного тела растворяется в более мощной форме конкретного бытия, т. е. она лишается своей обособленности. Если время, как отмечалось выше, связано с движением, с изменением состояний объекта, то увеличение показателя времени в вышеприведенной формуле можно объяснить как увеличение скорости смены состояний тела, скорости его взаимодействия с окружающими объектами. По достижению телом близкой световой скорости плотность его взаимодействий, изменений состояний также достигает показателей, при которых об объекте не приходится говорить как об обособленном самостоятельном, дискретном материальном образовании. Объект может взаимодействовать только тогда, когда он является системой, внутренне отчлененной от окружающей среды. Скорость света выражает тот показатель, который указывает на предел количества взаимодействий конкретного тела в единицу времени. Соответственно при значениях скорости, равных нулю, дискретность данного объекта является наиболее ярко выраженной.

Аналогично тому, что было сказано относительно временной структуры в пространственно-временном континууме, нам следует отнести и к пространственной структуре. Стремление показателя длины объекта к уменьшению с увеличением скорости этого объекта может означать, что объект за единицу времени охватывает большее количество отношений сосуществования, большее количество взаимодействий с другими объектами. Здесь обилие взаимодействий благодаря большой скорости

¹ Мостепаненко А. М. Проблема универсальности основных свойств пространства и времени. Л., «Наука», 1969, стр. 70.

смены состояний увеличивает плотность отношений сосуществования и в пределе доводит эту плотность до того, что взаимодействия и отношения сосуществования становятся неразличимы, объект одновременно теряет свою обособленность, он сливается с формой бытия более высокого порядка по своей мощности.

Взаимодействия объекта, направленные на продолжение своего бытия в бытии другого, выражают момент притяжения, которое в своей односторонности исключает возможность развития конкретной системы. Одновременно с увеличением скорости объекта в пределе до скорости света создаются условия для установления между этим объектом и его окружающими телами прямых воздействий. Этот факт также не обеспечивает условий для развития и может характеризоваться как односторонний момент отталкивания. Одностороннее отталкивание без соответствующего момента притяжения характеризует отношения индифференции.

Переход конкретной формы бытия данного объекта в более мощную форму бытия другого объекта и тем самым потеря первым из них свойства дискретности объясняется также и другими положениями теории относительности. Как известно полная энергия тела характеризует условия его конкретного бытия, его обособленности как определенной системы. Аналогичную характеристику того же тела составляет инерция. Мерой энергии и инерции является масса как свойство материи, выражающее соотношение последней с конкретным видом движения. Будучи характеристикой этих обеих сторон материи, масса должна представлять определенную меру, связывая энергию и инерцию в некоторую функциональную зависимость. В этом соотношении инерция выражает противодействие той энергии, которая из состояния связанности переходит в энергию взаимодействия тела с другими телами, с материальными полями. В зависимости от форм движения и видов материи природа этого взаимодействия своя. Теория относительности, изучающая определенные физические процессы, взаимодействие рассматривает как скорость тела относительно определенной системы отсчета. Процесс перехода полной энергии тела в энергию взаимодействия может привести к тому, что внутренняя энергия иссякнет, тогда тело перестанет быть самостоятельным, оно не будет отличаться от взаимодействующей среды. В этом случае исчезают условия для взаимодействия, так как тело растворяется в бытии более мощном, нежели его собственное. Этот факт отражается в формулах теории относительности. Если масса тела характеризует конкретно его бытие со стороны и его пространственно-временных координат, то стремление длины этого тела в направлении движения сократится до нуля с увеличением скорости до световой может указывать на исчезновение конкретного бытия этого тела.

Одновременно, если вся внутренняя энергия переходит в энергию взаимодействия, то и масса тела также должна уменьшаться в пределе до нуля. Возрастание параметра m в формуле

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \text{ указывает на то более мощное бытие, в которое}$$

переходит тело с массой m_0 .

Что же касается временной координаты, то она характеризует не только определенную плотность взаимодействий тела с другими телами, плотность смены состояний, но и внутренние процессы тела, тратящего свою внутреннюю энергию на преодоление противодействий среды. Стремление показателя временного компонента увеличиваться до бесконечности означает, что время «останавливается», следовательно, останавливаются и конкретные процессы, совершающиеся в теле и делающие его обособленным. Как только эти процессы теряют свою специфику, система утрачивает самостоятельность.

Итак, когда скорость тела стремится к световой, то оно теряет свою дискретность, свои степени свободы. Напротив, когда показатель этой скорости стремится к нулю, тогда тело обладает своей внутренней энергией, своими пространственно-временными координатами, что характеризует его как автономное, дискретное.

Однако, если скорость является показателем плотности взаимодействий системы с факторами среды, то при нулевом ее значении плотность этих взаимодействий также должна равняться нулю, обуславливая абсолютную изолированность этой системы от других тел. Понятно, так как скорость, значение которой ниже световой, всегда является относительной, то ее отсутствие может быть реальным лишь по отношению к определенным объектам, а потому и изолированность системы является также относительной. Вместе с тем эта изолированность выражает момент отталкивания как превалирующий, а потому такие тела не содержат возможностей для своего развития.

Понятно, что растворение конкретной формы бытия данного тела в более мощной форме бытия не означает, что пространство и время исчезают вовсе. Тот факт, что скорость света является константой, свидетельствует не только о пределе количества взаимодействий плотности смены состояний, но и в такой же мере выражает неизменность, постоянство. Так как скорость света является постоянным состоянием в определенном отношении, то оно может характеризовать лишь конкретное материальное образование, что свидетельствует о наличии свойства дискретности у этого образования. Это может выражать существование уже некоторого другого пространственно-временного континуума. Например, эта дискретность может выступать как существование различных квантовых полей. В настоящее время

в науке еще нет необходимого представления о том конкретном состоянии материи, которое выражало бы непрерывность всех квантовых полей как нечто единого.

II

Устанавливая некоторые из соотношений между пространственно-временным континуумом и явлением дифференциации, нам следует подчеркнуть, что оба они определенным образом связаны с процессом развития. Так, многие авторы рассматривают дифференциацию как механизм развития, структуру и критерий развития. Одновременно в научной литературе имеются попытки установить зависимость высоты организации системы и ее пространственно-временного совершенства. Если же подходить к системе со стороны процесса развития, то кроме связей, выражающих полный замкнутый контур дифференциации и, следовательно, развития, следует выделить такие отношения, которые непосредственно не выражают процесса этого развития. Эти отношения образуют поле индифференции. Одним из проявлений индифференции можно считать одностороннюю прерывность. Эта прерывность может быть временной, когда речь идет о системах или элементах, генетически чуждых друг для друга и потому не участвующих в одной и той же цепи причинения. Заметим, что множество событий, которому свойственно отсутствие каузальной связи, между этими событиями, следовательно, являющимися топологически одновременными, характеризует пространственно-временную структуру объективного мира.

Но индифференция может выступать и как пространственная прерывность. Если пространство выражает момент сосуществования, и реально для конкретного процесса развития оно выступает через взаимодействие тел, то естественно, индифференция как прерывность может проявляться в качестве несущественных для процесса развития связей между телами. Такая пространственная прерывность может быть односторонней, когда, например, из двух или нескольких тел одно во много раз превосходит по каким-либо свойствам другие. Таким образом, здесь мы сталкиваемся с конкретными формами пространства и времени. Примером может служить та форма прерывности в пространстве и времени, которая наряду с непрерывностью имеет место во взаимосвязях между Солнцем и Землей.

С точки зрения дифференциации и индифференции интересно проследить диалектику прерывности и непрерывности в пространственно-временном континууме. Если до наблюдателя из точек А и В одновременно доходят сигналы, то здесь прерывается временная цепь. Вместе с тем в этом же случае устанавливается пространственная непрерывность как протяженность от А до В. Если же мы имеем цепь причинения, идущую в направлении от А к В, то тогда мы не можем достоверно определить

пространственную структуру, так как в точке В и А может оказаться одно и то же тело, претерпевшее некий процесс изменения, но не коснувшийся пространственных отношений. Например, молекула воздуха вчера, сегодня, завтра одна и та же, т. е. пространственно она остается качественно отличной от других молекул. Ее пространственная сторона является свойством, обеспечивающим качественную границу этой молекулы, тогда как временной аспект здесь непрерывен, именно поэтому существует качественная обособленность молекулы в пространстве. Действительно, если временная сторона связана с процессом, то этот процесс всегда должен быть ограничен в пространстве, иначе он не мог бы осуществляться уже в силу конечности энергии по количеству и по скорости ее распространения.

С другой стороны, если пространственная структура материи выражает одновременное сосуществование тел, то временной ряд, характерной сменой состояний постоянно нарушает пространственную структуру, ибо с переходом к новому состоянию должно исчезнуть прошлое, т. е. протяженность этого прошлого состояния обрывается. Итак, пространственная структура материи выражает непрерывность пространства и прерывность времени, а временная структура — прерывность пространства и непрерывность времени.

Таким образом, топология пространства и времени макромира меняется и в случае, когда частицы и макротела как дискретные единицы переходят в непрерывное поле, и в случае, когда мы предполагаем лишь момент прерывности, обусловленный, например, ячеистой структурой микропространства. Поясняя этот случай Мостепаненко пишет, что ячеистость пространства не может быть трехмерной, так как пространство, будучи состоящим из счетного множества точек, окажется нульмерным.¹ Одновременно здесь нарушается принцип близкодействия, что указывает на нарушение цепей причинения, а следовательно, течения времени. Все это позволяет предположить, что пространство и время в $(3+1)$ измерении выражает единство прерывности и непрерывности физических полей и вещественных образований, это есть форма связи этих полей с дискретными микрочастицами и макротелами.

Но прерывность и непрерывность не являются исходными первопричинами: таковыми может быть движение, конкретнее — взаимодействия. Указывая на этот факт, Р. А. Аронов пишет: «Противоречивость движения материальных объектов, единство их притяжения и отталкивания проявляются в единстве непрерывности и дискретности пространства и времени...»² В свою очередь в рассматриваемой нами области притяжение и отталкивание обусловлено различными типами взаимодействий физи-

¹ Пространство, время, движение. М., «Наука», 1971, стр. 16.

² Пространство, время, движение. М., «Наука», 1971, стр. 88.

ческих полей. Это утверждение позволяет нам подойти к микро-частицам как к результату определенной формы притяжения и отталкивания, как к механизму, посредством которого устанавливаются специфические свойства этих частиц.

Таким образом, если проанализировать процесс развития материи, начиная с уровня развития полей, то структуру этого развития можно проследить путем обнаружения сторон дифференциации. Возникновение микрочастиц определяет фактор увеличения разнообразия. Единство этого разнообразия и структуры физических полей, взятое со стороны этой структуры, выступает как пространственно-временная упорядоченность. Это же единство, рассматриваемое со стороны разнообразия есть усложнение.

Разнообразие включает в себя различные классы отношений, в том числе более или менее устойчивые элементы, между которыми связь носит внешний и случайный характер и которые подчиняются вероятностным законам. Случайность здесь означает, что „при переходе“ от одного явления к другому характеристики явлений изменяют свои значения независимым образом, т. е. значения некоторой характеристики одного явления существенно не зависят и не определяются значениями этой характеристики у других явлений».¹ Ю. В. Сачков указывает далее, что вероятностный подход отражает два уровня в стохастических процессах. Первый уровень связан со случайными событиями, о которых говорили только что. Второй уровень предполагает уже наличие определенных закономерностей, регулярностей в массе случайных событий и выражает эту регулярность. «При этом весьма существенно... что характеристики обоих уровней относительно автономны независимо друг от друга; характеристики второго уровня, определяя вид распределения, не определяют собой каждое конкретное случайное событие... В то же время связи между характеристиками внутри более глубокого уровня носят вполне определенный «жесткий» характер».² Нетрудно видеть, что соотношение между этими уровнями является соотношением меняющегося разнообразия и структуры первичной системы. Относительно к микрочастицам это применяется не только как пространственно-временной порядок, но и в виде других форм упорядоченности.

Среди микрочастиц, как известно, одни существуют весьма кратковременно, другие отличаются своей устойчивостью, третьи не исчезают, но являются изменчивыми и т. д. Вместе с тем некоторые из частиц являются устойчивыми лишь благодаря взаимодействию с другими частицами. Это позволяет нам рассматривать материальные образования подобного рода как механизмы спецификации, на базе которых могут сложиться

¹ Пространство, время, движение, стр. 554.

² Там же, стр. 557.

новые более сложные системы. Появление этих элементарных систем, в которых микрочастицы взаимодействуют между собой уже на уровне своих специфических свойств, мы можем рассматривать как дифференцировку, т. е. как увеличение разнообразия на существенном уровне.

Но увеличение разнообразия на этом уровне мы можем рассматривать и относительно отдельных микрочастиц. Сачков пишет: «Существенным для понимания природы квантовой теории является то, что здесь вероятностные методы используются для выражения свойств и закономерностей поведения отдельных микрообъектов... Различные «варианты» поведения микрообъекта... стали рассматриваться как внутренне ему присущие потенциальные возможности поведения... При рассмотрении спектра возможностей поведения микрообъектов квантовая механика позволяет отобразить наличие определенных упорядоченностей, регулярностей, «в массе» этих возможностей...»¹ Таким образом, здесь мы имеем факт своего рода автономизации микрочастиц, обусловленной тем, что частица является результатом взаимодействия нескольких физических полей как непосредственно, так и через взаимодействие с другими микрочастицами, микрообъектами.

И, наконец, отношения упорядоченности, исходящие от физических полей, в единстве со спецификацией микрообъектов, с одной стороны, выступает как структура — пространственно-временная, энергетическая и другие, с другой стороны, это единство проявляется как специализация. Здесь микрообъекты со своими специфическими свойствами соотносятся с системой физических полей. Поэтому друг для друга эти объекты являются безразличными, а потому и неразличимыми. Одновременно при появлении элементарных систем между самими частицами наблюдается специализация по отношению уже к этой новой элементарной системе, к ее структуре. Участие сразу в нескольких структурах и делает микрообъекты как элементы этих структур сравнительно автономными и подвижными. Итак, в общем и целом, процессы микромира можно представить с точки зрения дифференциации несколько конкретнее.

Дифференцированность связана здесь с процессами физических полей и проявляется как пространственно-временная структура. Если пространственно-временные формы — это способ связи непрерывного физического поля и дискретных микрообъектов, то все эти объекты не отличаются друг от друга. Касаясь различий между микрообъектами по их фундаментальным свойствам, мы констатируем видовые особенности, тогда как внутри отдельных видов микрочастицы не отличаются друг от друга.

¹ Пространство, время, движение, стр. 559.

Возникновение атомов выражает прерывность более высокого порядка, так как здесь участвуют в единстве различные типы взаимодействий. Видимо, в атоме природа микромира находит наиболее удачное сочетание прерывности и непрерывности, а тем самым и сочетание пространственно-временных структур. Атомы являются выражением той новой стабильной системы, которая в значительной степени оказалась самостоятельной по отношению к микрообъектам вне атома. Структура атома инвариантна, а потому ее можно рассматривать как то общее, что делает атомы тождественным между собой со стороны их дискретности. Все они устойчиво ограничены от среды, друг от друга и являются границей для некоторых форм взаимодействия, а следовательно, границей физических полей.

Но и атомы несут определенную незавершенность относительно формы прерывности и непрерывности. Количественное увеличение атомов и их пространственное сближение выражает, несомненно, усиление прерывности, которое сопровождается усилением и непрерывности. Такой формой непрерывности является гравитационное поле, которое постоянно представляет собой непрерывность физических полей первичной структуры. Возможно, этот факт определяет топологические свойства пространства и времени микроструктуры, так как здесь как раз и сохраняется соотношение непрерывности и прерывности, тождественное первым формам этого соответствия.

Но здесь одновременно с развитием количественной стороны в соответствии прерывности и непрерывности развивается и качественная определенность, обуславливающая изменение в пространственно-временной структуре. С этим связаны и формы движения и формы дифференциации. Так, на химическом уровне прерывность атомов противостоит группам электронов связи, объединяющим несколько атомов, как новой форме непрерывности. Таким образом, если в субатомной области электроны выражали дискретность по отношению к непрерывности физических полей, то уже в качестве химической связи по отношению к объединяющимся атомам эти же электроны, связанные в группы образуют непрерывную орбиту молекулы.

В атоме электроны взаимодействовали с ядром, тогда как взаимосвязи между ними были практически незаметны. Отсюда отношения этих электронов между собой образовывали поле неразличности или абсолютной индифференции. При объединении атомов в молекулу ядра этих атомов стали соотноситься между собой через «обобществленные» электроны на орбите этой молекулы, в системе которой форму неразличности выражают уже отношения между ядрами объединившихся атомов. Поле неразличности является видом разнообразия, так что соотношение орбитальной электронной оболочки молекулы и ядер, входящих в нее атомов выражают единство непрерывности

и прерывности. Это означает, что молекула, кроме пространственно-временной структуры физических полей, имеет свои пространственно-временные характеристики. В этом выражается своеобразие дифференциации при установлении химических связей между атомами, когда мы рассматриваем становление электронной оболочки связи. При образовании макросистем — твердых, жидких, газообразных — путем количественного усложнения гравитационное поле все более усиливает свое участие как вид непрерывности и как элемент структуры физических полей. Это определяет усиление и топологических свойств $(3+1)$ -мерного пространственно-временного континуума, его обусловленность принципом близкодействия и др. Наряду с этим формируются и качественные структуры, а вместе с этим и специфические пространственно-временные отношения у конкретных систем.

III

Усложнение пространственно-временных отношений мы можем наблюдать при выявлении форм симметрии и асимметрии, чем сложнее система, тем глубже явление симметрии, тем больше ее форм, вместе с тем все полнее и богаче выступают формы асимметрии, дисимметрии. Известно, что трехмерность пространства как его основное топологическое свойство является изотропным, однородным, а потому здесь должна проявляться преимущественно симметрия. Наличие же различных форм симметрии, усиление видов дисимметрии свидетельствует об усложнении непрерывности и прерывности. Прежде непрерывность была связана с однородным физическим полем, в более сложных системах пространственно-временные отношения выражают тот эволюционный путь, который проделали эти системы. Поэтому правы те авторы, которые пытаются обосновать существование различных форм пространственно-временной структуры в зависимости от степени развития данного уровня материи.

Всякий раз, когда речь заходит о новой симметрии или дисимметрии, мы всегда имеем дело с процессом дифференциации и его результатом. Любая устоявшаяся форма симметрии является фактором дифференцированности, которая в устойчивых формах закрепила изменения, происшедшие благодаря процессу дифференциации. Следовательно, с этой стороны процесс дифференциации должен обладать также формами симметрии. Перенося это рассуждение на соотношение пространства и времени, где первое является способом закрепления временных изменений, мы должны признать известную симметрию и во временных формах. Здесь симметрия может быть связана, видимо, с временными ритмами, идущими параллельно один относительно другого. В случае дифференциации симметричность может проявляться в однотипных или даже одинаковых элемен-

тарных системах, которые образуются под воздействием общих закономерностей. Обратное следует сказать, когда речь идет о формах дисимметрии и асимметрии.

В. С. Готт определяет асимметрию как категорию, «которая обозначает существование и становление в определенных условиях и отношениях различий и противоположностей внутри единства, тождества, целостности явлений мира».¹ Нетрудно заметить, что такое понимание асимметрии выражает некоторые черты дифференциации, так как и она характеризуется как становление различий в рамках развивающейся системы. Это сходство еще более становится отчетливым, если учесть утвердившееся в современной науке представление о том, что общей формой проявления асимметрии является несоответствие между структурой и элементами. В данном случае нас будет интересовать, прежде всего, тот вид асимметрии, который выражает не просто нарушение структуры объекта, а который одновременно предполагает наличие более глубокой симметрии. Можно полагать, что именно относительно этого вида асимметрии Готт писал: «Асимметрия отражает нарушения равновесия, связанные с изменением, развитием; нарушения, вызываемые перестройкой организации...»² Эта мысль поддерживается многими авторами, например Н. Ф. Овчинниковым, Ф. М. Землянским, Ю. А. Урманцевым и др.³

Но так как асимметрия даже при таком понимании является пространственным аспектом развития, то ее мы не можем рассматривать как сам процесс развития и тем самым относить к процессу дифференциации. Ее следует понимать как закрепление в пространственных формах развития структуры. Здесь в относительно косной форме отражается тот момент, когда развитие системы вышло за пределы старой структуры, а новая еще не сформировалась. Такое состояние более всего отражается в дифференцированности. Именно она выражает не только структуру первичной системы, но и закрепляет постоянно идущие изменения благодаря процессу дифференциации.

Что же касается первичной структуры системы, то по многим признакам она схожа с явлением симметрии. Симметрия всегда предполагает структуру, пишет Овчинников.⁴ Отсюда понятно, что многие свойства симметрии оказываются сходными с такими свойствами структуры, как неразличенность, устойчивость, о которых мы говорили выше. Например, свойства симметрии основываются на том, что симметричные части системы могут пере-

¹ Готт В. С. *Философские вопросы современной физики*. М., «Высшая школа», 1967, стр. 277.

² Готт В. С. *Симметрия и асимметрия*. М., «Знание», 1965, стр. 30.

³ Овчинников Н. Ф. *Принципы сохранения*. М., «Мысль», 1966; Землянский Ф. М. «Философские науки», № 5, 1965; Урманцев Ю. А. В сб. «О сущности жизни», М., «Наука», 1964.

⁴ Овчинников Н. Ф. *Принципы сохранения*, стр. 144.

мещаться относительно какого-нибудь центра, замещая друг друга. Следовательно, здесь связи определяются структурой системы, а не отношениями элементов непосредственно между собой.

Дифференцированность же является структурой системы, но отнесенная к процессу дифференциации, а потому она объединяет в себе не только свойства асимметрии, но и симметрии. Имея в виду эту особенность дифференцированности, мы можем понять тот факт, что чем выше форма материи, тем ниже симметрия. Этот факт отмечается в нашей научной литературе при сопоставлении свойств симметрии и асимметрии у живых систем и у объектов неживой природы. Поскольку асимметрия связана с дифференцированностью, то ее усиление может означать лишь более быстрый процесс развития, следовательно, процесс дифференциации. Вместе с тем, общеизвестно, что по мере повышения уровня организации материи темпы ее развития, а следовательно, и процесса дифференциации ускоряются.

Таким образом, анализ свойств пространственно-временного континуума под углом зрения дифференциации позволяет нам объяснить и высказать ряд гипотетических предположений относительно целой группы фундаментальных явлений, связанных с развитием материи, со спецификой ее форм бытия. Во-первых, так как пространство и время являются формой единства прерывности и непрерывности и $(3+1)$ -мерность пространственно-временного континуума зависит от этого единства, то существующая топология этого континуума носит универсальный характер. Эта универсальность обусловлена тем, что прерывность и непрерывность — это атрибутивные характеристики материи и движения. В связи с этим напомним замечание В. И. Ленина о том, что «Движение есть единство непрерывности (времени и пространства) и прерывности (времени и пространства)».¹ Во-вторых, связь пространства и времени с дифференциацией указывает на то, что эти формы бытия материи посредством дифференциации выражают развитие конкретных систем.

¹ В. И. Ленин. Соч., т. 29, стр. 231.

ЗАГРЯЗНЕНИЕ ВОЗДУХА В ГОРОДЕ ПРОМЫШЛЕННЫМИ ВЫБРОСАМИ (на примере г. Ленинграда)

С развитием промышленности, ростом интенсивности движения транспорта на автомагистралях проблема загрязнения атмосферного воздуха становится все более актуальной. Концентрации промышленных выбросов, выхлопных газов от автомашин иногда достигают в приземном слое воздуха значений выше допустимых, что создает опасные загрязнения, наносящие вред здоровью людей, растительному и животному миру, вызывающие интенсивную коррозию металлоизделий.

В связи с этим необходимо знать закономерности распространения вредных примесей в нижнем слое атмосферы с учетом влияния на рассеяние примесей местных условий и метеорологических факторов, на основе этого составить рекомендации по эксплуатации промышленных предприятий и автотранспорта.

В настоящей работе приведена методика получения суммарной картины загрязнения вредными примесями, выбрасываемыми промышленными предприятиями.

Методы расчета концентраций вредных примесей от промышленных источников, предложенных Сеттоном [7], были одними из первых. Многими авторами как в нашей стране, так и за рубежом [1, 2, 6, 9 и др.], развивалась теория диффузии и были получены формулы для расчета концентраций примесей от промышленных источников.

В настоящей работе расчеты проводились по формулам, предложенным в Ленинградском гидрометеорологическом институте [3, 4, 5], поэтому формулы, полученные другими авторами не приводятся.

Формула для расчета концентрации примеси q , поступающей от непрерывного точечного источника, расположенного на высоте H , имеет следующий вид:

$$q(x, y, z) = \frac{\gamma e^{-\frac{y^2}{2y^2}}}{\sqrt{2\pi y^2}} \frac{(zH_{\text{эф}})^{\frac{\varepsilon}{2}} z_1^{1-\varepsilon}}{(1+m+\varepsilon)\kappa_1 x} e^{-\frac{-z^{1+m+\varepsilon} + H_{\text{эф}}^{1+m+\varepsilon}}{(1+m+\varepsilon)^2 \frac{\kappa_1}{u_1} z_1^{m+\varepsilon-1} x}} \times$$

$$\times I - \frac{\varepsilon}{m+\varepsilon+1} \left[\frac{(zH_{\text{эф}})^{\frac{1+m+\varepsilon}{2}}}{\left(\frac{1+m+\varepsilon}{2}\right)^2 \frac{\kappa_1}{u_1} z_1^{m+\varepsilon-1} x} \right], \quad (1)$$

где y^2 — дисперсия в направлении оси oy (равна $(0,2x^{0,9})^2 M^2$); γ — мощность источника; u_1 — скорость ветра на фиксированном уровне z_1 ($z_1 \approx 1-7$ м); κ_1 — вертикальная составляющая коэффициента турбулентности на уровне z_1 ; m — параметр, зависящий от стратификации атмосферы и шероховатости подстилающей поверхности; $H_{\text{эф}}$ — эффективная высота трубы (складывается из геометрической высоты и высоты начального подъема дыма).

Для определения наземной концентрации на оси струи дыма используется формула:

$$q(x, 0, 0) = \frac{\gamma}{\sqrt{2\pi y^2}} \frac{z_1^{1-\varepsilon}}{\Gamma\left(1 - \frac{\varepsilon}{1+m+\varepsilon}\right) (1+m+\varepsilon)\kappa_1 x} \times$$

$$\times \left[\frac{u_1 z_1^{1-m-\varepsilon}}{(1+m+\varepsilon)^2 \kappa_1 x} \right]^{-\frac{\varepsilon}{1+m+\varepsilon}} e^{-\frac{u_1 H_{\text{эф}}^{1+m+\varepsilon}}{(1+m+\varepsilon)^2 \kappa_1 z_1^{m+\varepsilon-1} x}}. \quad (2)$$

На расстоянии от источника x_m концентрация достигает максимального значения q_m . Зависимость этих величин от высоты трубы и метеорологических условий можно найти по формулам:

$$x_m = \frac{u_1 z_1^{1-m-\varepsilon} H_{\text{эф}}^{1+m+\varepsilon}}{\kappa_1 (1+m+\varepsilon)^2 \left(1,9 - \frac{\varepsilon}{1+m+\varepsilon}\right)}, \quad (3)$$

$$q_m = \frac{\gamma z_1^{1-\varepsilon} \left(1,9 - \frac{\varepsilon}{1+m+\varepsilon}\right)^{1,9 - \frac{\varepsilon}{1+m+\varepsilon}} \left[\frac{\kappa}{u_1} \frac{(1+m+\varepsilon)^2}{z_1^{1-m-\varepsilon}} \right]^{1,9}}{0,2\sqrt{2\pi} (1+m+\varepsilon)\kappa_1 H_{\text{эф}}^{(1+m+\varepsilon)} \left(1,9 - \frac{\varepsilon}{1+m+\varepsilon}\right) \Gamma\left(1 - \frac{\varepsilon}{1+m+\varepsilon}\right)} \times$$

$$\times e^{-\left(1,9 - \frac{\varepsilon}{1+m+\varepsilon}\right)}. \quad (4)$$

Для наиболее часто встречающейся поверхности с шероховатостью $z_{00} = 0,1$ м и $\varepsilon = -0,1$ (средние летние условия) и $\varepsilon = 0,0$

(средние зимние условия) формулы для расчетов концентраций q , максимальных концентраций q_m на расстояниях x^m имеют вид:

при $\varepsilon = -0,1$:

$$q(x, 0, 0) = \frac{60\gamma}{u_{\text{фл.}} x^2} e^{-\frac{16,6H_{\text{эф}}^{1,04}}{x}} \quad (5)$$

$$q_m = \frac{13 \cdot 10^{-2} \gamma H_{\text{эф}}^{-2,08}}{u_{\text{фл.}}}$$

$$x_m = 8,3 H_{\text{эф}}^{1,04}$$

при $\varepsilon = 0,0$:

$$q(x, 0, 0) = \frac{54\gamma}{u_{\text{фл.}} x^{1,9}} e^{-\frac{14,5H_{\text{эф}}^{1,18}}{x}} \quad (6)$$

$$x_m = 7,7 H_{\text{эф}}^{1,18}$$

где $u_{\text{фл}}$ — скорость ветра на высоте флюгера.

В работе [4] даны рекомендации по расчету многолетних сезонных концентраций. Для этой цели для выбранной высоты трубы рассчитывают поле многолетних сезонных концентраций с учетом розы направлений и средних скоростей ветра по направлениям. Предлагается формула вида:

$$\bar{q}(x) = \frac{q_0(x)}{9} \left[n_0 + c_1(n_{-5} + n_5) + c_2(n_{-10} + n_{10}) \right], \quad (7)$$

где $\bar{q}(x)$ — средняя многолетняя концентрация ($г/м^3$) по данному румбу на расстоянии x от трубы; n_0 — повторяемость ветра (в долях единицы) в заданном направлении; n^{-5} , n_5 , n^{-10} , n_{10} — повторяемость ветра при отклонении на углы ± 5 и $\pm 10^\circ$ от основного направления; $q_0(x)$ — концентрация на заданном расстоянии, рассчитываемая по формулам (5) или (6); c_1 , c_2 — коэффициенты, учитывающие приращение средней концентрации в данном направлении в момент отклонения ветра от основного направления на 5 и 10° соответственно.

$$c_1 = e^{-\frac{(\rho \sin 5^\circ)^2}{2\gamma^2}}; \quad c_2 = e^{-\frac{(\rho \sin 10^\circ)^2}{2\gamma^2}} \quad (8)$$

В настоящей работе было рассчитано поле средних многолетних концентраций летучей золы (пыли), выбрасываемой котельными промышленными предприятиями г. Ленинграда.

Расчет проводился по формуле (7) с предварительным расчетом разовой концентрации $q_0(x)$ для каждой трубы по формуле (5) для средних летних условий. Высота трубы бралась не эффективная, а действительная.

Всего было выбрано 77 источников на 74 промышленных предприятиях в 11 районах города. В основном — трубы котельных этих предприятий.

Величина выброса γ из каждой трубы не известна, поэтому для расчетов был взят выброс, одинаковый для всех источников, $\gamma = 1 \text{ г/сек}$.

Для расчета средних многолетних концентраций использовались климатологические данные о повторяемости ветра различных направлений (по восьми румбам) для июля и о средних многолетних скоростях ветра для каждого из румбов (табл. 1) [8].

Таблица 1

Повторяемость ветра (в %) по направлениям, повторяемость штилей и скорость ветра (в м/сек) по румбам. Июль, г. Ленинград [8]

С	СВ	В	ЮВ	Ю	ЮЗ	З	СЗ	Штиль
7	17	12	9	8	9	21	17	1
3,8	3,9	3,9	4,1	3,8	4,0	4,2	3,5	

Расчеты производились для расстояний 0,1; 0,2; 0,4; 0,5; 0,6; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9; 10; 12; 15 км от каждого источника по восьми румбам.

После построения полей концентраций для каждого из источников производилось графическое сложение полей для 77 источников г. Ленинграда. В результате была получена условная картина загрязнения приземного слоя воздуха в г. Ленинграде летучей золой.

На рис. 1 представлена средняя многолетняя роза ветров для летних условий в Ленинграде, построенная по данным табл. 1.

Рис. 2 дает представление о распределении средних летних концентраций летучей золы в воздухе Ленинграда по территории города. Изолинии поля концентраций построены для значений $q \cdot 10^{-8} \text{ г/м}^3$.

Из рис. 2 видно, что очаги наибольшего загрязнения (с замкнутыми изолиниями от $1000 \cdot 10^{-8}$ до $7000 \cdot 10^{-8} \text{ г/м}^3$) располагаются в северо-восточной части города (район «Гражданки»), в восточной части (Калининский район), в районе правого берега реки Большой Охты, а также в юго-западной части города (Кировский район). Такое распределение очагов повышенного загрязнения воздуха в городе довольно хорошо согласуется с розой ветров.

Интенсивный очаг загрязнения расположен в восточной части города, на Большой Охте ($q = 7000 \cdot 10^{-8} \text{ г/м}^3$). Это объяс-

няется большим числом источников загрязнения в этом районе, а также большой повторяемостью западных ветров, которые способствуют влиянию источников загрязнения, расположенных в западной части города. Кроме того, в этом районе располагается Охтинский деревообрабатывающий комбинат, который

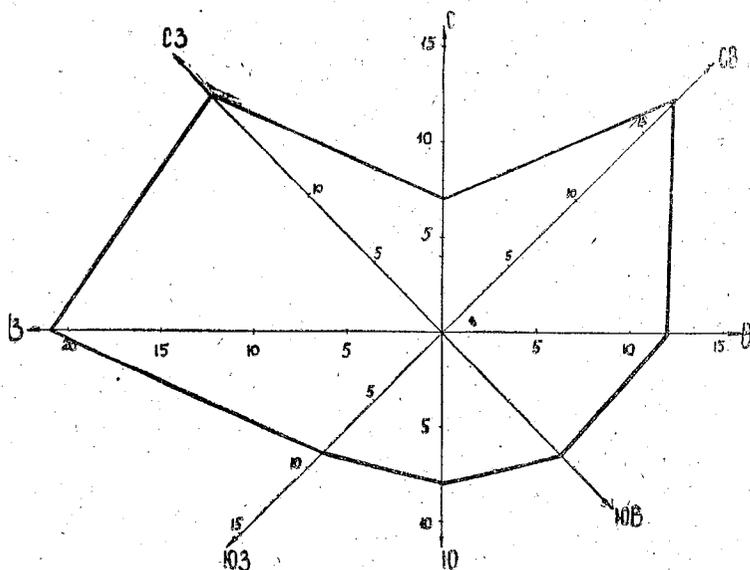


Рис. 1. Средняя многолетняя роза ветров для г. Ленинграда, июль.

выбрасывает в атмосферу большое количество летучей золы из двух труб котельной ($H=30$ и 26 м) и труб малой высоты от цехов (две трубы по 12 м и две — по 9 м). Выбросы из всех этих труб, складываясь с выбросами других промышленных предприятий, дают резкое увеличение концентраций пыли в воздухе этого района.

В юго-западной части города (Кировский район) наблюдается очаг загрязнения с концентрациями в центре более $1000 \cdot 10^{-8}$ г/м³, причем, этот очаг занимает довольно большую площадь, распространяясь на четыре смежных района. Это можно объяснить тем, что в этой части города находится большое количество источников загрязнения, расположенных на небольших расстояниях друг от друга.

Очаг загрязнения воздуха на северо-востоке города (Выборгский район) сравнительно небольшой по площади, но значения концентраций здесь очень велики (до $3000 \cdot 10^{-8}$ г/м³ и более). Такие высокие значения можно объяснить тем, что в этом районе расположен завод железобетонных изделий, три трубы

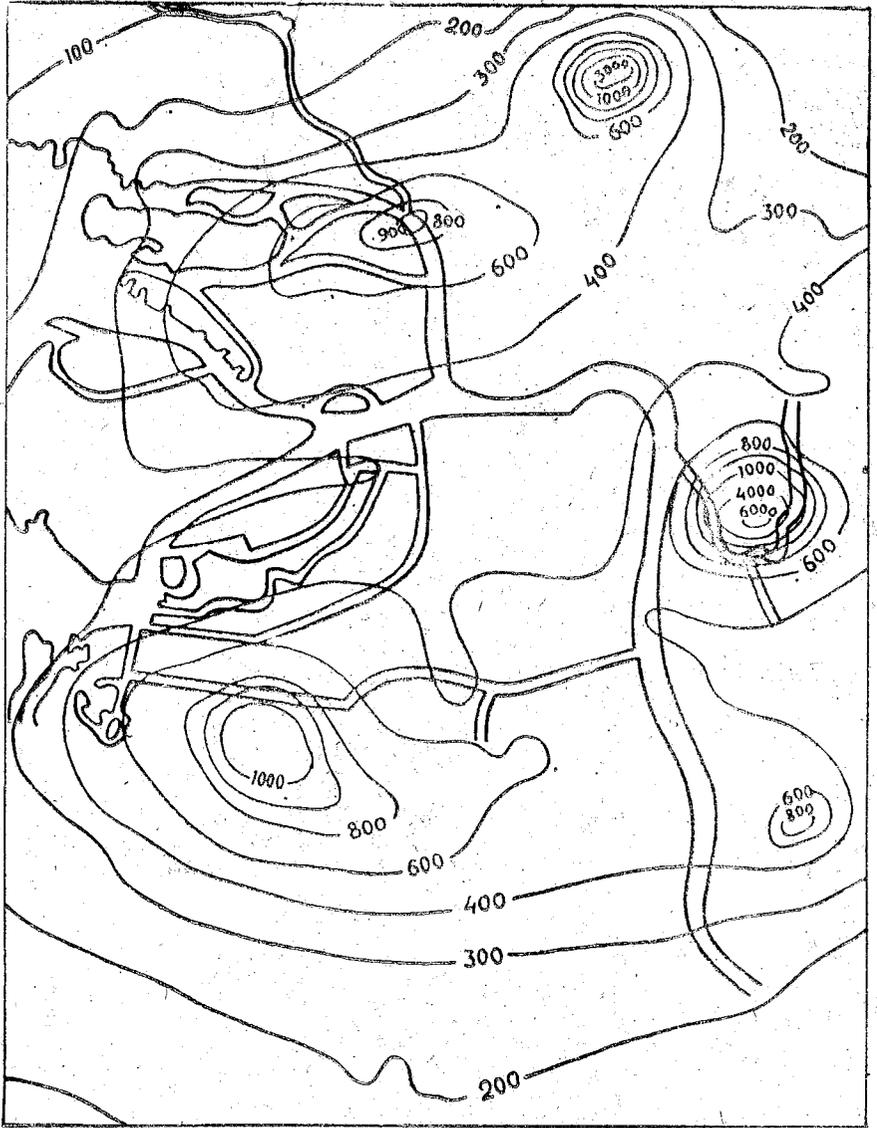


Рис. 2. Загрязнение воздуха в г. Ленинграде промышленными выбросами ($10^{-8} \cdot \text{г}/\text{см}^3$),

котельной которого очень низкие (по 12 м), следовательно, выбросы из этих труб чаще скапливаются в приземном слое воздуха.

Кроме этих трех значительных очагов загрязнения воздуха в городе на рис. 2 можно выделить районы с меньшей, но также довольно высокой интенсивностью загрязнения. Концентрации q изменяются от $500 \cdot 10^{-8}$ до $900 \cdot 10^{-8} \text{ г/м}^3$. Это очаг загрязнения на Петроградской стороне (центральная изолиния $900 \cdot 10^{-8} \text{ г/м}^3$). Изолиния $500 \cdot 10^{-8} \text{ г/м}^3$ охватывает большую часть Ждановского и Петроградского районов. В этой части города и западнее находится большое число промышленных предприятий.

Можно отметить еще два довольно интенсивных очага загрязнения: на правом берегу Невы между улицами Дыбенко и Тельмана ($q=800 \cdot 10^{-8} \text{ г/м}^3$) и в Калининском районе между Ржевкой и Пороховыми ($q=800 \cdot 10^{-8} \text{ г/м}^3$). Эти очаги смещены относительно промышленных предприятий к востоку и северо-востоку, что объясняется большой повторяемостью западных ветров и, вследствие этого, влиянием источников, расположенных западнее. Следует отметить, что очаги максимального загрязнения воздуха вытянуты в направлении с запада на восток. Причем, очаги с наибольшей интенсивностью загрязнения расположены в юго-западной и юго-восточной частях города. Этот факт хорошо согласуется с многолетним режимом ветра.

Из рис. 2 видно, что относительно менее запыленным является воздух окраин города. Это прежде всего северо-западная окраина города (к северу от Приморского шоссе). Здесь проходят изолинии q меньше $100 \cdot 10^{-8} \text{ г/м}^3$. Несколько большие значения концентраций ($200 \cdot 10^{-8}$ и менее) отмечаются на других окраинах города (северо-восточной, западной, юго-западной и юго-восточной).

Кроме окраинных зон пониженного загрязнения, следует отметить также обширную область сравнительно небольшого загрязнения (от 200 до $300 \cdot 10^{-8} \text{ г/м}^3$) в западной и центральной частях города. В центре города почти нет промышленных предприятий, но создается некоторый фон загрязнения за счет источников, находящихся в других районах города. Восточнее этот фон выражен сильнее.

Таким образом, характер суммарного поля загрязнения в городе в среднем многолетнем (для летних условий) обуславливается прежде всего особенностью среднего многолетнего распределения скоростей ветра по направлениям и их повторяемостью, а именно значительной повторяемостью западных, северо-западных и северо-восточных ветров и сравнительно малой повторяемостью северных и южных ветров. Предлагаемая в статье методика расчета загрязнения городов может быть использована в качестве образца при анализе усло-

вий загрязнения в разных климатических районах. Она может быть также применена для рационального размещения строящихся промышленных предприятий.

ЛИТЕРАТУРА

1. Берлянд М. Е., Оникул Р. И. Физические основы расчета рассеивания в атмосфере промышленных выбросов. Тр. ГГО, вып. 234, 1968.
2. Детри Ж. Атмосфера должна быть чистой. М. «Прогресс». 1973.
3. Лайхтман Д. Л. Диффузия примеси от точечных источников в приземном слое атмосферы (Расчет фактических и осредненных концентраций примеси). Тр. ЛГМИ, вып. 15, 1963.
4. Лайхтман Д. Л., Гисина Ф. А., Каплан С. Н. Принцип учета метеорологических условий при проектировании промышленных предприятий. Тр. ЛГМИ, вып. 15, 1963.
5. Лайхтман Д. Л., Каплан С. Н. Расчет среднегодовых концентраций примеси и метеорологическое обоснование выбора высоты фабричных труб. Тр. ЛГМИ, вып. 15, 1963.
6. Метеорологические аспекты загрязнения атмосферы. Л. Гидрометеониздат. 1971.
7. Сеттон О. Г. Микроклиматология. Л. Гидрометеониздат. 1958.
8. Справочник по климату СССР. Вып. 3, «Ветер», Л. Гидрометеониздат. 1965.
9. Turner D. Bruce. A diffusion model for an urban area. „J. of appl. Meteor.“, vol. 3, 1964.

СОДЕРЖАНИЕ

	Стр.
Д. Л. Лайхтман. Преобразование энергии в пограничном слое атмосферы	3
Д. Л. Лайхтман, Г. В. Шеметова. Нестационарный приземный слой. Резкое изменение турбулентного потока тепла	12
Ф. А. Гисина, А. М. Попов. Профили компонент энергии турбулентности в пограничном слое атмосферы при разных метеорологических условиях	19
С. Н. Каплан, Н. М. Лифшиц, С. М. Пономарева. О профиле ветра в термически стратифицированном приземном слое атмосферы	26
К. Л. Егоров, Э. Г. Палагин. Расчет термического режима поверхности суши	38
М. А. Эль-Шахави. Расчет турбулентных потоков на основании стандартных метеорологических наблюдений	48
М. А. Эль-Шахави. К вопросу о метеорологическом критерии возникновения пыльных бурь	55
Э. Г. Палагин. К вопросу об учете влияния атмосферных условий при авиационной обработке сельскохозяйственных культур	59
Б. М. Гальперин, С. Н. Каплан. Определение параметра стратификации по стандартным метеорологическим наблюдениям	63
Э. Г. Палагин. Затвердевание жидких частиц сферической формы при переменной температуре фронта кристаллизации	76
Э. Г. Палагин, А. М. Попов. Оценка влияния градиентов АЭС на загрязнение атмосферы	84
Ф. А. Гисина, Г. А. Натанзон, Э. Г. Палагин, А. М. Попов. Расчет загрязнения окружающей среды выбросами атомных электростанций	91
Г. А. Натанзон, Э. Г. Палагин. Поток тяжелых частиц от линейного высотного источника	100
С. Н. Ермилов. Распределение аэрозолей вблизи неоднородной подстилающей поверхности	106
С. Н. Ермилов. Перенос аэрозолей от наземного источника в приземном слое атмосферы	113
В. И. Воробьев, В. М. Радикевич. Влияние профилей температуры и влажности в планетарном пограничном слое на потоки длинноволновой радиации	118
М. Г. Евсева, Э. Л. Подольская. Интегральная функция пропускания солнечной радиации в близкой инфракрасной области спектра	124

	Стр.
<i>Т. И. Васильева, Э. Л. Подольская.</i> Расчет профиля температуры в селективной атмосфере при лучистом равновесии, а также при термическом равновесии с учетом конвекции	129
<i>М. Г. Евсеева, В. Е. Михайлова, Э. Л. Подольская, Л. Г. Терещенко.</i> Расчет интегральной функции пропускания для водяного пара и исследование ее зависимости от давления и температуры	143
<i>В. А. Мальков.</i> Пространственно-временной аспект дифференциации материи	159
<i>Л. М. Фетисова.</i> Загрязнение воздуха в городе промышленными выбросами (на примере г. Ленинграда)	173