МИНИСТЕРСТВО ВЫСШЕГО И СРЕДНЕГО СПЕЦИАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ РСФСР

ЛЕНИНГРАДСКИЙ ГИДРОМЕТЕОРОЛОГИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ТРУДЫ ВЫПУСК 40

НЕКОТОРЫЕ ВОПРОСЫ ФИЗИКИ ПОГРАНИЧНЫХ СЛОЕВ АТМОСФЕРЫ И МОРЯ

Под редакцией проф. д-ра физ-мат. наук Д. Л. ЛАЙХТМАНА

БИБ ИОТЕНА Ланистадского Гидрометеорологачесного Иститута

> ЛЕНИНГРАД 1970

УДК 551. 551 + 551. 511 + 551. 521

Одобрено Ученым советом Ленинградского гидрометеорологического института

В сборник включены работы по определению средних метеорологических полей и характеристик турбулентности в пограничных слоях атмосферы и моря. Описывается методика расчета турбулентных потоков по градиентным измерениям. Исследуется повторяемость метеорологических параметров, определяющих пульсационные характеристики в приземном слое атмосферы. Ряд статей сборника посвящен разработке методов расчета потоков длинноволновой и коротковолновой радиации.

Сборник рассчитан на научных работников, аспирантов и студентов гидрометеорологических вузов, а также широкого круга специалистов по физике атмосферы и агрометеорологии.

Труды Ленинградского гидрометеорологического института

Выпуск 40

Некоторые вопросы физики пограничных слоев атмосферы и моря

Редактор З. Б. Ваксенбург

М-25003 Подп. к печати 5.01.71 Тираж 600 Объем 18¹/₁₆ п. л. Зак. 131 Типография ВОК Уч. изд. 12,40 Цена 1 р. 64 к.

 $\mathbf{2}$

И. М. Бобылева

РАСЧЕТ ХАРАКТЕРИСТИК ТУРБУЛЕНТНОСТИ В ПЛАНЕТАРНОМ ПОГРАНИЧНОМ СЛОЕ АТМОСФЕРЫ

В работе [1] решалась численно задача о совместном определении профилей метеорологических элементов и характеристик турбулентности (коэффициента турбулентности, средней энергии турбулентности пульсаций скорости, скорости диссипации энергии турбулентности и др.). При решении не учитывалось влияние лучистого притока тепла, в связи с чем турбулентные потоки оказались не зависящими от высоты. Это приводит к определенным погрешностям, особенно в верхней части пограничного слоя.

Целью настоящей работы является уточнение упомянутых результатов именно в этом плане. Естественно было бы здесь привлечь систему уравнений переноса лучистой энергии. Мы выбрали, однако, более простую модель, предполагая, что из-за влияния радиации турбулентные потоки экспоненциально убывают с высотой. Измерения и расчеты турбулентного потока на разных высотах подтверждают такой ход.

1. Исходные уравнения и краевые условия

Основываясь на полуэмпирической теории, позволяющей в замкнутом виде сформулировать задачу о турбулентном режиме в стратифицированной атмосфере, систему уравнений турбулентного движения для рассматриваемых

условий (на основании [1], [2]) запишем в следующем виде:

$$\lambda v - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{d}{dz} k \frac{du}{dz} = 0; \qquad (1.1)$$

$$-\lambda u - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} + \frac{d}{dz} k \frac{dv}{dz} = 0; \qquad (1.2)$$

$$\rho c_p k \frac{d\theta}{dz} = -q_0 e^{-az} = -q(z); \qquad (1.3)$$

$$k\left[\left(\frac{du}{dz}\right)^{2}+\left(\frac{dv}{dz}\right)^{2}\right]-\alpha_{T}\frac{g}{T}k\frac{d\theta}{dz}+\alpha_{b}\frac{d}{dz}k\frac{db}{dz}=\varepsilon,\qquad(1.4)$$

где $\varepsilon = c \frac{b^2}{b};$

$$k = l \cdot b^{\frac{1}{2}}; \qquad (1.5)$$

$$l = -\tilde{\varkappa} \frac{\Psi}{d\Psi/dz} \, ,$$

(1.6)

$$\Psi = \left(\frac{du}{dz}\right)^2 + \left(\frac{dv}{dz}\right)^2 - \alpha_T \frac{g}{T} \frac{d\theta}{dz} + \frac{\alpha_b}{k} \frac{d}{dz} k \frac{db}{dz},$$

где x, y, z — декартовы координаты (z — высота); величины, являющиеся независимыми переменными: u, v — горизонтальная и вертикальная составляющие средней скорости ветра; θ — поте́нциальная температура; k — коэффициент турбулентной вязкости; є — средняя скорость диссипации турбулентной энергии в теплоту; b, l — средние значения кинетической энергии и пространственного масштаба пульсаций; постоянные величины: λ — параметр Кориолиса; ρ — плотность воздуха; $\frac{\partial p}{\partial x}$, $\frac{\partial p}{\partial y}$ составляющие горизонтального градиента давления; T — характерное значение абсолютной температуры в рассматриваемом слое; g — ускорение силы тяжести; α_T , α_b , c, \tilde{x} — безразмерные константы ($\alpha_T \approx 1$; $\alpha_b \approx 0,73$; $c \approx 0,046$; $\tilde{x} \approx 0,4$).

Ориентируя ось х в направлении приземного ветра, введем обозначения:

$$\frac{1}{\lambda \rho} \frac{\partial p}{\partial x} = G \sin \alpha,$$
$$-\frac{1}{\lambda \rho} \frac{\partial p}{\partial y} = G \cos \alpha,$$

где G — модуль скорости геострофического ветра; α — угол между его направлением и осью x. Краевые условия для составляющих скорости ветра запишутся в следующем виде:

1

$$\begin{array}{c} u \to 0, \quad v \to 0 & \text{при } z \to z_0, \\ u \to G \cos \alpha, \quad v \to G \sin \alpha & \text{при } z \to \infty, \end{array} \right\}$$
(1.8)

здесь z_0 — аэродинамическая шероховатость подстилающей поверхности. Введем в рассмотрение скорость трения v_* , определяемую равенством

$$v_{*}^{2} = \lim_{z \to z_{0}} k \frac{du}{dz} \cdot$$

Для получения нижнего краевого условия, которому должна удовлетворять средняя энергия турбулентности b, воспользуемся тем, что абсолютное значение диффузионного потока энергии $a_b k \frac{db}{dz}$ не может неограниченно возрастать с уменьшением z. Из уравнений (1.1)—(1.6) следует соотношение

$$b \to c^{-\frac{1}{2}} v_*^2 \qquad \text{при } z \to z_0, \qquad (1.9)$$

Так как с удалением от земной поверхности турбулентность ослабевает, то

$$b \to 0 \qquad \text{при } z \to \infty. \tag{1.10}$$

Таким образом задача состоит в определении профилей величин $u, v, k, \varepsilon, b, l$ при заданных «внешних параметрах» $G, z_0, \lambda, g/T$ и $q/c_p \varphi$ (параметры v_* и α подлежат определению).

(1.7)

2. Переход к универсальным зависимостям

Введем новые переменные:

$$\eta = k \frac{du}{dz} ,$$
$$\sigma = k \frac{dv}{dz} .$$

Используя уравнения (1.1) (1.2), (1.8) и (2.1), находим:

$$v - G\sin\alpha = -\frac{1}{\lambda} \frac{d\eta}{dz},$$

$$u - G\cos\alpha = \frac{1}{\lambda} \frac{d\sigma}{dz}.$$

Отсюда видно, что для определения профилей u и v достаточно знать величину α , а также функции η и σ .

Дифференцируя выражения (2.2), получаем следующие уравнения, которым должны удовлетворять эти функции:

$$\frac{d^{2}\eta}{dz^{2}} + \frac{\lambda}{k}\sigma = 0,
\frac{d^{2}\sigma}{dz^{2}} - \frac{\lambda}{h}\eta = 0.$$
(2.3)

(2.1)

(2.2)

Краевые условия для величин η и σ могут быть получены из соотношений (1.9) с помощью равенств (2.2) и условий ограниченности. Учитывая выбранную ориентацию координатных осей, требуемые условия запишем в следующем виде:

 $\eta \rightarrow v_*^2$, $\sigma \rightarrow 0$ при $z \rightarrow z_0$; (2.4)

 $\eta \to 0, \quad \sigma \to 0 \quad \text{при } z \to z_{\infty}.$ (2.5)

Введем параметр, имеющий размерность длины,

$$L_1 = \frac{\varkappa v_*}{\lambda}$$

и безразмерный параметр µо

$$\mu = -x^2 \frac{g}{T} \frac{q/c_p \rho}{\lambda \cdot v_*^2} = \mu_0 e^{-az}$$

и перейдем к безразмерным переменным:

$$z_n = \frac{z}{L_1}, \quad \eta_n = \frac{\eta}{v_*^2}, \quad \sigma_n = \frac{\sigma}{v_*^2}, \quad k_n = \frac{k}{x \cdot v_* L_1}$$
$$\epsilon_n = \frac{xL_1}{v_*^3} \epsilon, \quad b_n = \frac{c^{13}}{v_*^2} b, \quad l_n = \frac{l}{x \cdot c^{14} L_1}.$$

Система уравнений (1.4)—(1.6), (1.10), (1.11), (2.3)— (2.5) при этом примет вид *:

$$\frac{d^2 \eta_n}{dz_n^2} + \frac{\sigma_n}{k_n} = 0,$$

$$\frac{d^2 \sigma_n}{dz_n^2} - \frac{\eta_n}{k_n} = 0;$$
(2.6)

$$\frac{\eta_n^2 + \sigma_n^2}{k_n} - \mu + \beta \frac{d}{dz_n} k_n \frac{db_n}{dz_n} = \epsilon_n;$$

$$k_n = b_n^{\frac{14}{3}} \cdot l_n,$$

$$\epsilon_n = \frac{b_n^2}{k_n},$$
(2.8)

$$l_n = -\left(\frac{d}{dz_n}\ln\frac{b_n}{k_n}\right)^{-1};$$

* Нижние краевые условия для величин η_n , σ_n , b_n в формулах (2.9) записаны при условии $z_n = 0$, вместо $z_n = z_0/L_1$. Подобное упрощение впервые было применено в [3] для условий нейтральной стратификации. В данной работе допустимость этого упрощения проверялась путем численных экспериментов с варьированием величины z_0/L_1 , в результате которых выяснилось, что для представляющих реальный интерес значений параметра шероховатости (0 < $z_0 < 1$ м) его величина на решении задачи (2.6)—(2.10) практически не отражается. при $z_n \to 0$ $\eta_n \to 1$, $\sigma_n \to 0$, $b_n \to 1$; (2.9) при $z_n \to \infty$ $\eta_n \to 0$, $\sigma_n \to 0$, $b_n \to 0$, (2.10)

где _в — универсальная числовая константа, равная 0,54.

Решение краевой задачи (2.6) — (2.10) выражается в виде следующего набора универсальных функций переменной z_n , зависящих от параметров μ_0 и a:

$$\eta_n = \mathrm{H}_{\mu}(z_n), \quad \sigma_n = \Sigma_{\mu}(z_n), \quad k_n = K_{\mu}(z_n), \\ \varepsilon_n = \mathrm{H}_{\mu}(z_n), \quad b_n = B_{\mu}(z_n), \quad l_n = L_{\mu}(z_n).$$

$$(2.11)$$

Для расчета составляющих скорости ветра введем дополнительные безразмерные переменные:

$$u_{n} = \frac{x}{v_{*}} u, \qquad (2.12)$$

$$v_{n} = \frac{x}{v_{*}} v.$$

Используя уравнения (2.2) и (2.12), получим:

$$u_n - \frac{\alpha G}{v_*} \cos \alpha = \frac{d\sigma_n}{dz_n} = F_{\mu}^{(1)}(z_n),$$

$$v_n - \frac{\alpha G}{v_*} \sin \alpha = -\frac{d\eta_n}{dz} = F_{\mu}^{(2)}(z_n).$$
(2.13)

Определение параметров v_* и α по заданным G, z_0 , λ , $\frac{g}{T}$, $\frac{q_0}{c_p \rho}$ сводится к нахождению двух универсальных функций, выражающих зависимости геострофического коэф-фициента трения v_*/G и угла полного поворота ветра в по-граничном слое α от безразмерных параметров *:

$$R_{0} = \frac{G}{\lambda z_{0}},$$

$$M = -\frac{g}{T} \frac{q_{0}/c_{p}\rho}{\lambda G^{2}}.$$
(2.14)

* Величину R_0 называют иногда параметром Россби; безразмерное число M представляет собой внешний параметр стратификации (в отличие от числа Ричардсона, являющегося внутренним или локальным параметром стратификации). Для определения искомых зависимостей обратимся с условиям (1.9) ($u \to 0, v \to 0$ при $z \to z_0$). Используя зыражения (2.2), получим:

$$-G\sin\alpha = -\frac{1}{\lambda} \left. \frac{d\tau_i}{dz} \right|_{z=z_0},$$
$$-G\cos\alpha = \frac{1}{\lambda} \left. \frac{d\sigma}{dz} \right|_{z=z_0}.$$

Переходя к безразмерным переменным, затем возводя в квадрат и складывая оба полученных соотношения, находим

$$\mathbf{r} = x^2 R_0 = \frac{1}{z_{n0}} \left| \sqrt{\left(\frac{d\eta_n}{dz_n} \right)^2 + \left(\frac{d\sigma_n}{dz_n} \right)^2} \right|_{z_n = z_{n0}} = \Phi_p(z_{n0}), \quad (2.15)$$

сде r — новая безразмерная характеристика, более удобная для численного решения задачи, чем R_0 ; $\Phi_{\mu}(z_{n0})$ — универсальная функция переменной $z_{n0} = \frac{z_0}{L_1}$, зависящая от параметра μ_0 .

Обозначив через Φ^*_{μ} функцию, обратную Φ_{μ} , получим из уравнения (2.15)

$$\frac{v_*}{\varkappa G} = \frac{1}{r\Phi_{\mu}^*(r)} = \chi_{\mu}(r).$$
(2.16)

Снова обращаясь к выражениям (1.9) и (2.2), путем несложных преобразований находим

$$-\alpha = \operatorname{arc} \operatorname{tg} \frac{\frac{d\eta_n}{dz_n}}{\frac{d\sigma_n}{dz_n}} \bigg|_{z_n = z_{n0}} = \Omega_{\mu}(z_{n0}) = \Omega_{\mu}(\Phi^*(r)) = \xi_{\mu}(r). \quad (2.17)$$

Здесь Ω_{μ} — универсальная функция аргумента z_{n0} , зависящая от параметра μ_0 ; χ_{μ} и ξ_{μ} — универсальные функции аргумента r, также зависящие от указанного параметра.

3. Численный алгоритм

После того как сделан переход к безразмерным универ сальным функциям, система уравнений будет иметь следую щий вид (отбросим для простоты индекс *n*):

$$\frac{d^2\eta}{dz^2} + \frac{\sigma}{k} = 0; \qquad (3.1)$$

$$\frac{d^2\sigma}{dz^2} - \frac{\eta}{k} = 0; \qquad (3.2)$$

$$\frac{\eta^2+\sigma^2}{k}-\mu-\frac{b^2}{k}+\beta\frac{d}{dz}k\frac{db}{dz}=0; \qquad (3.3)$$

$$l = -\left(\frac{d}{dz}\ln\frac{b^2}{k}\right)^{-1}; \qquad (3.4)$$

$$k = l \cdot b^{\frac{1}{2}} \tag{3.5}$$

с соответствующими граничными условиями:

при $z = z_0$ $\eta \rightarrow 1$, $\sigma \rightarrow 0$, $b \rightarrow 1$; (3.6)

при $z = z_{\infty}$ $\eta \to 0$, $\sigma \to 0$, $b \to 0$. (3.7)

Расчеты выполнены для

 $\mu_0 = 0, \pm 1, \pm 5, \pm 10, \pm 20, \pm 40, \pm 50, \pm 60, \pm 80, \pm 100$ a = 1, 2, 3.

Исследования показали, что наилучшее согласование с экспериментами имеет место при a = 2. В качестве примера на рис. 1 приводится график сравнения кривых коэффициента турбулентной вязкости в зависимости от выбора вида функции μ .

Решение системы (3.1) - (3.7) проводилось путем разделения всей системы на подсистемы с применением итераций по k_n . За начальное приближение итерационного процесса выбирается линейная зависимость

$$k_n(z_n) = z_n.$$

Для решения дифференциальных подсистем (3.1); (3.2); (3.3) используем конечно-разностную аппроксимацию и численное интегрирование. Область интегрирования уравнений (3.1)—(3.3) $z [z_0 \div z_\infty]$ представляется в виде сетки с неравномерным шагом. Производные заменяются конечными разностями по трехточечной схеме



Рис. 1. График сравнения кривых k_n (log z_n)

т. е.

 $\left(\frac{d^2u}{dz^2}\right)_i \simeq \frac{2}{(\Delta z_{i+1} + \Delta z_i)} \left(\frac{1}{\Delta z_{i+1}} u_{i+1} - \left(\frac{1}{\Delta z_{i+1}} + \frac{1}{\Delta z_i}\right) u_i + \frac{1}{\Delta z_i} u_{i-1}\right).$ 11

А. Система дифференциальных уравнений (3.1)—(3.2) при известных краевых условиях решается методом матричной прогонки. В конечно-разностном виде система (3.1)— (3.2) запишется следующим образом:

$$\eta_{i+1}\left(\frac{1}{\Delta z_{i+1}}\right) - \eta_{i}\left(\frac{1}{\Delta z_{i+1}} + \frac{1}{\Delta z_{i}}\right) + \eta_{i-1}\left(\frac{1}{\Delta z_{i}}\right) + \frac{1}{\sigma_{i}\frac{\Delta z_{i+1}}{2k_{i}}} = 0; \qquad (3.1a)$$

$$\sigma_{i+1}\left(\frac{1}{\Delta z_{i+1}}\right) - \sigma_{i}\left(\frac{1}{\Delta z_{i+1}} + \frac{1}{\Delta z_{i}}\right) + \sigma_{i-1}\left(\frac{1}{\Delta z_{i}}\right) - \eta_{i}\frac{\Delta z_{i+1} + \Delta z_{i}}{2k_{i}} = 0.$$
(3.2a)

Вводим в рассмотрение вектор-функцию

 $\vec{u}_i = \begin{bmatrix} \eta_i \\ \sigma_i \end{bmatrix}.$

Тогда систему (3.1а)—(3.2а) можно записать в матричном виде:

$$A_{i}\vec{u}_{i+1} - M_{i}\vec{u}_{i} + N_{i}\vec{u}_{i-1} = 0, \qquad (3.8)$$

где

$$A_{i} = \begin{bmatrix} \frac{1}{\Delta z_{i+1}} & 0 \\ 0 & \frac{1}{\Delta z_{i+1}} \end{bmatrix}, \qquad N_{i} = \begin{bmatrix} \frac{1}{\Delta z_{i}} & 0 \\ 0 & \frac{1}{\Delta z_{i}} \end{bmatrix},$$
$$M_{i} = \begin{bmatrix} \left(\frac{1}{\Delta z_{i+1}} + \frac{1}{\Delta z_{i}}\right) & -\frac{\left(\Delta z_{i+1} + \Delta z_{i}\right)}{2 \cdot k_{i}} \\ \frac{\left(\Delta z_{i+1} + \Delta z_{i}\right)}{2 \cdot k_{i}} & \left(\frac{1}{\Delta z_{i+1}} + \frac{1}{\Delta z_{i}}\right) \end{bmatrix}.$$

Решение уравнения (3.8) находим в виде

$$\dot{u}_{i-1} = L_i u_i + T_i,$$
 (3.9)

где

$$L_{i} = \begin{bmatrix} l_{11}^{i} & l_{12}^{i} \\ l_{21}^{i} & l_{22}^{i} \end{bmatrix}, \quad T_{i} = \begin{bmatrix} l_{13}^{i} \\ l_{23}^{i} \end{bmatrix}.$$

Подставив выражение (3.9) в уравнение (3.8), получим

$$A_{i}u_{i+1} - M_{i}u_{i} + N_{i}L_{i}u_{i} + N_{i}T_{i} = 0;$$
 (3.10)

по аналогии с (3.9) можно записать выражения для вычисления L_{i+1} , T_{i+1}

$$(-M_{i} + N_{i}L_{i})\vec{u}_{i} = -A_{i}\vec{u}_{i+1} - N_{i},$$

$$L_{i+1} = -(-M_{i} + N_{i}L_{i})^{-1} \cdot A_{i},$$

$$T_{i+1} = -(-M_{i} + N_{i}L_{i})^{-1} \cdot N_{i}\vec{T}.$$
(3.11)

Элементы матрицы

$$||g|| = ||(-M_i + N_iL_i)||$$

определяются по формулам:

$$g_{11} = \frac{1}{\Delta z_{i}} l_{11}^{i} - \left(\frac{1}{\Delta z_{i+1}} + \frac{1}{\Delta z_{i}}\right),$$

$$g_{12} = \frac{1}{\Delta z_{i}} l_{12}^{i} + \frac{\Delta z_{i+1} + \Delta z_{i}}{2k_{i}},$$

$$g_{21} = \frac{1}{\Delta z_{i}} l_{21}^{i} - \left(\frac{1}{\Delta z_{i+1}} + \frac{1}{\Delta z_{i}}\right),$$

$$g_{22} = \frac{1}{\Delta z_{i}} l_{22}^{i} - \frac{\Delta z_{i+1} + \Delta z_{i}}{2k_{i}}.$$

Элементы обратной матрицы

$$||d|| = ||g||^{-1} = ||(-M_i + N_i L_i)||^{-1}$$

определяются по формулам:

$$d_{11} = \frac{g_{22}}{|g|}, \quad d_{12} = -\frac{g_{12}}{|g|}, \quad d_{21} = -\frac{g_{21}}{|g|}, \quad d_{22} = \frac{g_{11}}{|g|}$$

rge

$$|g| = g_{11} \cdot g_{22} - g_{12} \cdot g_{21}$$

Отсюда L_{i+1}, T_{i+1} определяются из соотношений:

$$l_{11}^{i+1} = -\frac{d_{11}}{\Delta z_{i+1}}, \qquad l_{13}^{i+1} = -\frac{1}{\Delta z_i} (d_{11} l_{13}^i + d_{12} l_{23}^i), \\ l_{12}^{i+1} = -\frac{d_{12}}{\Delta z_{i+1}}, \qquad (3.12)$$

$$l_{21}^{l+1} = -\frac{d_{21}}{\Delta z_{l+1}},$$

$$l_{22}^{l+1} = -\frac{d_{22}}{\Delta z_{l+1}},$$

$$l_{23}^{l+1} = -\frac{1}{\Delta z_{l}} (d_{21} l_{13}^{l} + d_{22} l_{23}^{l}).$$

Учтя левое граничное условие

$$\dot{u}_{0} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix},$$

$$\eta_{0} = l_{11}^{1} \eta_{1} + l_{12}^{1} \sigma_{1} + l_{13}^{1} = 1,$$

$$\sigma_{0} = l_{21}^{1} \eta_{1} + l_{22}^{1} \sigma_{1} + l_{23}^{1} = 0,$$

получим значения для

 $l_{11}^1 = 0, \quad l_{12}^1 = 0, \quad l_{13}^1 = 1, \quad l_{21}^1 = 0, \quad l_{22}^1 = 0, \quad l_{23}^1 = 0.$

Перенеся левое граничное условие вправо, получим таблицу матриц «прогоночных коэффициентов»

$$L_1, L_2, L_3, \ldots, L_N,$$

 $T_1, T_2, T_3, \ldots, T_N.$

Присоединив к этой таблице правое граничное условие

 $\vec{u}_N = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$

и использовав выбранное выше выражение для решения ситемы (3.9)

$$\eta_{N-1} = l_{11}^{N} \eta_{N} + l_{12}^{N} \sigma_{N} + l_{13}^{N},$$

$$\sigma_{N-1} = l_{21}^{N} \eta_{N} + l_{22}^{N} \sigma_{N} + l_{23}^{N},$$

иолучим таблицу значений искомой функции в точках разбиения интервала интегрирования

$$\hat{\eta}_N, \, \eta_{N-1}, \, \ldots, \, \eta_1, \, \eta_0,$$

 $\sigma_N, \, \sigma_{N-1}, \, \ldots, \, \sigma_1, \, \sigma_0.$

Матрицы A_i , N_i , M_i — положительно определенные, а матрицы A_i и N_i — симметрические. Условия устойчивости матричной прогонки выполняются.

Б. Дифференциальное уравнение (3.3) представляется з конечно-разностном виде по трехточечной схеме (см. выше) з решается методом простой прогонки [5]

$$\begin{pmatrix} \frac{d}{dz} \mathbf{k} \frac{db}{dz} \end{pmatrix}_{i} = \begin{pmatrix} \frac{k_{i+1} + k_{i}}{2} \frac{b_{i+1} - b_{i}}{\Delta z_{i+1}} - \frac{k_{i} + k_{i-1}}{2} \frac{b_{i} - b_{i-1}}{\Delta z_{i}} \end{pmatrix} \times \\ \times \frac{2}{\Delta z_{i+1} + \Delta z_{i}}.$$

Нелинейный член b² раскрывается следующим образом:

$$(b_i)^2 \approx b_i b_i^{(0)},$$

де $b_i^{(0)}$ — некоторое приближенное значение, итерируемое з процессе счета (простой заменой на полученное).

- 15

Итак, уравнение (3.3) с его граничными условиями пред ставляем в виде:

Решение уравнения (3.3а) находим как

$$b_{i-1} = X_i b_i + Y_i$$
. (3.13)

Чтобы определить выражение для X_{i+1} и Y_{i+1} , подста вим соотношения (3.12) в уравнения (3.3а) и получим

$$X_{i+1} = \frac{A_i}{(2B_i - C_i X_i)},$$

$$Y_{i+1} = \frac{C_i Y_i + D_i}{A_i} \cdot X_{i+1}.$$
(3.14)

— «прогоночные коэффициенты».

Условия устойчивости (слабой чувствительности к вычи слительным погрешностям) прогоночной схемы наклады вают ограничения на «локальные» коэффициенты

$$A_i > 0$$
, $C_i > 0$, $2B_i \ge A_i + C_i$.

Для обеспечения устойчивости численной схемы при раз личных значениях параметра μ_0 в нашем примере «локаль ные» коэффициенты вычисляются по формулам:

$$A_i = \frac{k_{i+1} + k_i}{2\Delta z_{i+1}},$$

$$C_i = \frac{k_i + k_{i-1}}{2\Delta z_i}$$

$$2B_{i} = A_{i} + C_{i} + \frac{\Delta z_{i+1} + \Delta z_{i}}{2\beta k_{i}} \left(b_{i}^{(0)} + \frac{\mu k_{i}}{b_{i}^{(0)}} \right),$$

$$D_{i} = \frac{(\eta_{i}^{2} + \sigma_{i}^{2}) (\Delta z_{i+1} + \Delta z_{i})}{(\Delta z_{i+1} + \Delta z_{i})}$$

 $2\beta k_i$

$$A_{i} = \frac{k_{i+1} + k_{i}}{2\Delta z_{i+1}},$$

$$C_{i} = \frac{k_{i} + k_{i-1}}{2\Delta z_{i}},$$

$$2B_{i} = A_{i} + C_{i} + \frac{\Delta z_{i+1} + \Delta z_{i}}{2\beta k_{i}} b_{i}^{(0)},$$

$$D_{i} = \frac{(\eta_{i}^{2} + \sigma_{i}^{2} - \mu k_{i})}{2\beta k_{i}} (\Delta z_{i+1} + \Delta z_{i}).$$

Из левого граничного условия следует, что

$$b_0 = X_1 b_1 + Y_1 = 1,$$

$$X_1 = 0 \quad Y_1 = 1$$

По формулам (3.13) получаем «прогоночные коэффициенты»

$$X_1, X_2, \ldots, X_N;$$

 $Y_1, Y_2, \ldots, Y_N.$

Используя правое граничное условие

$$\boldsymbol{b}_N=0$$

получаем таблицу значений искомой функции в точках разбиения интервала интегрирования:

$$b_{N-1} = X_N b_N + Y_N,$$

$$b_{N-2} = X_{N-1} b_{N-1} + Y_{N-1},$$

$$b_1 = X_2 b_2 + Y_2.$$

В. Присоединяя к полученному решению уравнения (3.4) и (3.5), находим новое приближенное значение для функции k(z). **BHB**ЛMOTEKA 2 3ak. 131 Researched

Fridometecone

Итерационный процесс продолжаем до тех пор, пок функция k(z) не будет удовлетворять наперед заданной точ ности ($\varepsilon = 0,01$) во всех точках разбиения интервала инте грирования: $mod(k_i^0(z) - k_i^1(z)) \leq \varepsilon \mod(k_i^1(z))$.

Вычислительный алгоритм построен так, что вычислени: проводятся в сторону монотонного возрастания mod (μ_0) Причем решение системы, полученное для некоторого (μ_0)_j является начальным приближением для последующего зна чения (μ_0)_{j+1}.

Помимо описанных функций и универсальных зависимо стей проводились вычисления (составляющих) компонен энергии турбулентности:

$$N(z) = \frac{\eta^2 + \sigma^2}{k}$$
 порождение,

 $\sum (z) = \frac{b^2}{k}$ — скорость диссипации энергии турбу лентности в теплоту,

 $F(z) = \beta \frac{d}{dz} k \frac{db}{dz} - диффузия.$

Ниже приводится схема численного алгоритма, написан ная на языке АЛГОЛ-60 с использованием модификаций «входного» языка [4]. Схема рассчитана для трансляции на ЭВМ типа М-20 с помощью странслятора. (Путем незначи тельных преобразований схема может быть запрограммиро вана любым транслятором, основанным на языке АЛГОЛ)

begin

integer i, j, n, m, k;

read (n);

begin

omment задание интегральной сетки:

egin

z[0] := z0;a := -7;for i := 1, ..., 68 do begin $z[i] := 10 \uparrow a; dz[i] := z[i] - z[i-1]; a := a + 0.1 end;$ z [69] : = 10 \uparrow (-0.25); dz [69] : = z [69] - z [68]; a := -0.2: for i := 70, ..., 80 do begin $z[i] := 10 \uparrow a; dz[i] := z[i] - z[i-1]; a := a + 0.01 end;$ a := 0.095;for i := 81, ..., 100 do begin $z[i] := 10 \uparrow a; dz[i] := z[i] - z[i-1]; a := a + 0.005 end;$ a := 0.0048199192; b := a; $for i := 101, \ldots, 200$ do begin $z[i] := 10 \uparrow a; dz[i] := z[i] - z[i-1]; a := a + b end;$ for i := 0, ..., 200 do begin k0[i] := z[i]; b0[i] := 1 end; print(z);

comment вычисления для очередного параметра ту:

M00: k:=k+1; my0:=T[k];

for $i := 0, \ldots, 200$ do

$$my [i] := my0 \times \exp(-al \times z [i]);$$

comment решение уравнений движения:

MO: begin

real g 11, g 12, g 21, g 22, g, d 11, d 12, d 21, d 22; array l 11, l 12, l 13, l 21, l 22, l 23 [1:200]; l 11 [1]: = l 12 [1]: = l 21 [1]: = l 22 [1]: = l 23 [1]: = 0; l 13 [1]: = 1; m: = 1;

2*

for i := 1, ..., 199 do begin $a := 1/dz [i]; \quad b := a + 1/dz [i + 1];$ $c := (dz [l] + dz [i + 1])/(2 \times k0 [i]);$ $g 11 := a \times l 11 [i] - b;$ $g 12 := a \times l 12 [i] + c;$ $g 22 := a \times l 22 [i] - b;$ $g 21 := a \times l 21 [i] - c;$ if mod $(g 11) <_{10} 9$ then begin if mod $(g 22) <_{10} 9$ then go to Q1 end; d 11 := 1/g 11; d 12 := 0; d 21 := 0; d 22 := 1/g 22; go to Q 301: if mod $(g 12) <_{10} 9$ then begin if mod $(g_{21}) <_{10} 9$ then go to Q_2 end; d 11 := 0; d 12 := 1/g 21; d 21 := 1/g 12; d 22 := 0; go to Q302: $g := g 11 \times g 22; -g 12 \times g 21;$ d 21 := -g 21/g; $d \ 11 := g \ 22/g; \qquad d \ 12 := -g \ 12/g;$ d 22 := g 11/g;O 3: l 11 [i + 1] := -d 11/dz [i + 1]; l 12 [i + 1] := -d 12/dz [i + 1] $l \, 13 \, [i+1] := - (d \, 11 \times l \, 13 \, [i] + d \, 12 \times l \, 23 \, [i])/dz \, [i];$ $l 21 [i + 1] := -d 21/dz [i + 1]; \quad l 22 [i + 1] := -d 22/dz [i + 1]$ $l 23 [i + 1] := -(d 21 \times l 13 [i] + d 22 \times l 23 [i])/dz [i];$ m := m + 1;if $k0[i+1] \leq 10 - 12$ then go to M1 end; *M*1: nt[m] := 0; ct[m] := 0;for i:=m-1 step -1 until 0 do begin. $nt[i] := l \cdot 11[i+1] \times nt[i+1] + l \cdot 12[i+1] \times ct[i+1] + l \cdot 13[i+1]$ $ct[i] := l21[i+1] \times nl[i+1] + l22[i+1] \times ct[i+1] + l23[i+1]$ end end; comment решение уравнения баланса энергии: M2: begin real A, B, C, D;

> array X, Y[1:200];X[1]:=0; Y[1]:=1; m:=1;

 20^{-1}

for i := 1, ..., 199 do beg in if $my \ 0 < 0$ then go to M3 else beg in $A := (k0 \ [i+1] + k0 \ [i])/(2 \times dz \ [i+1]);$ $C := (k0 \ [i] + k0 \ [i-1])/(2 \times dz \ [i]);$ $B := A + C + (dz \ [i+1] + dz \ [i]) \times (b0 \ [i] + my \ [i]) \times (b0 \ [i]);$ $D := (nt \ [i]/(2 + ct \ [i]) 2) \times (dz \ [i+1] + dz \ [i])/(2 \times beta \times k0 \ [i]);$ p : to M4; end;

 $A := (k0 [i + 1] + k0 [i])/(2 \times dz [i + 1]);$ $C := (k0 [i] + k0 [i - 1])/(2 \times dz [i]);$ $B := A + C + (dz [i + 1] + dz [i]) \times b0 [i]/(2 \times beta \times k0 [i]);$ $D := (nt [i] \uparrow 2 + ct [i] \uparrow 2 - my [i] \times k0 [i]) \times dz [i + 1] + dz [i])/(2 \times beta \times k0 [i]);$

И4:

 $X [i + 1] := A/(B - C \times X [i]);$ $Y [i + 1] := (C \times Y [i] + D) \times X [i + 1]/A;$ m := m + 1if k0 [i + 1] \leq_{10} - 12 then go to M5 else if b0 [i + 1] \leq_{10} - 12 then go to M5 end;

M5: b1[m]:=0;

for i := m - 1 step -1 until 0 do $b \mid [i] := X \mid i + 1 \mid \times b \mid [i + 1] + Y \mid [i + 1];$ end

comment решение оставшихся уравнений:

M 6: begin $array \ l [0:200];$ $l [0] := z0; \quad m := 1;$ $for \ i := 1, \dots, \ 199 \ do \ begin$ $l [i] := l \ [i - 1] \times (1 + (b \ 1 \ [i] - b \ 1 \ [i - 1]) ((2 \times b \ 1 \ [i])) + dz \ [i];$ 21.

 $k \mid [i] := l \mid [i] \times sqrt(b \mid [i]); m := m + 1;$ if $b \mid [i+1] \leq_{10} - 12$ then go to M7 end; for $i := m, \ldots, 200$ do $k \mid [i] := k \mid [m-1];$ M7: end: $a:=_{10}-18; m:=1;$ for i := 1, ..., 200 do begin if $k \mid [i] > a$ then begin a := k 1 [i]; m := i end end; *if* $mod \ (k \ 0 \ [m] - k \ 1 \ [m]) \le e \times mod \ (k \ 1 \ [m])$ *then* go to M8 else begin for i := 1, ..., 200 do begin k 0 [i] := k 1 [i]; b 0 [i] := b 1 [i] end; go to M 0 end;M8: print (z, k 1, b 1, nt, ct);begin array dn, dc [0:198]; array xu, R0, alfa [0:100];for $i := 0, \ldots, 198$ do begin dn[i] := (nt[i+1] - nt[i])/dz[i+1] + dn[i]+((nt [i+2] - nt [i+1])/dz [i+2] - (nt [i+1] - 1))/dz $-nt[i])/dz[i+1]) \times (-dz[i+1]/(dz[i+2]+dz[i+1]));$ dc[i] := (ct[i+1] - ct[i])/dz[i+1] +((ct [i+2] - ct [i+1])/dz [i+2] - $-(ct [i+1] - ct [i])/dz [i+1]) \times (-dz [i+1])/(dz [i+2] +$ + dz [i + 1]); end;print (dn, dc); for i := 0, ..., 100 do begin $xu[i] := 1/(sqrt(dn[i] \uparrow 2 + dc[i] \uparrow 2));$ $R 0 [i] := 1/(0.16 \times xu [i]); end;$ print(xu, R0);for i := 0, ..., 100 do begin $xu[i] := xu[i] \uparrow 2;$

 $R \ 0 \ [i] := ln \ (R \ 0 \ [i]) \times 0.4342;$ $alfa \ [i] := arctan \ (dn \ [i]) | dc \ [i])$

print (xu, R0, alfa) end; begin array N, E, F [0:200]; m:=1;for i:=0, ..., 200 do begin $N[i]:=(nt[i] \uparrow 2 + ct[i] \uparrow 2)/k1[i];$ $E[i]:=b1[i] \uparrow 2/k1[i];$ F[i]:=N[i] - my[i] - E[i]; m:=m+1;if $k1[i+1] \leq 10 - 12$ then go to M9 end; for i:=m-1, ..., 200 do begin N[i]:=0; E[i]:=0; F[i]:=0 end; print (N, E, F); end; if $k:\neq n$ then go to M00 end;

end

M9:

4. Результаты численного эксперимента

endi

Используя описанный выше численный алгоритм, были получены универсальные профили средней скорости ветра и основные характеристики турбулентности в пограничном слое атмосферы при изменении термической стратификации.

В табл. 1—3 приведены результаты расчета функций $\frac{d\eta_n}{dz_n}$, $\frac{d\sigma_n}{dz_n}$ и угла α полного поворота ветра при различ-

ных значениях параметра стратификации μ_0 , с помощью которых можно определить универсальные профили ветра по формулам (2.12), (2.13); графическое изображение указанных характеристик приведено на рис. 2—4. Легко заметить, что наиболее существенным является влияние стратификации на поперечную составляющую скорости ветра, особенно при устойчивых условиях. Угол полного поворота ветра также заметно меняется в зависимости от стратификации.

Таблица 1

 $\frac{d\eta_n}{dz_n} (\log z_n)$

	à	=	2

Construction and the second	a a subsection and a subsection of the subsectio		in a state of the second s	ويودين مروي محمد ويريو <mark>د المراجع</mark> ا	a a da antigan ang ang ang ang ang ang ang ang ang	نا می جان میکرد باز بیشده ا
Номер точки	\boldsymbol{z}_n	μo		80	-60	—50
n . Sanan .		10g 20		- man press	انیانی مدیر تحق	
1	10-7	-7,0	-0,6452	-0,6770	-0,7360	-0,7822
11	10-6	-6,0	0,6430	-0,6754	-0,7344	-0,7802
21	10-5	—5;0 -	-0,6430	-0,6754	-0,7343	-0,7801
31	10-4	4,0	-0,6423	0,6747	0,7336	-0,7794
41	10-3		-0,6373	-0,6700	-0,7287	0,7743
51	10-2	-2,0	-0,6133	-0,6459	-0,7020	0,7454
61	10-1	-1,0	-0,5480	0,5733	- 0,6156	-0,6476
70	0,6310	-0,200	-0,4219	0,4312	-0,4468	0,4585
80	0,7943		0,3961	-0,4024	-0,4130	-0,4209
90	0,8912	-0,050	0,3819	-0,3866	-0,3945	-0,4004
100	1,0000	0	-0,3670	-0,3700	-0,3751	-0,3789
110	1,1174	0,0482	-0,3517	-0,3530	-0,3554	-0,3570
12 0	. 1,2485	0,0964	-0,3357	0,3353	-0,3348	-0 ,3 343
130	1,3950	0,1446	- 0,3191	0,3169	-0,3134	-0,3106
140	1,5587	0,1928	-0,3019	—0,2979	-0,2914	-0,2864
150	1,7416	0,2410	0,2844	-0,2787	-0,2692	-0,2619
160	1,9460	0,2891	-0,2670	-0,2595	-0,2471	-0,2377
170	2,1744	0,3373	-0,2502	-0,2411	-0,2260	-0,2145
180	2,4296	0,3855	0,2350	0,2245	0,2068	- 0,1935
190	2,7147	0,4337	-0,2226	-0,2110	-0,1913	-0,1765
197	2,9998	0,4771	-0,2171	-0,2049	-0,1844	-0,1690

40	-20	—10	5	1
-0,8328	—1,0374	-1,2618	—1,4734	1,8057
0,8307	1,0355	-1,2610	-1,4717	
0,8306	-1,0354	-1,2606	-1,4716	
0,8299	-1,0346		-1,4708	-1,8027
-0,8246	-1,0288	-1,2548	-1.4642	-1,7958
-0,7943	-0,9919	-1,2200	1,4193	—1,7475
-0,6850	-0,8355	-1,0433	-1,1799	-1,4632
0,4716	-0,5214	0,6096	-0,6192	-0,6865
-0,4295	0,4616	0,5009	-0,5175	0,5443
0,4067	0,4295	-0,45+3	-0,4643	-0,4714
0,3827	-0,3960	-0,4103	0,4097	-0,3981
-0,3585	0,3625	-0,3665	-0,3562	0,3279
0,3332	0,3278	-0,3218	-0,3021	-0,25×1
0,3072	-0,2922	-0,2764	-0,2480	0,1926
-0,2805	-0,2561	-0,2308	-0,1945	-0,1295
0,2535	-0,2200	0,1857	-0,1424	-0,0711
0,2269	-0,1846	-0,1420	′ — 0,0928	-0,0185
0,2015	-0,1511	-0,1009	0,0472	0,0270
-0,1786	0,1211	-0,0642	-0,0074	0,0643
-0,1601	0,0971	0,0347	0,0236	0,0916
0,1519	-0,0864	-0,0196	0,0372	0,1030
				~

				λ
0	+1	+5	+10	+20
i a	-			
-1,8877	—2,0194	2,9352	3,8335	-4,9501
-1,8858	-2,0170	2,9333	-3,8314	-4,9482
1,8857				
—1,8848	-2,0160	-2,9324		-4,9399
-1,8779	-2,0091	-2,9256	—3,823 5	-4,8842
-1,8290	—1,9598	-2,8774	-3,7730	-4,3300
-1,5352	-1,6565	-2,5602	-3,3907	0
0,6985	-0,7224	0,2583	0	0 1
0,5444	-0,5420	0	0 / 1	0
0,4659	-0,4501	0	0	0
0,3876	-0,3592	. 0	0	0
0,3133	0,2743	0	0	0
-0,2414	-0,1941	0	0	0
0,1728	0,1208	0	0	0
—0,10 91	0,0565	0	0	0
0,0513	-0,0033	0	0,	0
0,0006	0,0376	0	0	0
0,0418	0,0658	· 0 . · · ·	0΄	0
0,0753	0,0822	0	0	0
0,0990	0,0892	¹ .0 [°]	0	0
0,1086	0,0906	0	0	0

199.7.55			a de la companya de l	
+40	+50	+60	+80 ,	+100
			1	
<u>مەركىلى بىرى بىرى بىلى بىلى بىلى بىلى بىلى ب</u>				1. 1.
-6,2008	6,3743	7,7887		-10,9692
-6,1984	6,3722	7,7862	-8,4547	— 10,9673
6,1983	-6,3721	-7,7861		-10,9672
-6,1973	6,3711	7,7851		
-6,1893	6,3626	7,7764		
-6,1247	6,2915	-7,7011		-10,8596
			—5,9683	- 5,3227
0	0	0	0	0
· · · 0	0	0	0	0
0	• 0 }	0	0	0
0	0	. 0	0	0
0	0	0	0	. 0
0	0	0	0	0
0	0	0	0	0
0	. 0	0	0	0
0	0	· 0	0	0
0	0	0	- 0	0
0	0	0	0	0
0	0	: 0	0	0
0	0	0	0	0
0~.	0	0	0	0
			and the second sec	

Таблица 2

 $\frac{d\sigma_n}{dz_n} (\log z_n)$

a = 2

Номер		μo				
точки	z_n		-100	80	-60	—50
	-	$\log(z_n)$		•		
1	10-7	7,0	—12,6328	—12,8734	-13,1451	-13,3524
11-	10-6	6,0	—10,3234	-10,5613	-10,8280	-11,0337
21	10-5	-5,0	- 8,0329	- 8,2649	— 8,5220	- 8,7248
31	10~4	-4,0	— 5,775 6	5,9971	— 6,2414	- 6,4389
41	10-8	-3,0	- 3,5920	— 3,7936	- 4,0237	- 4,2053
51	10-2	2,0	— 1,75 2 5	— 1,8829	- 2,0502	- 2,1729
61	10-1	1, 0	— 0,6618	— 0,7035	- 0,7582	— 0,7960
70	0,6310	-0,2000	- 0,1127	— 0,1155	— 0,1178	— 0,1187
80	0,7943	0,1000	— 0,0526	— 0,0522	- 0,0504	- 0,0483
90	0,8912	0,0500	— 0,0232	— 0,0213	- 0,0177	- 0,0145
100	1,0	0,0000	0,0056	0,0089	0,0141	0,0184
110	1,1174	0,0482	0,0329	0,0374	0,0440	0 ,0 490
120	1,2485	0,0964	0,0596	0,0651	0,0728	0,0786
130	1,3950	0,1446	0,0854	0,0918	0,1005	0,1068
140	1,5587	0,1928	0,1102	0,1174	0,1268	0,1334
150	1,7416	0,2410	0,1337	0,1415	0,1515	0,1583
160	1,9460	0,2 891	0,1556	0,1639	0,1742	0,1898
170	2,1744	0,3373	0,1753	0,1839	0,1943	0,2010
180	2,4296	0,3855	0,1922	0,2010	0,2114	0,2179
190	2,7147	0,4337	0,2052	0,2142	0,2244	0,2307
199	2,9998	0,4771	0,2109	0,2198	0,2300	0,2361
28		,				

-40	20	10	5	—1
				- -
-13,5274	-14,1193	-14,5572		-15,1355
-11,2068	-11,7971	-12,2344		
- 8,8918	— 9,4773	— 9,9127		
- 6,5934	- 7,1668	- 7,5950	- 7,8821	8,1666
- 4,3452	4,8855	- 5,2923	- 5,5672	5,8443
- 2,2917	2,7126	3,0520	- 3,2866	- 3,5279
- 0,8382	— 0,9791	- 1,1048	- 1,1962	— 1,2825
- 0,1181	- 0,1074	- 0,0807	- 0,0415	0,0570
0,0451	— 0,0259	0,0063	0,0477 -	0,1443
0,0101	0,0121	0,0455	0,0861	0,1771
0,0238	0,0482	0,0815	0,1199	0,2022
0,0552	0,0809	0,1131	0,1479	0,2187
0,0853	0,1114	0,1412	.0,1712	0,2275
0,1138	0,1396	0,1659	0,1898	0,2287
0,1406	0,1651	0,1869	0,2035	0,2226
0,1654	0,1878	0,2041	. 0,2123	0,2098
0,1879	0,2075	0,2175	od 0,2167	0,1915
0,2076	0,2239	0,2272	0,2171	0,1694
0,2240	0,2368	0,2335	0,2145	0,1459
0,2363	0,2460	0,2370	.0,210 6	0,1249
0,2415	0,2498	0,2382	0,2082	0,1149
		1		

· · · · · ·	the second s		and the second	the second se
0	+1	+5	+10	+20
				1 174
			· .	-
-15,1844	-15,2166	-15,2806	-15,3751	
-12,8614	12,8936	-12,9676		
-10,5384	-10,5706			
- 8,2154	- 8,2476	- 8,3210	- 8,4054	- 8,5115
- 5,8925	- 5,9242	- 5,9925	- 6,0761	- 6,3197
- 3,5714	3,5990	- 3,6200	- 3,6959	- 3,9200
- 1,2956	- 1,2901	0,8672	- 0,8500	- 0,3072
0,0891	0,1664	0	0	0
0,1746	0,2492	0	0	, 10 ° - 1
0,2050	0,2748	0	0	••••••••••••••••••••••••••••••••••••••
0,2266	0,2886	0	0	0
0,2388	0.2903	0	0	0
0,2424	0,2805	0	0	0
0,2376	0,2596	0	0	
0,2249	0,2289	0	0	0
0,2053	0,1902	0	0	0
0,1802	0,1462	0	0	0
0,1517	0,1005	0	0	0
0,1226	0,0572	0	.0	ана О рана р
0,0973	0,0215	0	0	0
0,0854	0,0055	0	олог области О	0
1997 - A.			·. ·	

			in the second	and the second
		•		
+40	+50	+60	+ 80	+100
. ·	• •			$\frac{1}{N}$
	-16,7674	—16,9305	-17,5026	
—13, 9394	14,4444			
	—12,1 212	-12,2842		
9,2915	- 9,7960	- 9,9586		-11,2150
- 6,9518	- 7,4521	- 7,6105	- 8,4735	- 8,8505
- 4,4736	- 4,9346	- 5,0537	- 5,5365	- 6,1246
— 0,4347	- 0,3563	0,4996	0,9885	3,6826
0	0 5	0 .	- 0	0
0	0	0	. 0	0
0	0	0	0	0
0	0	0	· 0	0
, 0	0	0	0	0
0	0	0	Ò	0
Ó	0	0	0	0
0	0	0	0	0
0	0	0	0	0 -
0	0	0	0	0
0	0	0	0	0
0	0	~0	0	0
0	0	0	0	0
0	0	0	0	0

5,0	7°26′	7 °51′	8°08′	8°19′
5,5	6°15′	6°39′	6°57′	7°08′
6,0	5°13′	5°35′	5°51′	6°14′
6,5	4°36′	4°56′	5°12′	5°23′
7,0	4°00′	4°17′	4°40′	4°51′
7,5	3°38′	3°54′	4°08′	4°18′
8,0	3°15′	3°30′	3°43′	3°57′
8,5	_ 3°01′	3°14′	3°26′	3°35′
			Продолже	ние таблицы
40	20	-10	5	-1
	17 - 18 - 28 			
100104		150514	10010/	000404
13812'	14°20′	15.21	18°12	20-49
10°15′	11°.3′	13°19′	14°45′	17°43′
8°37′	10°06′	11°26°	1 2° 45′	14°53′
7°25′	8°28′	10°00'	11°13′	13°10′
6°3 0′	7°29′	8°53′	9°44′	1 1°2 9′
5°37′	6° 3 2′	7°47′	8°4 8′	10°26′
5°04′	5°46′	6°55′	7°51′	9°20′
4°31′	5°19′	6°21′	7°14′	8°37′
4°09′	4°54′	5°46′	6° 35 ′	7°52′
3°46′	4°29′	› 5°17′	6°02′	7°14′
-30	1 .		• • • • •	

a = 2, $-\alpha (\log R_0)$ μο -100 --60 -50 $\log R_0$ 12°12′ 4,0 11°36′ 11°52′ 12°04′ 9°56′ 9°07′ 9°30′ 9°45′ 4,5

Таблица

3 3ak. 131

9° 0 9′	9°34′	13°58′	18°02′	21°48′
8 °20′	8°44′	12°45′	16°31′	20°05′
7°39′	8°02′	11°44′	15°29′	18°53′
		•	Продолж	ение таблицы 3
		-		
+40	+50	+60	+80	+100
1944) 1944 - 1944 1944 - 1944				
49°31′	52°01′	54°01'	55°19′	59°29′
43°40′	46°00′	~48°27′	49°49′	54°19'
39°50′ ′	41°56′	43°54′	45° 2 7′	50°19′
35°47′	36°17′	40°47′	41°45′	47°30′
33°03′	35°13′	37-23'	39°09′	44°21
30°06′	32°16′	34°26′	36°17′	41°32′
27°36′	29°57′	32°2 2′	33°45′	3 9°00′
25° 2 8′	27°46′	30°04′	31° 31′	37°09′
23°58′	25°58′	28°04′	29°55′	35°03′
2 2°19′	24°20′	26°17′	2 8°06′	33°08′
2 m 191	1 ·	l i		1 QQ

1.1			1	
0	+1	-+5	+10	+20
•				
22°27′	2 2 °44′	3 2 °29′	40°44′	45°07′
- 19°0 2′	19° 2 5′	27°57′	34°25′	40°09′
15°56′	16° 22 ′	23°4 2′	30°30′	35°09'
14°03′	14°31′	2 1°05′	26°37′	31°52′
12°15′	12°42′	18°58′	24°06′	28°29′
11°06′	11°32′	16°4 9′	21°3 2 ′	25°45′
9°55′	10°21′	15°07′	19°50′	23°49′
9° 0 9′	9°34′	13°58′	18°02′	21°48′
8 °20′	8°44′	12°45′	16°31′	20°05′
7°39′	8°02′	11°44′	15°29′	18°53′
			1	1

Продолжение таблицы 3







3*

Рис. З. Универсальные профили ветра в пограничном слое атмосферы (продольная по отношению к приземному ветру составляющая $\frac{ds_h}{dz_n}$.



Рис. 4. Зависимость угла α полного поворота ветра в пограничном слое атмосферы от числа Россби при различных зна-

чениях $\mu = \mu_0 e^{-2z_n}$.

Результаты расчетов профиля безразмерного коэффициента турбулентной вязкости в пограничном слое представлены в табл. 4 и рис. 5.

Форма профиля безразмерного коэффициента турбулентности при всех условиях стратификации является одинаковой — вначале наблюдается рост, коэффициент турбуленгности достигает на определенной высоте максимального значения, затем убывает по величине. Однако численное значение k_n , положение максимума и характер убывания существенно зависят от μ_0 .
Таблица 4

		k	$n(z_n)$		a = 2	
Номер точки	z _n	$\log z_n$	100	80	60	—50
	10.0		0.1007.10-6	1 10-7	1 10-7	1 10-7
1	10-8		0,1007.10	1.10-	1.10 '	1.10-0
11	10-7	-7,0	0,1024 • 10-5	1.10-6	1.10-6	1.10-6
21	10-6	-6,0	0,1051.10-4	1.10-5	1.10-5	1.10-5
31	10-5	5,0	0,1096.10-3	1.10-4	1.10-4	1 · 10-4
41	10-4		0,1180.10-2	1.10-3	1.10-3	1.10-3
51	10-3	3,0	0,0163	0,0131	0,0119	0,01186
61	10-2	-2,0	0,2717	0,2398	0,2135	0,2043
70	0,6310	0,2000	1,6635	1,4842	0,1336	1,2791
80	0,7943	-0,1000	1,9488	1,7332	1,5607	1,4967
90	0,8913	-0,0500	2,0900	1,8548	1,6704	1,6035
100	1,0	0,0000	2,2255	1,9707	1,7749	1,7057
110	1,1174	0,0482	2,3476	2,0737	1,8677	1,7970
120	1,2485	0,0964	2,4569	2,1645	1,9494	1,8779
130	1,3950	0,1446	2,5482	2,2385	2,0159	1,9446
140	1,5587	0,1928	2,6149	2,2902	2 ,0621	1,9920
150	1,7416	0,2410	2,6475	2.3117	2,0812	2,0131
160	1,9460	- 0,2891	2,6316	2,2911	2,0623	1,9975
170	2,1744	0 ,33 73	2, 5420	2,2073	1,9865	1,9262
180	2,4296	0,3855	2,3264	2,0158	1,8139	1,7604
190	2,7147	0,4337	1,8420	- 1,5944	1,4347	1 ,3 929
199	2,9998	0,4771	0,0000	- 0,0000 -	0,0000	0,0000

Продолжение тавлицы к

6	1999 - 1999 - 1999 - 1999 - 1999 - 1999 - 1999 - 1999 - 1999 - 1999 - 1999 - 1999 - 1999 - 1999 - 1999 - 1999 -			
40	—20	—10	5	
			• •.	
1 • 10-7	1.10-7	1.10-7	1 • 10-7	1.10-7
1.10-6	1.10-6	1.10-6	1.10-6	1.10-6
1.10-5	1.10-5	1.10-5	1.10-5	1.10-5
1.10-4	1.10-4	1.10-4	1.10-4	1.10-4
1.10-8	1.10-3	1.10-3	1.10-3	1.10-3
0,0108	0,01011	1.10-2	1.10-2	1.10-2
0,1819	0,1448	0,1177	0,1023	0,0902
1,1529	0,9223	0,7290	0,5904	0,4237
1,3482	1,0822	0,8571	0,6936	0,4899
1,4435	1,1608	0,9204	0,7451	0 ,5 231
1,5343	1,2363	0,9815	0,7950	0,5554
1,6150	1,3038	1,0364	0,8403	0 ,58 50
1,6859	1,3639	1,0857	0,8811	0,6120
1,7436	1,4136	1,1267	0,9155	0,6350
1,7837	1,4491	1,1565	0,9409	0,6522
1,8002	1,4654	1,1709	0 , 953 8	0,6610
1,7838	1,4547	1,1636	0,9487	0,657 5
1,7181	1,4033	1,1231	0,9164	0 , 635 0
1,5687	1,2826	1,0271	0 ,83 82	0,5805
1,2407	1,0150	0,8129	0,6634	0,4590
0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
19. 19. – 19. – 19. – 19. – 19. – 19. – 19. – 19. – 19. – 19. – 19. – 19. – 19. – 19. – 19. – 19. – 19. – 19. – 19 19. – 19. – 19. – 19. – 19. – 19. – 19. – 19. – 19. – 19. – 19. – 19. – 19. – 19. – 19. – 19. – 19. – 19. – 19.	1 - 1 - 2 - 4 - 2 - 4 - 4 - 4 - 4 - 4 - 4 - 4		A State of the second sec	

Продолжение таблицы 4

				1
			1994 - A.	-
0	+1	+5	+10	+20
$1 \cdot 10^{-7}$	1.10-7	1,0.10-7	1,0.10-7	1,0.10-7
1.10-8	1.10-6	1,0.10-6	1 ,0 · 106	1,0 • 10-6
1.10-5	1.10-5	1,0.10-5	1,0.10-5	0,7942 • 10-5
1.10-4	1.10-4	1,0 · 10-4	1,0.10-4	0,7934 • 10-4
1.10-3	1.10-3	1,0.10-3	0, 9915 · 10 ⁻³	1,7146.10-3
1.10-2	1.10-2	1,0.10-2	0,9239 • 10-2	0,7146.10-2
0,0890	0,0848	0,0650	0,0455	0,2617 • 10-1
0,3903	0,3105	0,0004		
0,4473	0,3397	-		
0,4759	0,3525			
0,5040	0,3640		ج	
0,5301	0,3734			
0,5542	0,3810			
0,5753	0,3864			
0,5917	0,3888	-		
0,6010	0,3873			
0,5994	0,3798			
0,5805	0,3623			
0,5320	0,3275			
0,4221	0,2560	2	•	
0,0000	0,0000			
· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·				**************************************

Продолжение тавлицы 4

+40	-+50	+60	+80	+100
••••••••••••••••••••••••••••••••••••••				
	la serie de la companya de la compan			
1,0.10-7	1,0.10-7	1,0.10-7	1,0.10-7	1,0.10-7
1,0.10-6	1,0.10-6	1,0.10-8	1,0.10-6	1,0.10-6
1,0.10-5	1,0.10-5	1,0.10-5	1,0 • 10-5	1,0.10-5
0,9974 · 10 ⁻⁴	0,9968 10-4	0,9963 · 10 ⁻⁴	0,9951 • 10-4	0,9948 • 10-4
0,9964 • 10-8	0,9708 • 10-3	0,9 652 · 10 ^{−3}	0,9545 • 10-8	0,9461 · 10 ⁻³
0,7964 · 10 ⁻²	0,7645 • 10-2	0,7223·10 ⁻²	0,6483 • 10-2	0,6144 • 10-2
0,9487 · 10 ⁻²	0,8402 • 10-2	0,4064 · 10 ⁻²	0,1144 • 10-2	0,3987.10-2
	1 · · · · · · · · · · · · · · · · · · ·		1 · · · · ·	1



Рис. 5. Универсальные профили коэффициента турбулентной вязкости k_n (log z_n)

На рис. 6 и 7 приведены соответственно универсальные профили кинетической энергии турбулентности и скорости диссипации в тепло. Следует отметить качественное различие кривых $b_n(\log z_n)$ при устойчивой ($\mu > 0$) и неустойчивой ($\mu < 0$) стратификации. В то время как при устойчивой стратификации наблюдается «плавный» спад энергии турбулентности с увеличением высоты над подстилающей поверхностью, при неустойчивости b_n вначале растет, достигая на определенной высоте максимального значения (тем выше, чем больше неустойчивость), а затем уменьшается до нуля.



Рис. 6. Универсальные профили кинетической энергии турбулентности b_n (log z_n)

Так же как и для k_n в характере поведения b_n наблю дается сильная зависимость от стратификации. Что касается скорости диссипации энергии турбулентности, то при всех и наблюдается уменьшение диссипации с увеличением высоты.

Кроме расчета указанных выше характеристик турбулентюсти, для всех рассматриваемых случаев были проведены зычисления составляющих уравнения баланса энергии турбулентности. Эти результаты приведены в табл. 5—7 и на рис. 8 (8 *a* — устойчивая стратификация, 8 *б* — нейтральная, 3 *в* — неустойчивая стратификация).



Рис. 7. Универсальные профили скорости диссипации турбулентной энергии в тепло $\log \Sigma (\log z_n)$

Напомним, что $N(z_n)$ характеризует порождение энергии турбулентности средним движением (динамическая турбулентность), $\mu(z_n)$ — уменьшение (увеличение) энергии турбулентности из-за работы против архимедовых сил, $F(z_n)$ диффузия энергии трубулентности и, наконец, $\Sigma(z_n)$ — скорость диссипации в тепло.

При нейтральной стратификации ($\mu(z_n) = 0$) на всех высотах диффузия энергии турбулентности практически несущественна (см. табл. 7), и приближенно наблюдается баланс между порождением энергии турбулентности и ее диссипацией $N(z_n) - \Sigma(z_n) \approx 0$.



Таблица 5 a=2

	$N(\log z_n)$			a	=2
Номер точки	μ_0 $\log z_0$	—100	80	—60	-50
				-	
1	-7,0	0,9931 • 107	0,1006.108	0,1003 · 108	0.1002 • 108
11	-6,0	0,9766 106	0,1022-107	0,1013 107	0,1010.107
21		0,9511.105	0,1046 • 106	0,1033 • 106	0,1028 • 106
31	-4,0	0.9120,104	0,1077.1 0 5	0,1067 • 105	0,1059.105
41	-3,0	0,8465 • 103	0,1058.104	0,1076 • 104	0,1064 • 104
51	2,0	0,6048 • 102	0,7343 · 10 ²	0,8108 · 102	0,8314 • 102
61	—1,0	3,3152	3,6921	4,1100	4,3309
70	-0,2000	0,3306	0,3612	0,3907	0,4045
80	0,1000	0,2410	0,2636	0,2841	0,2932
90		0,2040	0,2232	0,2403	0,2474
100	0,0000	0,1711	0,1874	0,2014	0,2071
110	0,0482 '	0,1429	0,1566	0,1681	0,1726
120	0,0964	0,1175	0,1 2 90	0,1383	0,1417
130	0,1446	0,0946	0,1041	0,1114	0,1140
140	0,1923	0,0740	0,0816	0,0873	0,0892
150	0,2410	0,0555	0,0613	0,0656	0,0669
160	0,2891	0,0391	0,0432	0,0462	0,0471
170	0,3373	0,0248	0,0275	0,0294	0,0299
180	0,3855	0,0129	0,0143 /	0,0153	0,0156
190	0,4337	0,00408	0,00453	0,00484	0,0049
199	0,4771	0	0	0	0

Продолжение таблицы !

1 - 1				
			-	
	—20	-10	-5	1
1,0.107	1,0.107	1,0 • 107	1,0.107	1,0.107
1,0.106	1,0.108	1,0.106	1,0.106	1,0.106
0,1017 • 106	1, 0 · 10 ⁵	0,1.106	1,0.105	1,0 · 10 ⁵
0,1043 • 105	0,10 24 • 10 ⁵	0,1011 · 10 ⁵	1,0.104	1,0.104
0,1071.104	0,1048 · 104	0,1026 • 104	1,0106 • 103	0,9989 • 10 ³
0,9101 · 10 ²	0,9704 · 10 ²	0,9985 · 102	0,9999.102	0,9844 · 102
4,8336	5,9059	7,0 3 76	7,8398	8,3700
0,4384	0,4967	0,5552	0,5975	0,6134
0,3170	0,3 534	0,3874	0,4081	0,4002
0,2674	0,2956	0,3208	0,3341	0,3187
0,2236	0,2452	0,2635	0,2712	0,2511
0,1863	0 ,2 027	0,2158	0,2195	0,1971
0,1530	0,1652	0,1743	0,1753	0,1526
0,1231	0,1321	0,1382	0,1375	0,1160
0,0963	0,1027	0,1067	0,1052	0,0862
0,07 2 3	0,0767	0 ,07 92	0,0774	0,0619
0,0510	0,0538	0,0553	0,0537	0,0421
0,0324	0,0340	0,03 49	0,0337	0,0261
0,0169	0,0177	0,0181	0,0175	0,0134
0,0053	0,0055	0,0057	0,0055	0,0042
0	0	0	0	0
		· · · ·		

Продолжение таблицы 5

· · · · · ·				
0	-+1	+5	+10	+20
1,0.107	1,0.107	1,0.107	1,0.107	1,0.107
1,0.106	1,0.106	1,0 • 1,06	1,0.106	1,0.106
1,0.105	1,0.105	1,0.105	1,0.105	1,0 · 10 ⁵
0,9998 · 104	0,9998 · 104	1,0.104	1,0 · 104	1,0 · 104
0,9981 · 10 ³	0,9984 · 10 ³	0,999 · 10 ⁹	1,0.103	1,0045 • 108
98,0800	98,3859	99,1614	1,0 · 10 ²	103,43
8,3515	8,5222	8,7800	9,8012	14,6747
0,6084	0,6127	0,3023	,	
0,3921	0,3849			
0,3096	0,2980			
0,2414	0,2264	•		· · ·
0,1873	0,1704			
0,1432	0,1255	•		94 - C C C C C C C C
0,1074	0,090 26			
0,07871	0,06317			
0,05577	0,04277	n an		· .
0,03750	0,02764			
0,02303	0,01650			-31
0,01179	0,008338			
0,003699	0,002621			5.
0	0			× .

Продолжение таблицы

.) n

+40	+50	+60	+80	+100
1 0.107	1.0.107	1 0, 107	1.0.107	1 0.107
1,0 · 10 ⁶	1,0 · 10	1,0 · 10 ⁶	1,0 106	1,0.106
1,0 · 10 ⁵	1,0.105	1, 0 · 10 ⁵	1,0 • 105	1,0 • 105
1,001 • 104	1,00 · 104	1,0.104	1,002.104	1,0.104
1,0125 · 10 ³	1,017.108	1,020 · 10 ⁸	1,0263 · 10 ³	1,042 · 10 ⁸
110,96	1,1 52 5 · 10 ²	118,366	125,03	$1,4082 \cdot 10^2$
25,368	29,26	35,8727	43,1115	49,074
			[

Таблица в

a=2

5	(100	7)
. <u> </u>	IUX	2n]

μο Номер -100 --80 --60 -50 точки $\log z_n$ 0.9807.107 0.9909.107 -7.00.1021.108 0,9930 - 107 1 11 -6.0 $0.1054 \cdot 10^7$ $0.9523 \cdot 10^{6}$ 0.9721.106 0.9784.106 -5.00,1121.106 0.9013 105 0,9313 - 105 0.9411.105 21 31 -4,0 $0.1243 \cdot 10^{5}$ 0,8333-104 0,8603 104 $0,8751 \cdot 10^{4}$ 41 --3,0 -0.1477 . 104 $0,8244 \cdot 10^{3}$ 0,8116.103 0,8344.108 $0.2784 \cdot 10^{3}$ $0,1525 \cdot 10^{3}$ $0,1263 \cdot 10^{3}$ $0,1226 \cdot 10^{3}$ -2,051 0,6288 102 61 -1.0 $0.9778 \cdot 10^{2}$ 0,4689.102 0,4146.103 $0.2410 \cdot 10^{2}$ 0,1676.102 70 -0,2000 $0.1238 \cdot 10^{2}$ $0,1068 \cdot 10^{2}$ 80 -0,1000 0,1803.102 $0,1257 \cdot 10^{2}$ 9,2752 8,0025 -0,0500 $0.1534 \cdot 10^{2}$ $0,1070 \cdot 10^{2}$ 6,8101 90 7.8944 100 0,0000 $0,1289 \cdot 10^{2}$ 8,9944 5.7214 6,6325 4,7725 110 0.0482 $0.1076 \cdot 10^{2}$ 7,5050 5,5319 120 0,0964 8,8803 6.1700 4,5458 3,9226 3,6732 130 0,1446 7,1632 4,9882 3,1708 140 0,1928 5,6887 3,9553 2,9110 2,5140 150 0,2410 4,4149 3,0637 2,2536 1,9473 160 0.2891 3,3253 2,3027 1,6928 1,4635 170 . 2,3987 0,3373 1,6573 1,2176 1,0533 180 💠 1,6058 0,3855 1,1071 0,8128 0,7035 0,8956 190 0:4337 0.6164 0,45230.3916 199 0.4771 0 · 0 0 0

Зак. 131

Продолжение таблицы

i ya				
40	20	-10	5	-1
ار بو رو محمد دارد اند				
an a				
0,9964 • 107	0,9989 • 107	1,0.107	1,0.107	1,0.107
0,9884 • 106	0,9958 • 106	0,9985 • 106	1,0.106	1,0.106
0, 9650 · 10 ⁵	0,9837 • 105	0,9937 • 105	0,9987 • 105	1,0.105
0,9116 • 104	0,94 9 7 · 104	0,9775 • 104	0,9931 • 104	1,0.104
0,8403 · 10 ³	0,892 2 · 10 ³	0,9402 · 10 ³	0,97 30 · 10 ⁸	0,9956 · 10 ³
0,1040 · 10 ³	0,9557 · 10 ²	0,9 2 87 · 10 ²	0,9381 • 102	0,9676 • 102
0,3094 · 10 ²	0,1932 · 10 ²	0,1293 · 102	0,1005.102	8, 21 24
7,9084	4,3862	2,4298	1,4784	0,7390
5,9119	3,2632	1,7887	1,0699	0,5072
5,0247	2,7688	1,5108	0,8970	0,4149
4,2152	2, 3198	1,2607	0,7434	0,3361
3,5102	1,9303	1,0453	0,6128	0,2714
2,8796	1,5829	0,8545	0,4983	0,2165
2,3227	1,2767	0,6873	0,3989	0,1702
0,8371	1,0101	0,5423	0,3134	0,1316
0,4193	0,7808	0,4182	0,2407	0,0995
0,06 3 8	0,5856	0,3129	0,1794	0,0731
0,7634	0,4205	0,2242	0,1280	0,0514
0,5086	0,2802	0.1490	0,0847	0,0335
0,2825	0,1556	0,0825	0,0467	0,0182
0	0	0	0	0
		I		. ·

Продолжение таблицы б

0	+1	+5	+10	+20

1,0.107	1,0 107	1,0.107	1,0 - 107	1,0 · 107
1,0.106	1,0.108	1,0.106	1,0.106	1,0-106
1,0 · ! 0 ⁵	1,0.105	0,9999 • 105	0,9998-105	0,9997 • 105
0,9997 · 10 ⁴	0,9996 • 104	0,9991 • 104	0,99 84 · 10 ⁴	0,9974 • 104
0,9968 · 10 ³	0,9957 · 10 ³	0,991 · 103	0,9848 · 10 ⁸	0,9747 · 10 ³
0,9718 · 10 ²	96,1835	91,6825	86,7279	78,8378
8,0583	7,3752	4,5404	2,3572	0,6275
0,6318	0,4056			
0,4244	0,2502		an a	
0,3438	0,1932		$\sim 10^{-1}$	
0,2760	0,1475			en de la composition de la composition Reference de la composition de la compos
0,2211	0,1123			
0,1752	0,0844			
0,1371	0 ,0625			
0,1055	0,0456		-	la de la composición
0,07960	0,0326		•	
0,05836	0,0227			
0,04099	0,0151	к		
0,02670	0,0093	- · · · ·		
0,01446	0,0048		н. И И И И И И И И И И И И И И И И И И И	
0	0			

5.1

Продолжение таблицы

			•	
+40	+50	+60	+80	+100
1,0 • 107	1,0 • 107	1,0 - 107	1,0 • 107	1,0.107
1,0.106	1,0.106	1,0.106	1,0.106	0,9999.106
0,9995 • 105	0,9994 · 10 ⁵	1,0.105	0,9991 • 1'05	0,9 992 · 10 ⁵
0,9954 · 104	0,9945 - 104	0,9934 • 104	0,9913-104	0,9909 · 104
956,599	0,9484 · 10 ³	0,9387·10 ³	0,920+103	0,9063 · 10 ³
66,202	61,379 3	55,33	45,364	40,5614
0,08474	0,05873	0,01069	0,004241	0,03457

F	(1	00	zn)

Таблица 7 a=2

	e sa propo e la compo	1	$(\log 2_n)$	· · · · · ·	u	
омер очки	$\log z_n = -100$		80	60	50	
1	-7,0	0,2772 106	0,2588·10 ⁶	0,1335 • 106	0,93 69 • 10 ⁵	
11	-6,0	0,7694 • 105	0,6999.105	0,4112 • 105	0,3214 • 10 ⁵	
21	5,0	0,1692 · 10 ⁵	0,1455 • 105	0,1020 • 105	0,8778 • 104	
31		0,3211 104	0,2517.104	0,2 124 · 104	0,1 892 · 10 ⁴	
41		0,5309 • 103	0,3139 · 10 ³	0,3238 · 10 ³	0, 2 795 10	
51	2,0	0,1199.103	0,6741	0,1355 • 102	9,4929	
61	-1,0	0,1259.102	6,3068	6,3411	3,812?	
70	-0,2000 -	4,5376	6 ,25 19	5,0018	3,8750	
80	0,1000	2,6334	4,0311	3,2609	2,5006	
90	-0,0500	1,6868	2,9792	2,4389	1,8482	
100	0,0000	0,8153	2,0200	1,6891	4,2525	
110	0,0482	0,0875	1,2135	1,0576	0,7512	
120	0,0964	-0,4994	0,5457	0,5325	0,3357	
130	0,1446	-0,9266	0,0295	0,1234	0,0142	
140	0,1928	-1,1876	-0,3320	-0,1675	0,2113	
150	0,2410	-1,1287	0,5459	-0,3456	-0,3451	
160	0,2891	-1,1245	-0,6272	-0,4224	-0,3963	
170	0,3373	-1,0817	0,5961	-0,4129	0,3773	
180	0,3855	-0,8172	-0,4722	-0,3321	0,30.1	
190	0,4337	- 0,4529	-0,2610	-0,1844	0,1674	
199	0,4771	0	0	0	0	
		Į			l ·	

Продолжение таблицы-

40	20	-10	-5	-1
•				
<u> </u>	1. 1. 1. 1. 1. 1. 1. 1. 1. 1. 1. 1. 1. 1	len en en en i		
0,4729 · 105	0,1393 · 10 ⁵	0,4568 • 104	0,4668 · 103	6,7290
0,1726 105	0,6386 • 104	0,2261 · 104	0,3289 • 103	6,5174
0,5231 · 104	0,2455 • 104	0,9603 · 10 ³	0,2043 • 103	6,1274
0,1350 · 1,04	0,7675 · 10 ³	0,3432 • 103	0,1063 • 103	5,4075
0,2710 · 10 ⁸	0,1755 · 10 ⁸	0,9563 · 10 ²	0,4249.102	4,2988
$0,2622 \cdot 10^2$	$0,2107 \cdot 10^2$	0,1678.102	0,1107 • 102	2,6601
6 ,6465	2,9579	2,2952	1,8845	0,9764
3,8545	1,7727	0,9 64	0,5346	0,1575
2,5773	1,1742	0,6407	0,3592	0,0972
1,9733	0,8912	0,4922	0,2782	0,0720
1,4219	0,63 2 2	0,3562	0,2044	0,0503
0,9570	0,41 9	0,2407	0,1418	0,0327
0,5667	0,2290	0,1432	0,0887	0,0184
0,2572	0,0838	0,0651	0,0458	0,0072
0,0300	0,02 2 0	0,0070	0,0131	0,0011
0,1187	-0,0899	0,0320	—0,0097	-0,0069
-0,1967	0,1237		- 0,0236	0,0106
-0,2142	-0,1280	0,0601	0,0296	-0,0124
-0,1814	-0,1074	-0,0533	-0,0284	-0,0123
-0,1017	-0,0623	0,0329	-0,0192	-0,0095
0	0	0	0	0
1. S.				

Продолжение тиблицы 7

	×			······································
. 0	+1	+5	+10	+20
•				
		 •		
1,3940	1,8611	4,0659	6,7651	11,6750
1,3937	1,861 2	4,0652	6,7628	11,6187
1,3877	1,8548	4,0544	6,7427	11,5442
1,3596	1,8222	3,9941	6 ,6 242	11,2931
1,2449	1,6819	3,6978	6,0234	9,9136
0,8994	1,2222	2,5778	3,7553	4,9902
0,2932	0,3233	0,1459	0,7434	- 2,3273
0,02341	0,0759	-1,1113		
0,03231	0,0695		· .	-
0,03420	0,0635			
0,03460	0,0564			
0,03380	0,0489			
0,03207	0,0412			ан 1 - Ан 1 - Ан
0,02966	0,0337			· · · ·
0,02682	0,0267			
0,02373	0,0205			
0,02086	0,0154			
0,01796	0,0115			
0,01491	0,0087			
0.01076	0,0065			
0	0			
•	Ĭ	· · ·		

linndn annauua	Arres 241
TIDOOONSCENUE	I GO IG IDI

N. S.		A STATE OF A	· · ·		
+40	+50	+60	+80	+100	
				<u></u>	
18,422	24.8930	27,6865	38,518	23,630	
20,28	24,6391	29,3645	38,3747	10,844	
21,00	24,4410	29,7452	38,0036	8,0337	
19,956	23,5548	27,9719	35,8930	29,340	
16,041	18,8048	21,5052	26,3878	35,619	
5,554	4,8622	4,2228	1,2521	2,2467	
7,466	-11,7296	-13,2618	-22,3870		

В стратифицированной атмосфере вклад диффузии сущетвенно заметен только на малых высотах. Важно отметить, то знак диффузионного члена меняется при переходе от неустойчивой к устойчивой стратификации. Влияние диффузии



более заметно при неустойчивых условиях. Для использования приведенных выше зависимостей необходимо знать параметры µ и v_{*}. С целью их определения на рис. 9—10 и в

табл. 8 приводятся универсальные зависимости $M = \omega_{\mu}(r)$ і $\chi = v_*/xG$. Следует отметить, что универсальные профили геострофического коэффициента трения v_*/xG сами представляют интерес. Таким образом, приведенные зависимости дают представление о характере простейших статистических элементов турбулентного режима в планетарном пограничном слое атмосферы.





5. Дополнение

Для определения температурных профилей необходимо введение уравнения притока тепла. Это значительно усложнит проблему вследствие неизбежной необходимости принятия во внимание радиации и возможно также движения большого масштаба.

Наиболее простой путь устранения этой трудности состоит в задании некоторого профиля температуры или потока тепла, которые хорошо аппроксимируют экспериментальные данные.

a ta sana		χ́ (log R ₀)	in Haro and a second	Таблица 8 a=2
140	9			
	-100	-80	60	—50
$\log R_0$			$\frac{1}{2} = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{2} \sum_{i=1$	
4,0	0,3178	0,3091	0,3065	0,2747
4,5	0,2485	0,2461	0,2324	0,2226
5,0	0,2022	0,2029	0,1933	0,1862
5,5	0,1634	0,1725	0,1650	0,1597
6,0	0,1416 -	0,1442	0,1391	0,1396
6,5	0,1249	0,1240	0,1236	0,1230
7,0	0,1089	0,1114	0,1110	0,1085
7,5	0,0988	0,1011	0,0981	0,0964
8,0	0,0886	0,0906	0,0804	0,0868
8,5	0,0818	0,0836	0,0817	0,0803
· · · ·		•	Продолж	гн ие табл и цы 8
-40		-10	5	-1
0,2642	0,2430	0,2194	0,2150	0,1995
0,2155	0,2006	0,1838	0,1737	0,1697
0,1811	0,1761	0,1578	0,1502	0,1427
0,1558	0,1427	0,1338	0,1322	0,1264
0,1365	0,1262	0,1192	0,1149	0,1106
0,1186	0,1105	0,1075	0,1039	0,1028
0,1055	0,1001	0,0957	0,0928	0,0901
0,0928	0,0897	0,0879	0,0855	0,0832
0,0872	0,0828	0,0798	0,0779	0,0759
0,0792	0,0756	0,0 31	0,0714	0,0698

A ARA WALLY	to prove the second second	· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	and the second second	
0	+1	+5	+10	+20
0.1966	0,1937	0.1847	0.1692	0.1440
0,1677	0.1657	0.1606	0,1459	0.1306
0,1413	0.1400	0.1374	0.1308	0.1164
0,1254	0,1244	0.1229	0.1154	0.1068
0,1126	0,1091	0.1083	0.1052	0.0964
0,0998	0,0992	0,0988	0,0945	0,0877
0,0896	0,0891	0,0890	0,0874	0,0816
0,0828	0,0824	0,0824	0,0797	0,0751
0,0756	0,0753	0,0754	0,0732	0,0694
0,0695	0,0693	0,0694	0,0687	0,0654
		A		
			Продолже	ние таблицы 8
-+40	+50	+60	Продолже +80	ние таблицы 8 +100
-+40	+50	+60	Продолже +80	ние таблицы 8 +100
-+40 	+50 0,1170	+60	Продолже +80 0,0848	ение таблицы 8 +100 0,0790
-+40 0.1235 0,1116	+50 0,1170 0,1080	+60 0,1046 0,0963	Продолже +80 0,0848 0,0796	ние таблицы 8 +100 0,0790 0,0742
+40 0.1235 0,1116 0,1034	+50 0,1170 0,1080 0,09\$3	+60 0,1046 0,0963 0,0891	Продолже +80 0,0848 0,0796 0,0751	ние таблицы 8 +100 0,0790 0,0742 0,0702
-+40 0.1235 0,1116 0,1034 0,0944	+50 0,1170 0,1080 0,09\$3 0,0900	+60 0,1046 0,0963 0,0891 0,0839	Продолже +80 0,0848 0,0796 0,0751 0,0709	ние таблицы 8 +100 0,0790 0,0742 0,0702 0,0672
-+40 0.1235 0,1116 0,1034 0,0944 0,0865	+50 0,1170 0,1080 0,0983 0,0900 0,0842	+60 0,1046 0,0963 0,0891 0,0839 0,0780	Продолжее +80 0,0848 0,0796 0,0751 0,0709 0,0677	ние таблицы 8 +100 0,0790 0,0742 0,0702 0,0672 0,0638
-+40 0.1235 0,1116 0,1034 0,0944 0,0865 0,0809	+50 0,1170 0,1080 0,09\$3 0,0900 0,0842 0,0776	+60 0,1046 0,0963 0,0891 0,0839 0,0780 0,0726	Продолже +80 0,0848 0,0796 0,0751 0,0709 0,0677 0,0640	ние таблицы 8 +100 0,0790 0,0742 0,0702 0,0672 0,0638 0,0605
-+40 0.1235 0,1116 0,1034 0,0944 0,0865 0,0809 0,0748	+50 0,1170 0,1080 0,0993 0,0900 0,0842 0,0776 0,0719	+60 0,1046 0,0963 0,0891 0,0839 0,0780 0,0726 0.0687	Продолжее +80 0,0848 0,0796 0,0751 0,0709 0,0677 0,0640 0,0605	ние таблицы 8 +100 0,0790 0,0742 0,0702 0,0672 0,0638 0,0605 0,0574
-+40 0.1235 0,1116 0,1034 0,0944 0,0865 0,0809 0,0748 0,0694	+50 0,1170 0,1080 0,09\$3 0,0900 0,0842 0,0776 0,0719 0,0679	+60 0,1046 0,0963 0,0891 0,0839 0,0780 0,0726 0.0687 0,0644	Продолже +80 0,0848 0,0796 0,0751 0,0709 0,0677 0,0640 0,0605 0,0573	ние таблицы 8 +100 0,0790 0,0742 0,0702 0,0672 0,0638 0,0605 0,0574 0,0551
-+40 0.1235 0,1116 0,1034 0,0944 0,0865 0,0809 0,0748 0,0694 0,0656	+50 0,1170 0,1080 0,0983 0,0900 0,0842 0,0776 0,0776 0,0719 0,0679 0,0633	+60 0,1046 0,0963 0,0891 0,0839 0,0780 0,0726 0.0687 0,0644 0,0604	Продолжее +80 0,0848 0,0796 0,0751 0,0709 0,0677 0,0640 0,0605 0,0573 0,0549	ние таблицы 8 +100 0,0790 0,0742 0,0742 0,0672 0,0638 0,0605 0,0551 0,0551 0,0524
-+40 0.1235 0,1116 0,1034 0,0944 0,0865 0,0809 0,0748 0,0694 0,0656 0,0613	+50 0,1170 0,1080 0,09\$3 0,0900 0,0842 0,0776 0,0719 0,0679 0,0633 0,0593	+60 0,1046 0,0963 0,0891 0,0839 0,0780 0,0780 0,0726 0,0687 0,0644 0,0604 0,0569	Продолжее +80 0,0848 0,0796 0,0751 0,0709 0,0677 0,0640 0,0605 0,0573 0,0549 0,0522	ние таблицы 8 +100 0,0790 0,0742 0,0702 0,0672 0,0638 0,0605 0,0574 0,0551 0,0524 0,0499

Продолжение таблицы Е

Принимая эту точку зрения и следуя цели, поставленной в начале работы, для профиля потока тепла были рассмотрены дополнительно две модели.

Модель 1.

Принимая обозначение $P(z) = -\rho c_p k \frac{\partial \theta}{\partial z}$, задаем P(z) как

$$P(z) = \begin{cases} P_0 \left[1 - \frac{z}{h} \left(1 - \frac{k(h)}{P_0} (\gamma_a - \gamma) \right], & z \leq h, \\ \\ P_0 \left[\frac{(\gamma_a - \gamma) \cdot k(z)}{P_0} \right], & z > h, \end{cases} \end{cases}$$

где h — некоторая заданная высота; ($\gamma_a - \gamma$) $\approx 4 \cdot 10^{-3}$;

$$\mu_0 = - \chi^2 \frac{g}{T_0} \cdot \frac{P_0/\rho c_p}{\lambda v_{\infty}^2} \cdot$$

Переходя к безразмерным переменным, профиль потока тепла задается следующим выражением:

$$P_{n}(z_{n}) = \begin{cases} 1 - \frac{z_{n}\left(1 + \frac{v_{0}}{\mu_{0}}k_{n}(h_{n})\right)}{h_{n}}, & z_{n} \leq h_{n}, \\ -\frac{v_{0}}{\mu_{0}}k_{n}(z_{n}), & z_{n} > h_{n}, \end{cases}$$

где

$$v_0 = \left(\frac{x^2}{\lambda}\right)^2 \cdot \frac{g}{T} \cdot (\gamma_a - \gamma) = \text{const},$$

а уравнение баланса энергии турбулентности запишется в виде

$$\frac{\gamma_n^2+\sigma_n^2}{k_n}+\mu_0P_n(z_n)-\frac{b_n^2}{k_n}+\beta\frac{d}{dz_n}k_n\frac{db_n}{dz_n}=0.$$

Модель 2.

Полагаем

$$P(z) = -k\rho c_p \frac{\partial \theta}{\partial z} = -k\rho c_p \left(\frac{dT}{dz} + \gamma_a\right)$$

при

$$z \to 0$$
 $\frac{d\theta}{dz} = \frac{dT}{dz} + \gamma_a \approx \frac{dT}{dz} = -\frac{P_0}{xv_* z \rho c_p}$

при

$$z \to \infty \quad \frac{d\theta}{dz} = \gamma_a - \gamma_p \,.$$

Поэтому можно принять приближенную формулу

$$P(z) = + k \rho c_p \left[\frac{P_0}{\varkappa \rho c_p v_* z} - (\gamma_a - \gamma_p) \right],$$

где

$$\frac{d\theta}{dz} = -\frac{P_0}{\rho c_p x v_* z} + (\gamma_a - \gamma_p).$$

В безразмерном виде уравнение баланса энергии турбулентности запишем следующим образом:

$$\frac{\eta_n^2 + \sigma_n^2}{k_n} + \mu_0 \frac{k_n}{z_n} \left[1 + \frac{z_n}{\mu_0} v_0 \right] - \frac{b_n^2}{k_n} + \beta \frac{d}{dz_n} k_n \frac{db_n}{dz_n} = 0$$

где

$$\nu_0 = \frac{\varkappa^4 g \left(\gamma_a - \gamma_p\right)}{T_0 \lambda^2} = \text{const},$$

_{у0} — параметр, характеризующий стратификацию верхней части пограничного слоя атмосферы.

По выбранным моделям проведены расчеты, аналогичные модели $\mu = \mu_0 e^{-az_n}$.

Результаты сравнения характеристик турбулентности дают хорошее совпадение с опытными данными. 62

ЛИТЕРАТУРА

- .. Бобылева И. М., Зилитинкевич С. С., Лайхтман Д. Л. Турбулентный режим в термически стратифицированном планетарном пограничном слое атмосферы. «Атмосферная турбулентность и распространение радиоволн». Труды международного коллоквиума. 1965. Изд-во «Наука», М., 1967, 179—189.
- Зилитинкевич С. С., Лайхтман Д. Л. Турбулентный режим в приземном слое атмосферы. Изв. АН СССР, Физика атмосферы и океана, т. 1 № 2, 1965, 150—156.
- 3. Монин А. С. Динамическая турбулентность в атмосфере. Изв. АН СССР, серия геогр. и геофиз., т. 14, № 3, 1950, 232—254.
- 4. Ершев А. П., Кожухин Г. И., Поттосин И. В. Руководство к пользованию системой АЛЬФА. Изд-во «Наука», М., 1968.
- 5. Годунов С. К., Рябенький В. С. Введение в теорию разностных схем. Физматгиз, М., 1962.

Д. Л. Лайхтман, И. Ю. Мелкая

О РАСЧЕТЕ ТУРБУЛЕНТНЫХ ПОТОКОВ ПО ГРАДИЕНТНЫМ ИЗМЕРЕНИЯМ

1. В настоящее время существует много способов расчета турбулентных потоков тепла, влаги, количества движения у подстилающей поверхности по профилям соответствующих характеристик (градиентным измерениям). В основе этих методов лежит полуэмпирическая теория строения приземного слоя. Кроме гипотез, специфических для каждого метода, два ограничения являются общими — постоянство с высотой турбулентных потоков и равенство коэффициентов турбулентного обмена для всех субстанций. Целью настоящей работы является обсуждение последних предположений и развитие методики расчета потоков, свободной от них.

2. Известно [1], что толщина приземного слоя атмосферы как слоя постоянных турбулентных потоков должна удовлетворять следующему неравенству:

$$h \ll rac{v_{st}^2}{G\lambda}$$
 ,

где v_* — скорость трения у земной поверхности; $\lambda = 2\omega \sin \varphi$ — параметр Кориолиса;

G — скорость геострофического ветра.

При обработке градиентных наблюдений, когда определение турбулентных потоков тесно связано с формой вертикальных профилей ветра, температуры и влажности, требуется уверенность, что в слое, где проводились измерения, 64 условие постоянства потоков с высотой выполняется достагочно точно.

Иллюстрацией искажений профиля скорости ветра, обуловленных изменением с высотой касательного напряжения, является представленная на рис. 1 зависимость $\frac{x}{v_*} [u(z/L) - u(1/2)]$ от z/L для разных значений параметра $\frac{L_1}{L} = -g/T_0 \frac{x}{\lambda v_*^2} \frac{P_0}{\rho c_\rho}$. $\frac{[U(\frac{2}{L}) - u(\frac{1}{2})]x}{v_*}$ 4 $\frac{L_1'=-10}{v_*}$ $\frac{L_1'=-10}{(-5,0)(10)(-0.5)}$ (-0,1)(-0.05) 0.0501 - 0.510 - 5.0 z/L

> Рис. 1. Универсальный профиль ветра в пограничном слое атмосферы

Здесь L — масштаб длины Монина-Обухова;

и — скорость ветра;

z — вертикальная координата;

g — ускорение силы тяжести;

 \bar{T}_0 — характерный масштаб температуры воздуха;

Ро — турбулентный поток тепла на уровне подстилающей поверхности;

 ρc_p — объемная теплоемкость воздуха; $\kappa = 0.4$ — постоянная Кармана.

Расчеты выполнены на основании нелинейной модели пограничного слоя атмосферы, предложенной в [2]. Кривые 5 Зак. 131 65 слева от оси ординат относятся к случаю неустойчиво стра яифицированного воздушного потока, справа — устойчиво.

Для области малых z/L, где постоянство касательного напряжения выполняется достаточно точно, все кривы практически совпадают. С возрастанием z/L наблюдается заметная зависимость профиля скорости от параметра L_1/L указывающая на влияние силы Кориолиса, что по существу и обусловливает изменение касательного напряжения по вертикали.

Определенный ответ на вопрос о толщине слоя постоян ного касательного напряжения может быть дан на основа нии какой-либо модели пограничного слоя атмосферы, по зволяющей определить вертикальный профиль касательного напряжения. В данной работе используется нелинейная мо дель пограничного слоя атмосферы, предложенная в [2], в ко торой турбулентный поток тепла аппроксимирован показа тельной функцией высоты.

Из соображений теории подобия вытекают следующие выражения для компонент касательного напряжения:

$$\eta = v_*^2 \eta_n(z_n, L_1/L) = k \, du/dz,$$

$$\sigma = v_*^2 \sigma_n(z_n, L_1/L) = k \, dv/dz,$$
(1)

где $z_n = z/L_1$, $L_1 = \frac{xv_*}{\lambda}$,

66

 $\eta_n(z_n, L_1/L), \sigma_n(z_n, L_1/L)$ — безразмерные функции.

Примем в соответствии с приведенным выше определением за верхнюю границу приземного слоя h тот уровень, на котором величина касательного напряжения уменьшается на 5% по сравнению с наземной. Тогда h можно найти из решения следующего трансцендентного уравнения:



 $=\sqrt{\eta_n^2\left(z_n,\frac{L_1}{L}\right)+\sigma_n^2\left(z_n,\frac{L_1}{L}\right)}\Big|_{z_n=\frac{\hbar}{L_1}}=0.95.$ (2)

Решая это уравнение, найдем, что $h = L_1 \Phi \left(L_1 / L \right).$

Поскольку

$$\frac{L_{1}}{L} = -g/T_{0} \cdot P_{0}/pc_{p} \frac{x^{2}}{\lambda v_{x}^{2}} = -g/T_{0} \frac{P_{0}}{\lambda \rho c_{p}} \frac{1}{G^{2}} \psi_{1}(R_{0}),$$

$$L_{1} = \frac{xv_{x}}{\lambda} = \frac{x^{2}G}{\lambda} \chi(R_{0}, L_{1}/L) = \frac{x^{2}G}{\lambda} \psi_{2} \left(R_{0}, g/T_{0} \frac{P_{0}}{\lambda \rho c_{p}} \frac{1}{G^{2}}\right)$$

$$g/T_{0} \frac{P_{0}}{\lambda \rho c_{p}} \frac{1}{G^{2}} = \psi_{3} \left(R_{0}, \frac{g\Delta \theta}{T_{0} \lambda G}\right),$$

$$\frac{1g \frac{h\lambda}{x^{2}G}}{\frac{1}{g R_{0}} = 4}$$

$$\frac{1}{g R_{0}} = 4$$

$$\frac{1}{g R_{0}} = 6$$

$$\frac{1}{R_{0}} = \frac{1}{R_{0}} - 4$$

$$\frac{1}{g R_{0}} = 6$$

$$\frac{1}{R_{0}} = \frac{1}{R_{0}} - 4$$

$$\frac{1}{g R_{0}} = 6$$

$$\frac{1}{R_{0}} = \frac{1}{R_{0}} - 4$$

$$\frac{1}{g R_{0}} = 6$$

$$\frac{1}{R_{0}} = \frac{1}{R_{0}} - 4$$

$$\frac{1}{g R_{0}} = 6$$

$$\frac{1}{R_{0}} = \frac{1}{R_{0}} - 4$$

$$\frac{1}{g R_{0}} = 6$$

$$\frac{1}{R_{0}} = \frac{1}{R_{0}} - 4$$

$$\frac{1}{g R_{0}} = 6$$

$$\frac{1}{g R_{0$$

В таблице приводятся результаты расчетов высоты приземного слоя при разных внешних условиях ($\varphi = 60^\circ$, $z_0 = 10^{-2} \, m$). Как следует из таблицы, высота приземного слоя h в инверсиях и при слабом геострофическом ветре может быть незначительной. В связи с этим градиентные наблюдения должны быть ограничены небольшими высотами. Однако в этом случае измеряемые разности метеоэлементов малы и поэтому измеряются с большой относительной ошибкой. Кроме того, их величина может быть существенно искажена локальной неоднородностью.

Таблица

$\frac{g}{T_0} \frac{\Delta \theta}{\lambda G}$	- 5,1 · 102	-4,8·10 ²	-4,5·10 ²	0	0	0	9,3 · 102	9,1 · 102	8,9.102
G, м/сек	5	10	15	5	10	15	5	10	15
ћ, м	74,7	139	200	18	34	50	2,5	4,8	7,2

Естественно поэтому для расчета турбулентных потоков отказаться от их постоянства по высоте.

В такой постановке никаких ограничений на высоту градиентных измерений нет. Можно, в частности, использовать наблюдения, проводимые на телевизионных мачтах.

3. Обычно при расчетах турбулентных потоков тепла по градиентным измерениям принимается равенство коэффициентов вихревой вязкости для разных субстанций $k_T = k_q = k$. Однако исследования последних лет показали, что отношение коэффициентов температуропроводности и вязкости $\alpha_T = k_T/k$ зависит от стратификации атмосферы и может существенно отличаться от единицы.

Обзор наиболее важных из них приводится в [3], кроме того, в [3] предлагается методика и расчет параметра α_T как функции от стратификации атмосферы $\alpha_T(z/L)$.

Исследованию параметра $\alpha_q = k_q/k$ посвящено гораздо меньше работ [1].

Тем не менее последние из них [4, 5, 6] дают основание полагать, что $\alpha_q = \alpha_T = \frac{k_q}{k}$ при любой стратификации.

В данной работе была использована зависимость $\alpha_T(z/L) = \alpha_q(z/L)$, представленная в [3].

4. На основании нелинейной теории пограничного слоя атмосферы [2] можно получить формулу для разности скоростей ветра на любых двух высотах z_1 и z_2 .

$$u_{2} - u_{1} = \frac{v_{*}}{z} \left[\Phi \left(z_{2}/L_{1}, \frac{L_{1}}{L} \right) - \Phi \left(z_{1}/L_{1}, \frac{L_{1}}{L} \right) \right], \quad (4)$$

где $\Phi\left(z/L_1, \frac{L_1}{L}\right)$ — *х*-составляющая безразмерной скорости ветра. Оценки показали, что до высоты 100 *м* замена модуля вектора ветра его *х*-составляющей (ось *х* направлена по ветру у земли) не превышает 1% при любой стратификации атмосферы. Вертикальный профиль турбулентного потока тепла в [2] аппроксимируется формулой

$$P(z) = P_0 e^{-\alpha z_n}, \tag{5}$$

где α — эмпирически определяемая константа ($\alpha \approx 2$). Выбор α сравнительно мало влияет на результаты расчетов, поскольку обычно наблюдения проводятся в нижней части пограничного слоя.

Из формулы (5) можно получить

$$\theta_{2} - \theta_{1} = -\frac{P_{0}}{\rho c_{\rho}} \frac{1}{\pi v_{*}} \int_{z_{1}/L_{1}}^{z_{2}/L_{1}} \frac{e^{-\alpha z_{n}} dz_{n}}{\alpha_{T} (z/L) k_{n}(z_{n})}$$
(6)

Трансцендентные уравнения (4) и (6) при фиксированных высотах измерений z_1 и z_2 и известных λ связывают четыре переменные Δu , $\Delta \theta$, v_* , P_0 . Исключая из них попеременно P_0 и v_* , получим соотношения, связывающие: а) Δu , $\Delta \theta$ и v_* ; б) Δu , $\Delta \theta$ и P_0 , на основании которых могут быть построены расчетные графики.

Для расчета потока тепла P_0 [кал/см² · мин] и скорости трения v_* [м/сек] по этим графикам нужно иметь разность температуры воздуха и скорость ветра на двух высотах.

В частности, на рис. 3. представлен подобный график для расчета P_0 и v_* по данным метеорологической башни ИПГ ($\varphi = 55^\circ$, $z_1 = 0.5 \, \text{м}$, $z_2 = 48.7 \, \text{м}$). Здесь пунктиром проведены изолинии v_* (через 0,1 м/сек), а сплошными — P_0 (через 0,05 $\kappa a n / c m^2 \cdot m u h$). При известном значении шероховатости подстилающей поверхности расчеты могут выполняться на



Рис. 3.

основании измерений скорости ветра на одном уровне и разности температуры воздуха на двух уровнях (рис. 4). Аналогичные номограммы могут быть построены для любых уровней и широт. Никаких ограничений, связанных с постоянством турбулентных потоков при этом не делается. Однако следует иметь в виду, что при использовании данных о скоро-70 сти ветра на высотах, больших 50—100 м, следует-учитывать обе ее составляющие. Что касается расчетов испарения, то, воспользовавшись подобием профилей температуры и влажности, получим





где q_2 , q_1 — удельная влажность воздуха на уровнях z_2 и z_1 . Таким образом, приведенные ранее номограммы можно использовать для расчетов испарения E_0 .

Следует отметить, что подобие профилей температуры и влажности (помимо равенства $\alpha_r = \alpha_q$) в случае меняющихся по высоте вертикальных потоков тепла и влаги предполагает один и тот же закон их изменения.

5. По предлагаемым номограммам были выполнены расчеты скорости трения v_* и турбулентного потока тепла P_0 для сравнения с экспериментальными данными Суинбенка [7] и Леттау и Дэвидсона [8]. Результаты сравнения представлены на рис. 5 и 6.



рениями Леттау и Девидсона (1) и Суинбенка (2)

Ошибка расчета величин P_0 и v_* по предлагаемой методике (на основании этих данных) составляет соответственно 12% и 25%.




ЛИТЕРАТУРА

- . Монин А. С., Яглом А. М. Статистическая гидромеханика, ч. 1. Изд-во «Наука», М., 1965.
- 2. Бобылева И. М., Зилитинкевич С. С., Лайхтман Д. Л. Турбулентный режим в термически стратифицированном планетарном пограничном слое атмосферы. «Атмосферная турбулентность и распространение радиоволн». Труды международного коллоквиума. 1965. Изд-во «Наука». М., 1967.
- 3. Лайхтман Д. Л., Пономарева С. М., Радикевич В. М. Особенности обмена теплом и количеством движения в нижних слоях атмосферы. Труды ЛГМИ, вып. 39, 1970. 4. Högström U. E. F. Turbulent water-vapour transfer at different stabi-
- lity conditions. The physics of fluids, T−8, v. 10, № 9, 1967.
- 5. Dyer A. J. The turbulent transports of heat and water vapour in an unstable atmosphere, Quart. J. Roy. Meteorol. Soc., v. 97, № 398, 1967.
- 6. Crawford T. V. Moisture transfer in free and forced convection, Quart. J. Roy. Meteorol. Soc., v. 91, p. 18, 1965.
- 7. Swinbank W. C. The exponential wind profile, Quart. J. Roy. Meteorol. Soc., v. 90, 1964, p 119-135.
- 8. Lettau H. H., Davidson B. Exploring the atmospheric's ferst mile, v. 2, New York - Paris - London, Pergamon Press, 1957.

Ф. А. Гисина, С. Н. Каплан

ПУЛЬСАЦИОННЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ СКОРОСТИ ВЕТРА В ПРИЗЕМНОМ СЛОЕ АТМОСФЕРЫ ПРИ РАЗНЫХ МЕТЕОРОЛОГИЧЕСКИХ УСЛОВИЯХ

Исследование характеристик турбулентности привлекает к себе все большее внимание, так как с каждым годом расширяется сфера их использования. Достаточно указать на такие важные проблемы, как распространение примесей в атмосфере, включая ядерную метеорологию, расчет ветровых нагрузок на высотные сооружения, авиационную метеорологию, для решения которых необходимо знать пульсационные характеристики.

В настоящей работе сделана попытка получить на основании суммирования имеющихся экспериментальных данных количественную связь пульсационных характеристик скорости ветра в приземном слое атмосферы с легко измеряемыми метеорологическими параметрами. Будут рассмотрены простейшие пульсационные характеристики поля скорости ветра — одноточечные моменты второго порядка или дисперсии пульсаций составляющих скорости ветра на координатные оси: ox, oy, oz, которые мы обозначим соответственно через σ_u , σ_v и $\sigma_w (\sigma_u = \overline{u'}^2, \sigma_v = \overline{v'}^2, \sigma_w = \overline{w'}^2 - \text{соответственно продольная, поперечная и вертикальная составляющие скорости ветра).$

Пульсационные характеристики зависят от средних полей скорости и температуры, и свойств подстилающей поверхности, кроме того, они изменяются с высотой: Важной практической задачей является установление связи между

льсационными характеристиками й такими величинами; к высота, градиент температуры; скорость ветра и шерохотость подстилающей поверхности.

К настоящему времени накоплен достаточно большой спериментальный материал о пульсационных характерииках поля ветра в приземном слое атмосферы, часть котоюго до 1964 г. включительно проанализирована в работах —3]. Однако сравнение результатов, полученных разными горами, существенно затрудняет то обстоятельство, что ия описания метеорологических условий авторы используют изные метеорологические характеристики.

экспериментального определения Поскольку задача ункции многих переменных является весьма сложной, то ли изучении пульсационных характеристик в приземном юе атмосферы чрезвычайно важным является использоние теории подобия, разработанной Колмогоровым, Обуэвым и Мониным [3]. Данные, полученные без использоваия критериев подобия, конечно, дают представление о веичинах пульсационных характеристик и их зависимости от етеорологических условий, но они строго привязаны условиям проведения эксперимента, поэтому количественсопоставление таких результатов практически неэзможно.

Так как в дальнейшем мы хотим использовать имеюиеся экспериментальные результаты для количественных ценок дисперсий пульсаций скорости ветра при разных мегорологических условиях, то основное внимание будет удеено анализу экспериментальных данных, обработанных соответствии с теорией подобия.

Согласно теории подобия, безразмерные дисперсии комонент скорости ветра должны описываться универсальныи функциями от безразмерной длины z/L:

$$\frac{\sigma_{u}}{u_{*}} = f_{1}(z/L),$$

$$\frac{\sigma_{v}}{u_{*}} = f_{2}(z/L),$$

$$\frac{\sigma_{w}}{u_{*}} = f_{3}(z/L),$$

(1)

где u_* — динамическая скорость, а L — параметр, имеющи размерность длины, являющийся характеристикой стратифи кации атмосферы.

$$L = -\frac{u_*^3}{x \frac{g}{T} \frac{q}{c_p \rho}},$$

(:

где \varkappa — постоянная Кармана; g — ускорение силы тяжести; T — средняя температура; q — вертикальный турбулентны поток тепла; c_p — теплоемкость воздуха при постоянно давлении; ρ — плотность воздуха. Знак выбран так, чтобы было положительно при устойчивой стратификации, когд q < 0. При нейтральной стратификации (q = 0) $L = \infty$.

Следовательно, для описания пульсаций скорости ветр нужно определить параметры u_* и q, а главное, знать уни версальные функции f_1, f_2, f_3 .

Несмотря на то, что в последнее время выполнен ряд ра бот [4—6] для теоретического определения вида универсаль ных функций f_1 , f_2 , f_3 , удовлетворительного решения задач до сих пор не получено. Краткое обсуждение этих рабо дано в [3]. Из физических соображений может быть опредє лено асимптотическое поведение этих функций.

При $\tilde{L} = \zeta \to -\infty$ когда турбулентность приближаетс к режиму «истинной свободной конвекции» [4],

$$\begin{cases}
f_1 |\zeta| = f_2(\zeta) = c_1 |\zeta|^{\varkappa}, \\
f_3(\zeta) = c_2 |\zeta|^{\varkappa}.
\end{cases}$$
(8)

При $\zeta \to \infty$, т. е. при неограниченном возрастании устой чивости, характеристики турбулентности не должны зави сеть от высоты, т. е. f_1 , f_2 , f_3 должны стремиться к некото рым постоянным.

Для экспериментального определения вида универсаль ных функций необходимо проводить комплексные и весьм тонкие измерения для получения всех необходимых пара метров. Этим объясняется тот факт, что, несмотря на очен большое число работ, посвященных исследованию пульса ционных характеристик поля ветра, имеется лишь незначи тельное число экспериментальных данных, обработанны в соответствии с критериями подобия. Одной из задач настоящей работы является суммироваие полученных в настоящее время экспериментальных даных об универсальных зависимостях безразмерных дисперий от безразмерной длины z/L, отражающей влияние страификации.

Положенные в основу настоящего анализа данные вклюают результаты измерений пульсационных характеристик, роводимых в течение ряда лет в Институте физики атмоферы АН СССР [7, 8] (называемые в дальнейшем данными ІФА); материалы многолетних наблюдений на микрометеоологической исследовательской станции Массачузетского ехнологического института в Раунд Хилле (США), предтавленные Крамером [9] и Пановским [10], а также данные Лияке и Бэдли [11], и Бузингера, Мияке и др. [12] и Суинепка [13].



1-данные Пановского; 2-ИФА; 3-Мияке; 4-Крамера, z=15 м; 5-Крамера; z=40 м; 6-средние

Все имеющиеся данные о дисперсиях для каждой компоненты скорости представлены на рис. 1—3, на которых приведены осредненные универсальные кривые и указан доверительный интервал (величина средней квадратической

ошибки). Осреднение данных проводилось в определеннс интервале значений z/L. Следует отметить, что наибольши разброс данных наблюдается для дисперсий поперечнс компоненты скорости ветра, особенно в неустойчивых усл. виях.



Рис. 2. Универсальная зависимость дисперсии поперечной компоненты скорости ветра от безразмерной длины. (Обозначения на рис. 1)

Также нужно указать, что данные о продольной и попе речной компонентах скорости ветра имеются в значительн меньшем интервале отрицательных значений z/L, чем дан ные о вертикальной компоненте.

Однако при практическом использовании универсальны зависимостей безразмерных дисперсий от безразмерной дли ны типа $\frac{\sigma_{u_i}}{u_*} = f_i(z/L)$ для количественных оценок возни кают большие трудности вследствие того, что эксперимен тальное определение масштаба длины L и динамической скорости u_* является довольно сложным и требует специальной аппаратуры.

Поэтому представляется важным перейти от универсальых зависимостей $\frac{\sigma_{u_i}}{u_*} = f_i(z/L)$ к зависимостям дисперсий т легко измеряемых метеорологических характеристик. качестве определяющих метеорологических параметров ыли выбраны скорость ветра u_1 на высоте z_1 ($z_1 = 1$ м) и асто используемая для характеристики устойчивости безазмерная величина

$$B = \frac{gz_1}{T} \cdot \frac{\Delta T}{u_1^2}, \qquad (4)$$

де ΔT — разность температур на двух уровнях.



Наша задача состоит в получении зависимостей вида

 $\frac{\sigma_{u_i}}{u_i} = F_i(B).$

79

(5)

Для перехода от универсальных зависимостей $\frac{u_1}{u_*}$ = $f_i(z/L)$ к зависимостям (5) необходимо установить связ u_* и L с параметрами u_1 и B.

В настоящее время практически нет экспериментальны работ, в которых измерялись бы все величины, необходимы для установления искомой связи u_* и L с u_1 и B в широко диапазоне метеорологических условий.

Отметим также, что невозможность использования эксп риментальных данных о связи u_* и L с u_1 и B определяетс еще тем, что в разных работах используются разные критє рии устойчивости, часто не совпадающие с выбранным нам параметром B, а кроме того, входящая в B разность темпє ратур берется на самых различных уровнях.

Обычно измеряются только некоторые характеристики, для получения искомых соотношений привлекаются физичє ские гипотезы. Чаще всего измеряются только профили сред ней скорости ветра и температуры, а для определения вхс дящих в L турбулентного потока тепла q и динамическо скорости u_* используются гипотезы Буссинеска-Шмидта:

$$\frac{q}{c_{p}} = -K_T \frac{d\theta}{dz}, \qquad (6)$$

$$u_{*}^{2} = \overline{u'w'} = -K\frac{du}{dz}, \qquad (7)$$

где K_T и K — соответственно коэффициенты турбулентного обмена для тепла и количества движения; $\frac{d\theta}{dz}$, $\frac{d\overline{u}}{dz}$ — соот ветственно вертикальные градиенты потенциальной темпера туры и средней скорости ветра.

Если подставить (6) и (7) в выражение для масштаба L то получим

$$L = -\frac{1}{a_T} \frac{u_* \frac{d\overline{u}}{dz}}{\frac{g}{T} \frac{d\theta}{dz}},$$

(8

де а_т — обратное число Прандтля, равное отношению коэф-)ициентов турбулентного обмена для тепла и количества вижения

$$\alpha_T = \frac{K_T}{K} \cdot \tag{9}$$

Из (8) видно, что для определения L по градиентным змерениям необходимо знать α_T^* . Во многих работах при пределении L величина α_T предполагалась равной единице.)днако работы последних лет (их краткий обзор приведен

[14]) показывают, что α_T меняется от 0,7 до 4 при переоде от устойчивых условий к неустойчивым; она близка единице при нейтральных условиях. Естественно, что при становлении связи параметров u_* и L с B и u_1 необходимо читывать зависимость α_T от стратификации.

В настоящей работе для установления искомых связей спользована теоретическая модель строения приземного лоя атмосферы, разработанная Д. Л. Лайхтманом и . С. Зилитинкевичем [15]. В этой модели профили средней корости и температуры находятся из системы уравнений вижения и теплопроводности, которые замыкаются уравнеием баланса энергии турбулентности, гипотезами Колмогоова и обобщенной гипотезой Кармана для пути смешения. система уравнений и граничные условия приводятся к безазмерному виду, причем в качестве масштабов длины и сковыбираются соответственно L и и, что ости позволяет спользовать данную теоретическую модель для нашей загачи.

В результате решения замкнутой системы уравнений [15] получена следующая формула для безразмерного прозиля скорости ветра:

$$u_n(y) = \frac{2}{y} + 2 \arctan y + \ln \frac{|1-y|}{1+y} + u_n(y_0), \quad (10)$$

де величина у связана с z/L соотношением

$$= \frac{z}{L} = \frac{1}{3} \left(\frac{6}{y} - 2y^3 - 4 \right). \tag{11}$$

* Оставшаяся в формуле для *L* величина u_* обычно оценивается на снове предположения о логарифмическом профиле средней скорости.

6 Зак. 131

Постоянная $u_n(y_0)$ находится из условия равенства нул скорости при $z = z_0$.

В первом приближении безразмерные профили скорост ветра и температуры_предполагаются подобными

$$\theta_n(y) \stackrel{\scriptscriptstyle{\scriptstyle{\leftarrow}}}{=} u_n(y). \tag{1}$$

Безразмерные скорость и температура связаны с соотве ствующими размерными величинами:

$$u_n = \frac{xu(z)}{u_*} , \qquad (1)$$

$$\theta_n = -\alpha_T \frac{\varkappa u_*}{q/c_p \rho} . \tag{1}$$

Положив в (13) $z = z_1$, найдем

$$\frac{u_*}{u_1} = \frac{x}{u_a(y_1) - u_a(y_0)} \,. \tag{13}$$

По формуле (15) можно определить $\frac{u_*}{u_1}$ как функцию с z/L, рассчитав $u_n(y)$ по (11). Подставив в формулу (4) дл В градиент температуры * из (14) и u_1 из (13), получим

$$B = \frac{z_1}{\alpha_7 L} \frac{\theta_n(y_3) - \theta_n(y_1)}{[u_n(y_1) - u_n(y_0)]^2} .$$
(16)

Для определения связи *B* с z/L по (16) нужно знать а в зависимости от z/L, а также $u_n(y)$ и $\theta_n(y)$. Профил $u_n(y)$, а следовательно, и $\theta_n(y)$ были рассчитаны по форму ле (11) на ЭВМ. Были выбраны следующие уровни: $z_1 = 1$ л $z_2 = 0,5$ м, $z_3 = 2$ м. Расчет проведен для трех значений па раметра шероховатости z_0 . (Отметим, что можно исключит из рассмотрения величину z_0 , если при введении параметр *B* в знаменателе брать разность скоростей на двух высота:

* Отметим, что в пределах приземного слоя обычно можно пренбречь различием между потенциальной и абсолютной температурами. 82 Соответствующую разность нужно также ввести в формуту (15)). Значения α_T при разных z/L были взяты из работы [14], в которой для оценки α_T также была использована георетическая модель [15]; полученные в работе [14] данные об α_T находятся в удовлетворительном согласии с имеющимися экспериментальными результатами.

На рис. 4 и 5 приведены $\frac{u_*}{u_1}$ и *B* в зависимости от z/Lтри разных значениях параметра шероховатости z_0 . Используя данные рис. 4 и 5, был выполнен переход от универсальных зависимостей дисперсий, представленных на рис. 1—3, с зависимостям безразмерных дисперсий $\frac{\sigma_{u_i}}{u_1}$ от параметра стратификации *B*, которые мы воспроизводим на рис. 5—7.



Рис. 4. Связь и_{*} с безразмерной длиной z/L

Из рис. 5—7 видно увеличение безразмерных дисперсий зсех компонент скорости с увеличением шероховатости подтилающей поверхности; меньше всего от шероховатости зазисят пульсации вертикальной компоненты.

;*

83

На рис. 7 для сравнения представлены дисперсии все трех компонент скорости в зависимости от B для $z_0 = 5 \ c_M$. Этот рисунок демонстрирует существенную анизотропин турбулентности в приземном слое атмосферы. В то время как дисперсии продольной и поперечной компонент близк по величине, дисперсия вертикальной компоненты примерн вдвое меньше.



Рис. 5. Связь параметра стратификации 100В с безразмерной длиной z/

Для многих практических задач важно знать вероят ность разных значений дисперсий скорости ветра [16].

Пользуясь рис. 5—7, можно определить дисперсии рає личных компонент пульсаций скорости, зная среднюю ско рость ветра на высоте z_1 ($z_1 = 1$ м) и параметр стратифи кации В. Следовательно, для расчета вероятности различных дисперсий скорости ветра нужно знать повторяемост параметров u_1 и В. В статье С. Н. Каплан и Ж. Н. Михайловой, помещенной в настоящем сборнике, получены данные о повторяемости u_1 и В по материалам метеостанции Колтуши, которые могут





быть использованы для определения вероятностей разных значений дисперсий скорости.

В заключение авторы считают своим приятным долгом поблагодарить профессора Д. Л. Лайхтмана за ценные советы при выполнении данной работы.



Рис. 7. Сравнение дисперсий различных компонент скорости ветра:

 $1-\frac{\sigma_u}{u_1}; 2-\frac{\sigma_v}{u_1}; 3-\frac{\sigma_w}{u_1}$

ЛИТЕРАТУРА

- 1. Ламли Дж., Пановский Г. Структура атмосферной турбулентности. Изд-во «Мир», М., 1966.
- 2. Pasquill F. The statistics of turbulence in the lower part of the atmosphere. Atmospheric turbulence and its relation to aircraft, London, H. M. S. O., 1963, p. 89-107.
- 3. Монин А. С., Яглом А. М. Статистическая гидромеханика, ч. 1. Изд-во «Наука», М., 1965.
- 4. Казанский А. Б., Монин А. С. О турбулентном режиме в приземном слое воздуха при неустойчивой стратификации. Изз. АН СССР, сер. геофиз., № 6, 1958, стр. 741—751.

- Businger I, A. A generalization of the mixing length concept. J. Met. 16, № 5, 1959, p. 516-523.
- 6. Munn R. E. A theoretical expression for the root mean square vertical eddy fluctuation. J. Met. 18, № 1, 19 1, p. 38-42.
- 7. Monin A. S. Empirical data on turbulence in the surface layer of the atmosphere. J. Geoph. Res. 67, № 8, 1962, p. 3103-3 08.
- 8. Зубковский С. Л. Частотные спектры пульсаций горизонтальной компоненты скорости в приземном слое воздуха. Изв. АН СССР, сер. геофиз., № 10, 1962, стр. 1425—1433.
- 9. Cramer H. E. Turbulent transfer processes for quasi-homogeneous flows within the atmosphere surface layer. The Phys. of fluids, 10, part II, № 9, 1967, p. 240-246.
- 10. Panofsky H. A. Project Director. Properties of wind and temperature at Round Hill, South Dartmonth, Mass Final Report Grant No DAAB 07-67-C-0035, August, 1967.
- 11. Miyake M., Badley F. Effect of heat on the atmospheric turbulence spectra over land. USAEC, September, 1967, p. 11-14.
- Businger I. A., Miyake M., Dyer A. J., Bradley E. F. On the direct Determination of the Turbulent Heat Flux near the ground. J. of Applied Met., vol. 6, № 6, 1967.
- Swinbank W. C. On experimental study of eddy transport in the lower atmosphere. C. S. J. R. O. Div. Meteor. Phys. Techn. Pap. № 2, Melbourne, 1955.
- 14. Лайхтман Д. Л., Пономарева С. М. Об отношении коэффициентов турбулентного обмена для тепла и количества движения в приземном слое атмосферы. Изв. АН СССР, Физика атмосферы и океана, т. 5, № 10, 1969.
- 15. Зилитинкевич С. С., Лайхтман Д. Л. Турбулентный режим в приземном слое воздуха. Изв. АН СССР, Физика атмосферы и океана, т. 1, № 2, 1965.
- 16. Зилитинкевич С. С., Остроумов Б. В. Об оценке ветровых нагрузок на высотные сооружения. Метеорология и гидрология, № 6, 1967, стр. 41—49.

С. М. Пономарева

О РАСЧЕТЕ НЕКОТОРЫХ ХАРАКТЕРИСТИК ТУРБУЛЕНТНОСТИ В ПОГРАНИЧНОМ СЛОЕ ПО АЭРОЛОГИЧЕСКИМ ДАННЫМ

1. Постановка задачи

Запишем уравнение турбулентной энергии для стационарного горизонтально-однородного пограничного слоя в приближенной форме, предложенной А. С. Мониным [1],

$$k\left[\left(\frac{d\overline{u}}{dz}\right)^2 + \left(\frac{d\overline{v}}{dz}\right)^2\right] - k_T \frac{g}{T_0} \frac{d\overline{\theta}}{dz} + \frac{d}{dz} k_b \frac{db}{dz} - \text{diss} = 0, \quad (1)$$

где все обозначения общепринятые.

Коэффициенты этого уравнения в соответствии с гипотезами приближенного подобия А. Н. Колмогорова связаны между собой так, что $k_T = \alpha_T k$, $k_b = \alpha_b k$, где α_T и α_b — эмпирические константы. Турбулентную вязкость k и среднюю скорость диссипации энергии турбулентности в тепло diss выражаем через масштабы скорости b^{34} и длины l

$$k = b^{\frac{3}{2}}l,$$

diss = $cb^{\frac{3}{2}}/l.$ (2)

Здесь с— также эмпирическая постоянная, определяемая по соотношению между двумя характеристиками турбулент-88 ости — энергией пульсаций b и напряжением трения v_*^2 у тенки, где $\lim_{n \neq n} b = c^{-\varkappa} v_*^2$.

Это соотношение примем в качестве нижнего граничного словия, в то время как на верхней границе слоя — уровне I кинетическая энергия турбулентности b_H равна некоторой галой конечной величине порядка $10^{-2} M^2/ce\kappa^2$. Подробное боснование выбора H и b_H для численного решения уравнеия баланса дается в работе [2].

При этих условиях будем решать уравнение (1) относиельно b, считая профиль l(z) известным из наблюдений. 3 такой постановке задача решалась автором ранее [2], прием вертикальное распределение масштаба турбулентности ассчитывалось по аэрологическим материалам в соответтвии с гипотезой С. С. Зилитинкевича и Д. Л. Лайхтмаіа [3],

$$l = -2\kappa c^{\varkappa} \frac{\Psi}{\frac{d\psi}{dz}},$$

(3)

$$\psi = \left(\frac{d\overline{u}}{dz}\right)^2 + \left(\frac{d\overline{v}}{dz}\right)^2 - \alpha_T \frac{g}{T_0} \frac{d\overline{\theta}}{dz}.$$

В данной работе подход аналогичный. Принципиально ювым является использование интегрального выражения иля *l*, предложенного в [4] для расчета структуры турбулентюго потока в трубе радиуса *R*

$$l(z) = \int_{-R}^{R} l_0(y) \,\delta(z-y) \,dy. \tag{4}$$

Здесь l_0 определяется в соответствии с «локальной» концепцией (3) по производным температуры и компонент скорости зетра в ближайшей окрестности данного уровня z, а дельтообразная функция позволяет учесть условия в других настях потока. В работе [4] предложена экспоненциальная аппроксимация выражения (4) типа. интеграла вероятности с центром распределения в точке z и дисперсией $\epsilon l_0^2(z)$, где

$$\delta(z-y) = \frac{1}{\sqrt{\pi \epsilon l_0^2(z)}} \exp\left[-\frac{(z-y)^2}{\epsilon l_0^2(z)}\right].$$
 (5)

-89

Численный эксперимент, выполненный в [4], показал, чт наилучшее согласие расчетных характеристик турбулент ности с измерениями Лауфера получается, если выбрат $\varepsilon = 1$.

Основная идея введения нового выражения для l состои в том, что гипотеза Кармана $l = -\varkappa \frac{d\overline{u}/dz}{d^2\overline{u}/dz^2}$, положенна:

в основу модификации (3), применима, строго говоря, толь ко, если длина пути смешения мала по сравнению с расстоя нием, на котором существенно меняется градиент скорости Для удаленных от стенки областей потока такое «локаль ное» выражение физически мало обосновано, поскольку характер движения в данной точке в силу эллиптичности уравнений Навье-Стокса зависит от условий и в остальны. точках потока. Действительно, эксперименты указывают н тесную взаимосвязь разных уровней во внешней области, за нимающей почти 4/5 толщины пограничного слоя [5, 6, 7] Абсолютная величина корреляции пульсаций скорости і масштаб турбулентности, определяемый обычно по корреля ционной кривой, возрастают по мере удаления от стенки пропорционально увеличению размера вихрей в потоке. По этому нередко наблюдаемые профили корреляционны: функций аппроксимируются выражениями, аналогичным (5). Соответственно энергия турбулентности будет опреде ляться не только локальными продукцией и диссипацией, не и диффузией с других уровней.

Учитывая все вышесказанное, запишем уравнение балан са в безразмерной форме

$$\frac{\varkappa^4}{\lambda^2} k_n^2 \psi - \boldsymbol{b}_n^2 + \beta \frac{d}{dz_n} k_n \frac{db_n}{dz_n} = 0, \qquad (6$$

где $k_n = k\lambda/x^2 v_*^2 = l_n b_n^{\frac{1}{2}}$, $b_n = c^{\frac{1}{2}} b/v_*^2$, $l_n = l\lambda/c^{\frac{1}{2}} x^2 v_*$, $\lambda = 2\omega \sin \varphi$ — параметр Кориолиса.

Граничные условия: $b_n|_{z_n=z_{0n}}=1$, $b_n|_{z_n=z_{nH}}=b_{nH}$.

Постоянные выбраны следующим образом: c = 0,07 $\kappa = 0,40$, $\alpha_b = 0,73$, $\alpha_T = 1$, $\beta = \frac{\alpha_b \kappa^2}{c^{\frac{1}{2}}} = 0,43$. Перед интегрирс ванием уравнения (6) находим v_{\bullet}^2 и z_0 из градиентных наблюде 90 ий у земли, после чего рассчитываем по измеренным профим ветра и температуры в пограничном слое распределение (z) в соответствии с (3) и далее профиль l(z) по формуим (4,5).

Нелинейное уравнение (6) аппроксимируем конечно-разстным и решаем методом последовательных приближений носительно b_n . Обычно решение сходится после 5—10 ераций.

Судя по некоторым последним публикациям, лабораторзе эксперименты дают значения с порядка 0,062-0,077 [8]. о более ранним оценкам А. С. Монина [9] c = 0,035.

В то же время наиболее надежное значение α_b в соответвии с теоретическими и опытными данными, обобщенными [10], составляет 0,45. Нами был проведен численный экспеімент, чтобы проверить, насколько результаты расчета заісят от выбора постоянных с и α_b . При этом оказалось, что іже значительное изменение каждого из коэффициентов отдельности (с было увеличено в полтора раза, а α_b уменьено почти вдвое) не оказывает существенного влияния на ісчетные профили b и k. На высотах 100—300 м эти велиіны меняются максимально на несколько десятков проэнтов.

Варьируя обе постоянных сразу, практически получаем : же результаты. Можно отметить лишь слабое уменьшение ирбулентной вязкости и кинетической энергии, а также иффузионной составляющей в уравнении баланса.

2. Расчетные профили *l* и *k* в пограничном слое

Профиль масштаба *l*, вычисленный по интегральной форуле для данных Цимлянской экспедиции (июль 1965 г.), олучается более сглаженным по сравнению с расчетом по токальному» выражению (3). На рис. 1 показано распрееление *l*, полученное в условиях слабой термической нетойчивости и умеренных скоростей ветра. Величина *l* доигает максимального значения (около 60 м) на высоте 50—200 м при общей толщине пограничного слоя, равной 00 м. Выше масштаб убывает и вблизи верхней границы оставляет 20—30 м. На' этом же рисунке нанесены измереные значения *l* в пограничном слое на плоской пластине по рэдшоу [7] и Учидо и Матсумая [11]. Известно, что в пограничном слое атмосферы (правда, г весьма немногочисленным данным, обобщенным в [12]) ма штабы растут по крайней мере до высоты 100 м, где дост гают значений 100—200 м (в неустойчивых условиях). На более надежные результаты получены на метеорологически



Рис. 1. Вертикальное распределение среднего масштаба турбулентности в пограничном слое. Расчет в условиях слабой неустойчивости у земли (по формулам (3) — кривая 4 и (5) кривая 3). Измеренное распределение длины пути смешения $l = \left(\frac{\tau}{\rho}\right)^{\frac{1}{2}}/(\partial u/\partial z)$ по данным работ [7] (кривая 1) и [11] (кривая 2). Квадратиками показаны значения диссипативной длины $L = \left(\frac{\tau}{\rho}\right)^{\frac{3}{2}}/$ diss по данным [7]

башнях по измерениям корреляционных функций продол ной или вертикальной компоненты скорости ветра [13—1! Так, по данным Кэймала и Хаугена [14] при сильной конве ции наибольшая корреляция наблюдалась между уровням 137, 229 и 320 м. Минимальное значение *l* на этих высота

эставляло 40—80 м, а максимальное около 200 м; оказаэсь, что с ростом неустойчивости масштаб сначала растет, потом убывает. По мнению авторов, получилось это потоу, что при очень сильной неустойчивости непригодна гипоеза Тейлора, по которой временной и пространственный асштабы связаны просто через скорость ветра.



Рис. 2. Расчетное распределение турбулентной вязкости k в пограничном слое (пос. Цимлянское, 23/VII 1965 г., 17---18 час). Решение с использованием локального (кривая 1) и интегрального (кривая 2). выражений для масштаба

Применение новой модели дает весьма существенное изменение профилей турбулентной вязкости. Так же как для *l*, они получаются более сглаженными. Иллюстрацией служит рис. 2, на котором можно сопоставить распределение *k*

для обеих молелей (пос. Цимлянское, 22 июля 1965 17—18 час.). В случае расчета по интегральной форму. максимум k получается менее острым, а средний коэфф циент турбулентности в пограничном слое уменьшаетс почти влвое. Как уже отмечалось раньше, при анализе пр филей k для Цимлянских материалов [2] рассчитанные вел чиины представляются завышенными в свете имеющихс опытных данных, особенно для умеренной и сильной н устойчивости [12, 16]. Достигнутое улучшение в распредел нии k оказывается наиболее заметным именно для эти случаев.

3. Бюджет турбулентной энергии

Изучение энергетического баланса при разных метеорс логических условиях — один из важнейших, но и наимене исследованных вопросов в физике пограничного слоя. Д сих пор прямых измерений составляющих очень мало, пс скольку такие опыты крайне трудоемки и требуют тонко аппаратуры. Ниже обобщаются основные сведения, опубли кованные в литературе, которые сопоставляются с резуль татами нашего расчета.

В сравнении с измерениями Брэдшоу [7] в пограничної слое на плоской пластине (для равновесных условий) осо бенно заметна большая разница в поведении диффузионного члена. По лабораторным данным он всегда меньше други: составляющих, в атмосфере же он оказывается в определен ных условиях весьма существенным. Так, судя по нашим расчетам, выше 20-50 м градиенты скорости ветра невелики отсюда мало и производство турбулентной энергии. Дисси пативный член также убывает с высотой, но более медлен но. Дивергенция вертикального потока энергии оказывается по порядку величины соизмеримой с генерацией энергии пульсаций. Последняя в области максимума b и k (100-200 м) больше других членов уравнения баланса, а диффу зия сравнительно невелика. В верхней половине пограничного слоя диссипация и диффузия энергии с нижележащих уровней одного порядка, а генерация энергии пульсаций незначительна.

Первые оценки членов уравнения баланса, которое после умножения всех составляющих на xz/v_*^3 имеет вид

$$\frac{xz}{v_{\star}^3} \frac{db}{dt} = \Phi - \frac{z}{L} - \Phi_{\varepsilon} - \Phi_{D}, \qquad (7)$$

ринадлежат Тэйлору [17], который нашел, что главными вляются продукция энергии механического происхождения р и диссипация Φ_{ε} , а остальные члены малы. К тому же их рудно измерить и часто приходится оценивать только по амыканию уравнения, пренебрегая нестационарностью и оризонтальной неоднородностью.

Ламли и Пановский [18, 19] в соответствии с опытами болла и Такеучи предложили упростить (7) до вида $\Phi = \Phi_{\varepsilon}$, коскольку остальные составляющие уравновешивают друг цруга. Это совпадает с мнением многих авторов, что з тепло диссипирует только энергия механического происхокдения, в то время как более крупные вихри конвективного происхождения переносятся наверх.

Ряд специалистов [20-25] указывает, что не всегда

можно пренебречь величинами Φ_D и $\frac{z}{L}$, поскольку соотноше-

ние между составляющими не всегда постоянно, и эти величины могут быть того же порядка, что и остальные члены, особенно на уровнях от 20 до 100 *м* в неустойчивых условиях. Иногда и в приземном слое картина аналогичная. Так, по данным 11 опытов над морем и сушей на высотах 1,5 и 3,0 *м* в условиях от слабой неустойчивости до слабой устойчивости дивергенция вертикального потока энергии оказывается того же порядка, что и трансформация энергии среднего движения в пульсационное [24].

Большинство измерений составляющих баланса осуществлено в условиях горизонтально неоднородной местности. Так, в Раунд-Хилле и Брукхейвене, где в течение многих лет ведутся микрометеорологические исследования, ровная площадка, на которой стоят приборы, имеет протяженность в несколько сот метров, а дальше простирается холмистая местность, покрытая лесом, имеющая совершенно другую шероховатость. Как показали опыты Гесса и Пановского [22], воздух, проходящий над лесом, имеет энергию, соответствующую сильно шероховатой поверхности. Приходя на гладкую площадку, он теряет энергию $\left(\frac{db}{dt} < 0\right)$, поскольку $\Phi_{\epsilon} > \Phi$ на нижних уровнях 12 и 24 м. В то же время на вы-

сотах 47, 92 и 102 м продукция и диссипация энергии приближенно балансируются.

Измерения вихревых потоков тепла, количества движени и энергии пульсаций на высотах 16 и 40 м [21] показываю что диссипация близка по порядку величины продукци энергии турбулентности за счет среднего потока при все условиях. Интересно, что при неустойчивой стратификации (

и Φ_D порядка Φ_{ϵ} и почти втрое больше $\frac{z}{L}$, так что $\frac{db}{dt} < 0$

В устойчивом воздухе потеря турбулентной энергии за сче работы против сил плавучести и дивергенция вертикальног потока энергии почти на порядок меньше диссипации.

Пановский и другие [23] сопоставили одновременные из мерения составляющих баланса в условиях разной шерохс ватости. На метеорологической башне, расположенной в от носительно однородной местности, везде от земли до высотн

91 м $\Phi_{\epsilon} = \Phi - \frac{z}{L}$. Такие же результаты получены в Ке

ранге и Небраске, где местность горизонтально однородная На другой башне в условиях сильно меняющейся шерохова тости Ф на уровне 16 м только ненамного больше половине ее равновесного значения. Диссипация в 2—3 раза превы шает генерацию турбулентной энергии, поэтому последня: быстро убывает со временем.

На высотах от 100 до 300 *м* составляющие баланса были рассчитаны Воренцовым П. А. по данным аэростатного зон дирования в Воейково [2 5]. Оказалось, что продукция тур булентной энергии быстро уменьшается с высотой, диссипа ция ведет себя аналогично, а дивергенция потока энергии может быть весьма значительна в нижнем 100-метровом слое. Выше, между уровнями 200—300 *м*, диффузионный член обычно меняет знак и сильно убывает по абсолютной величине. При этом в холодную половину года диффузионная составляющая в слое 0—100 *м* почти втрое меньше чем летом.

Наиболее часто измеряемый член в уравнении баланса диссипация пульсационной энергии в тепло, важный параметр, определяющий по гипотезе Колмогорова структуру турбулентного потока в инерционном интервале спектра.

Обзор и анализ данных, опубликованных в литературе по измерениям диссипации в атмосфере, имеется в [12, 16, 22]. Более поздние оценки [15, 23] показывают, что диссипация убывает приблизительно как z^{-1} . Уменьшение происходит быстрее в устойчивых и медленнее в неустойчивых условиях. Судя по рис. 3, заимствованному из работы [22], в которой истематизированы данные многих авторов, диссипация убы-



Рис. 3. Вертикальное распределение средней скорости диссипации турбулентной энергии в тепло (сводка данных из работы [22], обозначения те же, что в [22]). Зачерненными кружками показаны расчетные значения диссипации для условий слабой неустойчивости

вает даже медленнее, чем $z^{-1/3}$. Здесь же нанесены зачерненными кружками результаты нашего расчета, неплохо согласующиеся с данными экспериментов.

7 3ak. 131

Измерения при свободной конвекции показывают, что в этом случае диссипация слабо меняется с высотой [13, 15] Так, по данным Кэймала и Хаугена диссипация постоянна на уровнях от 46 до 430 м [15].

Микрометеорологические наблюдения в Раунд-Хиллс в течение последних нескольких лет [23] позволили детально исследовать зависимость диссипации от параметра z/L. При этом оказалось, что в неустойчивых условиях нормализован ная диссипативная функция Ф почти константа, равная 1.07. Эти результаты хорошо согласуются с данными 44 опытоя Рекорда и Крамера [21], которые получили Ф_€ = 0,97. Таким образом, в неустойчивых условиях в среднем $\Phi_{\epsilon} = 1$, т. е. не зависит от стратификации, с ростом положительных $\frac{z}{l}$ дис-

сипация увеличивается (почти по формуле Мак Вейла

 $\Phi_{\varepsilon} = 1 + 10 \frac{z}{L} \Big).$

Заключение

Одной из гипотез, положенных в основу разрабатываемой методики определения средних характеристик турбулентности в пограничном слое по аэрологическим данным, является предположение о том, что в поле температуры существует некоторый «путь смешения», аналогичный пути смешения в поле скорости. Считается, что предположение об их равенстве не хуже, чем обе эти гипотезы [6]. Исследования последних лет показывают, что на самом деле отношение коэффициентов обмена для тепла и количества движения является функцией параметра z/L [26]. В плане уточнения предлагаемой методики намечается в дальнейшем вести расчеты характеристик турбулентности с учетом полученной в [26] зависимости $\frac{k_T}{k} \left(\frac{z}{L} \right)$, для чего необходимо по данным

зондирования вычислять на каждом уровне не только ψ и l, но и параметр Ri, который в первом приближении можно

считать идентичным 1.

ЛИТЕРАТУРА

- 1. Монин А. С. Динамическая турбулентность в атмосфере. Изв. АН СССР, сер. геогр. и геофиз., т. 14, № 3, 1950.
- Пономарева С. М. Вертикальные профили некоторых средних характеристик турбулентности и бюджет турбулентной энергии в пограничном слое. Труды ЛГМИ, вып. 34, 1968.
- Зилитинкевич С. С., Лайхтман Д. Л. Турбулентный режим в приземном слое воздуха. Изв. АН ССР, Физика атмосферы и океана, т. 1, № 2, 1965.
- Вагер Б. Г., Лайхтман Д. Л. Структура турбулентного потока в трубе. Изв. АН СССР, Механика жидкости и газа, № 4, 1968.
- 5. Ротта И. К. Турбулентный пограничный слой в несжимаемой жидкости. Перевод с англ. Изд-во «Судостроение», Л., 1967.
- 6. Bradshaw P. Turbulent boundary layer. The Aeronautical J., v. 72, № 689, 1968.
- 7. Bradshaw P. Turbulent structure of equilibrium layers. J. Fluid Mech., v. 29, part 4, 1967.
- 8. Еременко Е. В. Масштаб диссипации в потоке со сдвигом. Сб. «Исследование однородных взвесенесущих турбулентных потоков». Изд-во «Наукова думка» АН УССР, Киев, 1967.
- 9. Монин А. С. О свойствах симметрии турбулентности в приземном слое. Изв. АН СССР, Физика атмосферы и океана, т. 1, № 1, 1965.
- 0. Tyldesley I. R. and Silver R. S. The prediction of the transport properties of a turbulent fluid. Int. J. Heat and Mass Transfer, v. 11, 1325-1340, 1968.
- Uchido S. and Matsumaja. Analysis of turbulent boundary layer along a flat plate. Memoirs of the faculty of eng. Nagoya Univ., v. 18, № 1, 1966.
- 2. Монин А. С., Яглом А. М. Статистическая гидромеханика, ч. 1, Изд-во «Наука», 1965.
- 3. И в анов В. Н. О некоторых характеристиках турбулентности ветрового поля в нижнем 300-метровом слое атмосферы. Сб. ИПГ. Изучение пограничного слоя атмосферы с 300-метровой метеорологической башни», М., 1963.
- 4. Kaimal J. C. and Haugen D. A. Characteristics of vertical velocity fluctuations on a 430-m tower. Quart. J. Royal Meteorol. Sos., v. 93, № 397, 1967.
- 5. Kaimal J. C. and Haugen D A. Vertical velocity spectral characteristics observed on a 430-m tower. The Physics of Fluids, v. 10, № 9, 1967.
- 16. Зилитинкевич С. С., Лайхтман Д. Л., Монин А: С. Динамика пограничного слоя атмосферы. Изв. АН СССР, Физика атмосферы и океана, т. III, № 3. 1967.
- 17. Taylor R. J. The dissipation of kinetic energy in the lowest layers of the atmosphere. Quart. J. Royal Meteorol. Soc., v. 78, 1798-185, 1952.
- 18. Lumley J. L. and Panofsky H. A. The structure of atmospheric turbulence. John Wiley and Sons Inc., New York, 1964.
- 7¥`

- 19. Panofsky H. A. The budget of turbulent energy in the lowe 100 meters. J. Geoph. Res., v. 67, 3165-3168, 1962.
- 20. Cramer H. E. et all., Studies of the spectra of the vertical fluxe of momentum, heat and moisture in the atmospheric boundary laye Final Report, Meteor. Depart., US Army electronic Proving Ground
- Record F. A. and Cramer H. E. Turbulent energy dissipatic rates and exchange processes above a nonhomogeneous surface Quart. J. Royal Meteorol. Soc., v. 92, № 394, 1966.
- 22. Hess G. D. and Panofsky H. A. The budget of turbulent energ near the ground. Quart. J. Royal Meteorol. Soc., v. 92, № 392, 196
- 23. Panofsky H. A et all. Properties of wind and temperature a Round Hill, South Dartmough, Mass. Final Report, Grant No DAA 07-67-C-0035. The Pennsylvania State Univ., august 1967.
- 24. Moutani T. and Mitsuta Y. A direct measurement of verticitransport of turbulence kinetic energy in the air layer near the groun with sonic anemometer. Spec. Contributions of the Geoph. Inst. Kyot Univ., № 7, 71-82, 1967.
- 25. В оронцов П. А. К оценке некоторых составляющих уравнени баланса турбулентной энергии. Труды ГГО, вып. 185. 1966.
- 26. Лайхтман Д. Л., Пономарева С. М. Об отношении коэффи циентов турбулентного обмена для тепла и количества движени в приземном слое атмосферы. Изв. АН СССР, Физика атмосферь и океана, т. 5, № 12, 1969.

С. Н. Каплан, Ж. Н. Михайлова

ПОВТОРЯЕМОСТЬ МЕТЕОРОЛОГИЧЕСКИХ ПАРАМЕТРОВ, ОПРЕДЕЛЯЮЩИХ ПУЛЬСАЦИОННЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ВЕТРА В ПРИЗЕМНОМ СЛОЕ АТМОСФЕРЫ

Для многих практических задач, таких, как проектирование высотных сооружений, линий передач, а также в проблеме рассеяния примесей в приземном слое и других, важно учитывать воздействие метеорологочиеских факторов, в том числе: средних полей ветра, температуры и различных турбулентных характеристик. При этом для целого ряда задач важно знать вероятности пульсаций различных составляющих скоростей ветра [1].

Детальное исследование экспериментальных распределений пульсации скорости ветра показывает, что они достаточно надежно могут быть описаны нормальным законом распределения [2—5]. Откуда следует, что основной характеристикой, позволяющей рассчитать вероятности различных пульсаций скорости ветра, является дисперсия. В работе [6] обобщены имеющиеся экспериментальные данные о дисперсиях разных компонент скорости ветра и получена их зависимость от легко измеряемых метеорологических характеристик.

Степень турбулизации воздушного потока над поверхностью с фиксированной шероховатостью определяется в основном скоростью потока и его термической стратификацией. Поэтому в качестве параметра, характеризующего ме-

теоусловия, выбрана величина $B = \frac{gz}{T} \cdot \frac{\Delta \ddot{T}}{u_1^2}$, пропорциональ

ная отношению разности температур на двух уровня: $(\Delta T_{2-0,5\ m})$ к скорости ветра u_1 на высоте 1 м над поверх ностью земли. Выбор параметра B в качестве критерия сте пени турбулентности в приземном слое определяется доступ ностью измерения в полевых условиях входящих в него эле ментов.

В работе [6] приведены графики, позволяющие по B и uопределять дисперсии разных компонент скорости ветра. По скольку параметры B и u_1 изменяются в течение суток и ог сезона к сезону, то меняются и соответствующие пульса ционные характеристики. Для определения вероятности этих характеристик необходимо знать повторяемость B и u_1 .

Целью настоящей работы является оценка совместных повторяемостей различных значений указанных параметров Анализ распределения u_1 и *В* основан на обработке материалов наблюдений специализированной метеостанции ГГО им. А. И. Воейкова, расположенной в пос. Колтуши пол Ленинградом. Наблюдения на метеостанций Колтуши включали шестисрочные измерения скорости ветра на z = 1 м и температуры воздуха на высотах 2 и 0,5 м над поверхностью земли. Использованы материалы за 1958 и 1964 гг., т. е. более 330 случаев наблюдений.

Остановимся на методике проведенных расчетов. Все полученные значения параметров устойчивости были сгруппированы в четырех интервалах скоростей ветра на z = 1 м: 0-2 м/сек, 3-5 м/сек, 6-8 м/сек, >8 м/сек. Для каждой градации скорости определялись повторяемости -<u>-</u> по девяти градациям: - 0.35 ÷ - 0.26; -0.25 ÷ -0.16; -0.15 ÷ $-0.06; -0.05 \div + 0.04; 0.05 \div 0.14; 0.15 \div 0.24; 0.25 \div 0.34;$ $0,35 \div 0,44; 0,45 \div 0,54.$ Этим градациям $\frac{\Delta T}{u_1^2}$ соответствуют следующие интервалы изменения величины 100 В: -1,19 ÷ $\div -0.88; -0.85 \div -0.54; -0.51 \div -0.20; -0.17 \div +0.14;$ $0,17 \div 0,48; 0,51 \div 0,82; 0,85 \div 1,16; 1,19 \div 1,50; 1,55 \div 1,84.$ Вероятности повторения той или иной градации параметра устойчивости рассчитаны относительно общего числа случаев в данном сезоне. Для зимы число случаев равно 888, для весны — 785, для лета — 921, для осени — 784. 102

Результаты расчета повторяемости параметра 100 B для казанных выше градаций скорости ветра u_1 приведены табл. 1, а также на рис. 1—4 в виде гистограмм, построеных для отдельных сезонов.



Рис. 1. Распределение параметра устойчивости 100 В в различных интервалах скорости ветра (зима)

Как следует из приведенных данных, изменение скороста ветра приводит к заметному изменению распределения пара-

		Скорость ветра, и1								
. <u>*</u>		0-2 м/сек								
Сезрн	100 B	-1,19 + -0,88	$-0,85 \div -0,54$	$-0.51 \div -0.20$	$-0.17 \div +0.14$	$0,17 \div 0,48$	0,51 ÷ 0,82	4		
	Число случаев	2 - 1 2		• 2	110	61	30			
Зима	Повторяемость, %	1.1		0 ,2 25	12,4	6 ,87	3,38	0,		
	σ			0,024	0,019	0,027	0,032	0,		
	Число случаев	6	14	21	77	57	39			
Весна	Повторяемость, %	0,76	1,79	2,67	9,80	7,26	4,97	1,		
	σ	0,026	0,088	0,11	0,175	0,096	0,115	0,		
	Число случаев	22	37	78	154	66	13-	1		
Лето	Повторяемость, %	2,28	4,02	8;47	16,7	7,17	-1,41	0,		
	σ	0,022	0,022	0,026	0,026	0,027	0,030	Ó,		
	Число случаев	3	7	21	105	68	22			
Осень	Повторяемость, %	0,38	0,89	2,68	13,4	8,67	2,81	2,		
	σ	0,059	0,059	0,085	0,132	0,175	0,060	0,		

Повторяемость	И	среднее	квадрат	ическое	отклойение	парамет
					and the second	
		5				

Таблица 1

			3-	-5 m /ce	?K	6-8 м/сек >8 м/сег				
	$1,55 \div 1,84$	0,85 ÷0,54	$-0,51 \div -0,20$	-0,17 ÷ +0,14	0,17 + 0,48	0,51 + 0,82	$-0,17 \div +0,14$	$0,17 \div 0,48$	-0,17 + +0,14	Всего случаев
	7	-		473	15	3	161	2	12	888
75	0,787			53,3	1,68	0,338	18,1	0,2 2 5	1 ,3 5	100
31	0,026			0,011	0,021	0,008	0,003	0,001	0,002	.* .
1 .	9	1	2 9	3 68	50	7	77	1	5	785
40	1,16	0,13	3,69	46,9	6,3 6	0,88	9,8	0,13	0,64	100
099	0,055		0,081	0,350	0,125	0,057	0,050		0,068	
7	4	4	85	395	15	_	35			921
76	0,43	0,43	9,25	43,0	1,63		3,8			100
,026	0,023	0 ,018	0,022	0,019	0,013	11 1 1	0,007			
10	. 7		6	439	39		38		2	784
,28	0,89		0,76	56,0	4,97		4,85		0,25	100
),053	0,039		-	0,275	0,098		0,017		0,001	

рйчивости 100 В в зависимости от скорости ветра по сезонам

метр'а устойчивости, т. е. с ростом скорости ветра верояї ность экстремальных значений параметра устойчивости убы вает. Таким образом, при скорости ветра более 6 м/сек пара метр устойчивости 100 В независимо от сезона прибли жается к нулю (наблюдается преимущественно в града ции — 0,17 \div + 0,14).



Расчет вероятностей величины 100 В относительно общего числа случаев в сезоне (а не от числа случаев в данной градации скорости ветра) учитывает повторяемость самой градации скорости ветра. Так, из таблицы следует, что вероятность градации — 0,17 \div + 0,14 наибольшая при скорости 3—5 *м/сек*, что, очевидно, связано с наибольшей повторяемостью данной градации скорости ветра.

В табл. 1 приведены также средние квадратические тклонения о параметра стратификации внутри каждой граации. Как следует из приведенных данных, о убывает с увеичением скорости ветра. При слабом ветре разброс максиален и среднее квадратическое отклонение может достигать орядка или даже нескольких порядков величины параметра стойчивости.





Следует отметить, что указанные выводы первоначально были сделаны на основе обработки материалов за один год. При увеличении объема использованного материала вдвое результаты, полученные ранее, подтвердились, т. е. характер гистрограмм не изменился. (Уточнение составляет 3—5% для

градаций с максимальной повторяемостью). Таким образом полученные выводы можно считать достаточно статистическ обеспеченными. Обработанный материал наблюдений позвс лил получить также распределение вероятности отдельны



Рис. 4. Распределение параметра устойчивости 100 В в различных интервалах скорости ветра (осень)

градаций параметра *В* в четырех интервалах скоростей за отдельные сроки по сезонам (табл. 2). Если проследить распределение просуммированных по всем девяти градациям вероятностей 100 *В* в каждой группе скоростей отдельно за 108
:аждый срок, то фактически получим распределение веюятностей отдельных интервалов u_1 в течение суток (рис. 5).

Как следует из рис. 5, в данном географическом районе зимний период в течение суток преобладают скорости ветра интервале 3—5 *м/сек* и вероятность каждой градации скоости в течение суток меняется мало. При переходе к остальым сезонам наблюдается увеличение суточных колебаний ювторяемостей, особенно интервалов малых скоростей ветра,



Рис. 5. Суточный ход повторяемости различных градаций скорости ветра по сезонам: а-зима; б-весна; в-лето; г-осень; I-0-2 м/сек; II-3-5 м/сек; III-6-8 м/сек; IV-> 8 м/сек

0—2 и 3—5 m/cek. Так, весной, в 1 час с почти одинаковой вероятностью 7% наблюдаются скорости ветра 0—2 и и 3—5 m/cek, к 16 час. вероятность градации 0—2 m/cek убывает до 3,5%, а градации 3—5 m/cek возрастает до 11%. В летний период в ночные часы вероятность скоростей в пределах 0—2 m/cek наибольшая, максимум ее наблюдается в интервале 3—5 m/cek (12%), а градация 0—2 m/cekимеет минимум повторяемости, равный 4%.

	<i>u</i> ₁				0—2 м/с	ек
Срок наблюдений, <i>час</i>	100 B	$-0,51 \div -0,20$	-0,17 - +0,14	0,17 ÷ 0,48	0,51 ÷ 0,82	
1	Число случаев Повторяемость, %		15 1,69	13 1,46	5 0,56	2
7	Число случаев Повторяемость, %	-	20 2,25	4 0,45	6 0,67	1
10	Число случаев Повторяемость, %	1 0,11	22 2,48	8 0,91	5 0, 56	
13	Число случаев Повторяемость, %		15 1,69	9 1,01	5 0,56	
16	Число случаев Повторяемость, %		18	12 1,35	6 0,67	
19	Число случаев Повторяемость, %		20 2,25	- 14 1,57	4 0,45	3 0,

Суточный ход повторяемости параметра устойчивости

*'*110

Таблица 2

исимости от скорости ветра в различные сезоны

					· · · ·			
		3-	—5 м7сен	¢	6-8	м/сек	>8 м/сёк	
	$1,55 \div 1,84$	-0,17 - +0,14	0,17 + 0,48	0,51 ÷ 0,82	$-0.17 \div +0.14$	0,17 ÷ 0,48	-0,17 - +0,14	Всего случаев
} 1	1 0,11	/ 72 8,12		1 0,11	28 3,1 6		5 0,56	143 16,1
22		88 9,9	2 0,22		15 1,69	·	7 0,79	145 16,3
11	0,11	76 9,57	20,22		29 3,28	<u> </u>	4 0,45	149 16,8
11	3 0,34	89 10,1	2 0,22		26 2,92		4 0,45	154 17,4
11	1 0,11	78 8,79	1 0,11	1 0,11	23 2,58	1 0,11	3 0,34	145 16,3
_	1,0,11	74 8,34	5 0,56	1 0,11	26 2 ,92	U	4 0,45	152 17, t

	v.					· · · ·	Ē	3
	<i>u</i> ₁						0-2 M	ÇE
Срок наблюде- ний, час	100 <i>B</i>	-1,19 ÷0,88	-0,85 ÷0,54	$-0,51 \div -0,20$	-0,17 -+ +0,14	0,17 + 0,48	0,51 + 0,82	
1	Число случаев Повторяемость, %				12 1,53	21 -2,68	9 1,16	
7	Число случаев Повторяемость, %		4 0,51	9 1,16	19 2,42	8 1,02	10 1 ,2 7	
10	Число случаев Повторяемость, %	4 0,51	3 0,38	5 0,64	26 3,3	4 0,51	2 0,25	
13 .	Чис. то случаев Повторяемость, %	3 0,38	5 0,64	4 0,51	14	6 0,77	2 0,26	
16	Число случаев Повторяемость, %		2 0,26	3 0,38	5 0,64	7 0,89	6 0,77	4
19	Число случаев Повторяемость, %				1 2 1,53	14 1,78	12 1, 5 3	5 0,

						-		
			3—5.	м сек		6—8 м/сек	>8 м/сек	
	1,55 + 1,84	$-0,51 \div -0,20$	$-0,17 \div +0,14$	0,17 ÷ 0,48	0,51 ÷ 0,82	-0,17 ÷ +0,14	-0,17 + +0,14	Всего случаев
	4	· ·	41	14	2	6		116
51	0,51	. —	5,23	1,78	0,25	0,77		14,8
		2	61	5	1	7	1	128
3		0,25	7,75	0,64	0,13	0,89	0,13	16,3
-	_	13	70	1		15	1	144
	-	1,65	8,9	0,13	_	1,91	0,13	18,3
-		10	72	4		18	4	142
-	_	1,27	9,18	0,51	_	2,29	0,51	18,1
	1	3	76	6		16	2	131
-	0,13	0,38	9,67	0,77		2,04	0,26	16,7
· .	5	1	43	14	1	9	2	124
77	0,64	0,13	5,45	1,78	0,13	1,16	0,26	15,8
	I	t.	1 · ·	ł	۱,	1	1 . · ·	

. 131

Продолжение табл. 2

		•					
	<i>u</i> ₁						0—2 м/се
Срок наблюдений, <i>час</i>	100 <i>B</i>	$-1,19 \div -0,88$	$-0,85 \div -0,54$	-0,51 +0,20	$-0,17 \div +0.14$	0,17 + 0,48	0,51 ÷ 0,82
1	Число случаев Повторяемость, %	1 0,11	-	4 0,44	9 2, 06	40 4,35	5 0,54
7	Число случаев Повторяемость, %	9 0,98	11 1,19	18 1,96	47 5,1	4 0,44	2 0,22
. 10	Число случаев Повторяемость, %	7 0,76	13 1,41	18 1,96	8 0,87	1 0,11	1 0,11
13	Число случаев Повторяемость, %	5 0,54	8 0,87	12 1,30	9 0,98		
16	Число случаев Повторяемость, %	0,11	1 1,85	17 2,5	23 0,54	5	
19	Число случаев Повторяемость, %		5. 0,54	8 0,87	47 5,1	23 2,5	5 4 0,54 0

·. ,	22		•	-			4	· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	0
	2 0,22	,				1 0,11	2 0,22	1, 5 5 ÷ 1,84	
				4 0,44				0,85 ÷0,54	
_			18 1,96	29 3,15	29 3,15	4 0,44		0,51 ÷0,20	- - - μ
-	57 6,19	1	85 9,15	84 9,10	79 8,58	57 6,22	32 3,48	-0,17 ÷ +0,14	-5 <i>m</i> /cek
	5 0,54	ι.				2	5 0,54	0,17 ~ 0,4 8	
-	0,11	•						0,51 ÷ 0,82	
	2 0,22))	0,98 6	15 1,61	6 0,65	2 0,22	1 0,11	-0,17 ÷ +0,14	6—8 м/сек
-		P	0, 1 1					-0,17 ÷ +0,14	>8 м/сек
115	101	161	159 17,2	167 18,1	162 17,6	157 17,1	105 12,5	Всего случаев	<i>2,</i>

. i

Продолжение табл. 2

			·		r.		0
	<i>u</i> ₁		1		0-2	м сек	
Срок наблюдений. <i>час</i>	100 <i>B</i>	-1,190,88	0,850,54	-0,51 ÷0,20	-0,17 + +0,14	0,17 ÷ 0,48	0 E1 . 0 89
1	Число случаев Повторяемость, %			2 0,25	14 1,79	16 2,04	7 0,
7	Число случаев Повторяемость, %		1 0,12	1 0,12	29 3,70	17 2,17	2 0,:
10	Число случаев Повторяемость, %	2 0 ,2 5	6 0,76	7 0,89	18 2,31	3 0,38	
13	Число случаев Повторяемость, %		3) 0,38	10 1,28	20 2,5 5	2 0,25	
16	Число случаев Повторяемость, %			3 0,38	22 2,8	16 2,04	6 0,7
19	Число случаев Повторяемость, %				12 1,53	17 2,17	,4 , 0,5

~ 117			•			•		•
15,0		0,76	1,02	,88		0,51	0,76	0,76
117		6	00	54		4	С	C 3
18,2		0,64	0,89	9,71-	0,12		0,64),12
141		U	7	75	₩	ļ	CT	
17,7		1,79		11,33	0, ĺ2			
138		14	•] •	88	-			
17,6	0,25	1,02	0,12	11,1	0,51	· ·		
137	2	x		86	4			•
16,3		0,51	0,64	7,77		-		,02
128		4	5	61			-	
122 15,2			0,51	60 1,4		4 7,61	2 0,51	,25
Bcer	0,	-0,	0,		0,8	1,	1,	U,0
о случаев	17 ÷ +0,14	17 ÷ +0,14	17 ÷ 0,48	7 ÷ +0,14	51 ÷ —0,20	55 ÷ 1,84	9 ÷ 1,50	01,1 ÷ 60
•••	>8 <i>м</i> /сек	6—8 м/сек		-5 m/cen	_ ယ			-

Продолжение табл.

 \sim

۰.

В течение всего года повторяемость скоростей $u_1 > 8 \ m/сек$ довольно мала по сравнению с повторяемостью меньших скоростей ветра.

Существенный интерес представляет рис. 6, где приведен суточный ход трех градаций параметра *B*, соответствую-



Рис. 6. Суточный ход повторяемости трех градаций устойчивости атмосферы: 1-нейтральное состояние; 2-неустойчивость; 3-устойчивость: 1-0-2 м/сек, II-3-5 м/сек, III-6-8 м/сек, IV->8 м/сек; а-зима; б-весна; 8-лето; 2-осень

ших безразличному равновесию (B-0), устойчивому состоянию (B > 0) и неустойчивому состоянию (B < 0) приземного слоя в разных интервалах скорости ветра (u_1) , в различные сезоны. Зимой (рис. 6 а) B < 0 естественно не наблюдается.

ри скоростях 0—2 *м/сек* почти равновероятны B = 0 и B > 0: возрастанием скорости ветра растет повторяемость нейральной стратификации. Кривая (II) при безразличном раврвесии расположена в интервале повторяемости 8—10%, а ривая (II), соответствующая условиям устойчивости, наодится в течение суток в пределах до 1%. При скоростях етра, больших 5 *м/сек*, наблюдается лишь нейтральная гратификация и кривые, соответствующие скоростям 6—8 > 8 *м/сек*, повторяют суточный ход вероятности указанных арадаций скорости ветра.

При переходе к весеннему, летнему и осеннему сёзонам ривые суточного хода повторяемостей имеют более сложую конфигурацию. Однако от сезона к сезону соотношение чежду кривыми, соответствующими трем разным состояниям 'стойчивости, остается постоянным. Так, для интервала $\iota_1 = 0-2 \ m/сек$ в эти три сезона имеет максимум повторяелости неустойчивого состояния (B < 0) в утренние и дневыве часы и максимум нейтральных условий утром в 7— 10 час.; устойчивое состояние, естественно, имеет максимум говторяемостей в ночные часы и минимум — днем.

Как указывалось, с ростом скорости ветра вероятность нейтральной стратификации возрастает. При больших скоростях ветра устойчивая стратификация имеет некоторую вероятность весной и осенью. Летом же B > 0 при скоростях более 3—5 *м/сек* маловероятно. Указанные результаты согласуются с выводами работы [7], где приводятся средние значения аналогичных параметров в разных географических районах.

Результаты данной работы характеризуют условия турбулентного обмена в открытой местности северо-западного района ETC. По-видимому, в других географических районах возможны некоторые отклонения в распределении вероятностей рассмотренных параметров.

ЛИТЕРАТУРА

- 1. Зилитинкевич С. С., Остроумов Б. Р. Об оценке ветровых нагрузок на высотные сооружения. Метеорология и гидрология, № 6, 1967.
- 2. Андреев И. Д. Порывистость ветра. Труды Всесоюзного метеорологического совещания, т. VII, 1963.
- 3. Андреев И. Д. Выбор оптимального интервала осреднения скорости ветра. Труды ГГО, вып. 83, 1948.

- 4. Андреев И. Д. Порывистость ветра внутри часового интервал Вопросы ветроэнергетики. Изд. АН СССР, М., 1959.
- 5. Мелехова А. Г. Выбор интервалов осреднения скорости ветра методика расчета его порывистости. Труды ГГО, вып. 129, 1962.
- 6. Гисина Ф. А., Каплан С. Н. Пульсационные характеристики скс рости ветра в приземном слое атмосферы при разных метеоролс гических условиях. (См. наст. сб.).
- 7. Касьян Н. А., Огнева Т. А., Терехова К. М. Закономерностизменения температурного градиента в приземном слое воздух: на территории СССР. Труды ГГО, вып. 234, 1968.

Қ. Мурти

НОРМИРОВАНИЕ ОРОШЕНИЯ ПОСЕВОВ ПШЕНИЦЫ В ИНДИИ

Введение

Индия — сельскохозяйственная страна, и основные селькохозяйственные культуры ее рис и пшеница. Население Індии составляет 520 миллионов, а ежегодный прирост наеления — 13 млн. человек. Правительство принимает ряд мер, чтобы увеличить урожай риса и пшеницы: расширяются рошаемые площади этих культур, применяются различные иды удобрений и т. д. Однако пока Индия не может обойтись внутренними ресурсами, чтобы обеспечить многоисленное население достаточным количеством продуктов иитания. Индийскому правительству приходится импортирозать ежегодно зерновые культуры из других стран.

В условиях Индии огромное значение приобретает оропаемое земледелие, при этом очень важным вопросом ивляется правильное определение норм орошения. Цель искусственного орошения заключается в том, чтобы поддеркивать влажность почвы на определенном уровне. Этот урозень зависит от вида растений: для риса и пшеницы оптииальный уровень составляет 100%, для хлопка — 70%.

Методика расчета норм орошения

Как известно, нормы орошения определяются количеством воды, которое необходимо для того, чтобы поддерживат в течение вегетационного периода влажность почвы и воздуха на определенном оптимальном уровне. При правильнс рассчитанных поливных нормах вся вода, затрачиваемая на орошение, должна расходоваться на нужды растения, на транспирацию и испарение с почвы, т. е. не должна иметь места потеря воды путем просачивания в глубь почвы.

Известно, что испарение в значительной степени зависит от метеорологических факторов таких, как температура влажность воздуха, скорость ветра и радиационный баланс Суммарное же испарение, под которым понимают фактическое испарение с орошаемого поля, складывающееся из транспирации растений и испарения с почвы, помимо климатических условий, зависит еще от вида растений. Можнс также представить суммарное испарение при орошении в виде суммы естественного для данной местности испарения E' и дополнительного испарения ΔE , возникающего вследствие орошения.

Запишем уравнения водного баланса для неорошаемого и орошаемого полей:

$$E' = P' - R' + \Delta S', \qquad (1)$$

$$E = P - R + \Delta S + \overline{\Delta E}, \qquad (2)$$

где E— суммарное испарение; P— осадки; R— сток; ΔS — изменение запаса воды за период вегетации для орошаемого поля, а штрихами обозначены соответствующие величины до орошения.

В уравнениях (1) и (2) можно предположить P = P'. При правильном нормировании и хорошей технике поливов R = R'. Тогда из уравнений (1) и (2) можно получить

$$\overline{\Delta E} = (E - E') - (\Delta S - \Delta S') = \Delta E + \Delta E_S.$$
(3)

Из уравнения (3) следует, что норма орошения $\overline{\Delta E}$ расудуется на дополнительное испарение ΔE и изменение влазапасов почвы ΔE_s . Известно, что естественное испарение велико по сравнению с ΔE , и практически $E \approx \Delta E$. Таким уразом, главной расходной частью нормы орошения иляется дополнительное испарение ΔE , которое в значительи степени зависит от метеорологических условий.

В работе [2] решена задача о нахождении величины долнительного испарения ΔE , при котором среди растений /дет поддерживаться оптимальная относительная влажость воздуха *r*. На основании этой работы можно рассчиить ΔE по температуре и влажности воздуха на уровне шеоховатости, скорости ветра на высоте одного метра, радиаионному балансу и размерам орошаемого участка.

Общий вид формулы для определения ΔE следующий:

$\Delta E = f_0 C(x) + F_0 D(x),$

це f_0 — разность между оптимальной r и фактической r' отосительной влажностью воздуха; C(x) и D(x) — некоторые ункции расстояний; F_0 — радиационный баланс.

В данной работе для расчета суммарного испарения спользованы номограммы, представленные в работе [1].

Распределение посевов пшеницы и определение вегетационного периода

Площадь, занятая в Индии посевами пшеницы, по даным 1955—1956 гг., показанная на рис. 1, составляет 12 млн. ектаров [4]. В основном в Индии пшеницу сеют на североападных равнинах страны. Почти половина всей пшеницы ысеивается в штатах Пенджаб и Уттар-Прадеш. В штатах Зомбей и Мадха-Прадеш эта площадь составляет примерно млн. гектаров. В табл. 1 [3] приводятся данные о фазах развития пішницы на наиболее характерных станциях. По этим многоленим данным можно рассчитать климатическую средню дату посева, цветения и созревания урожая. Из таблиц следует, что посев пшеницы начинается в последнюю недел:



Рис. 1. Площадь, занятая посевами пшеницы.

октября или первую неделю ноября за исключением Чинасурай, где посев начинается 15 декабря. На всех станциях сбор урожая происходит в конце февраля, кроме станций Дели и Чинасурай, где урожай собирают в начале апреля. 124 Как видно из таблицы, основным периодом вегетации эжно считать четыре месяца: ноябрь, декабрь, январь и евраль.

Таблица 1

Даты фаз развития пшеницы для нескольких агрометеостанций в Индии

T			над моря,	споль- с лет	Средние даты фаз развития
Станция	Широта	Долгота	Высота н уровнем м	Число ис зованных	посев цветение созре- вание
Дхарвар	1 5°2 6	75°06	6,77	19	23 октября 12 декабря 29 января
Пхарбхани	19°16	76°47	408	20	13 " 8 " 9 февраля
Ниихад	20°0 6	7 4°07	549	. 19	26 " 22 " 24 "
Жалгоан	21°03	75°3 4	201	18	24 " 15 " 9 "
Нагпур	21°09	79°22	320	18	30 29 25
Лабханди	21°16	81°36	290 ·	17	13 ноября 14 января 22 марта
Поверкхара	22~44	77°42	299	_15	1 " 2 " ¹ 13 "
Чинасурай	22°52	88°24	9	17	15 декабря 21 февраля 2 апреля
Дели .	28°04	77°10	2.9	13	12 ноября 12 . 11 .
	-	1.	1 1		

Карты норм орошения

С помощью климатических среднемесячных данных ыли рассчитаны нормы орошения для вышеуказанных чеырех месяцев. Складывая эти величины, получаем нормы рошения для всего вегетационного периода. Из рис. 2, на отором представлены нормы орошения, видно, что они увеичиваются к юго-западу. Это объясняется тем, что к западу овышается температура и уменьшается влажность. Вследтвие этого увеличивается суммарное испарение и норма рошения. В зависимости от района норма орошения может изменяться примерно на 3000 м³/га. Особенно резкое изменение норм орошения наблюдает в северо-западной части Индии, расположенной между п стыней и горами.



Рис. 2. Карта сумм $\Delta E M^3/\Gamma a$ за период вегетации

ЛИТЕРАТУРА

- 1. Горбунова И. Г. Методика расчета суммарного испарения н орошаемых полях. Труды ГГО, вып. 214, 1967.
- 2. Лайхтман Д. Л. О физических принципах нормирования орошения. Изв. АН СССР, сер. геофиз., № 66, 1955.
- 3. Mallik A. K. Climatology of crop seasons of India. Indian Journe of meteorology and geophysics, vol 17, Nº 1, 1964.
- 4. National atlas of India, Government of India, ministry of education an scientific research, Calcutta, 1957.

К. Мурти

МЕТОДЫ РАСЧЕТА СУХОВЕЯ И ОЦЕНКА СУХОВЕЙНОГО ЭФФЕКТА ДЛЯ ИНДИИ

Введение

Суховей — ветер с высокой температурой и низкой относительной влажностью воздуха. В агрометеорологической практике под суховеем обычно понимают ветер со скоростью более 5 *м/сек* (на уровне флюгера), при котором хотя бы в один срок наблюдений относительная влажность воздуха падает до 30% и ниже. При суховее подача воды в листьях через корневую систему не компенсирует транспирации. Растения начинают вянуть и засыхают. Это приводит к значительному понижению урожая.

Изучение суховея является одной из важнейших задач, направленных на создание устойчивого изобилия продуктов питания и сырьевой базы для населения. Для Индии, являющейся преимущественно сельскохозяйственной страной, эта задача особенно важна.

Критический обзор разных критериев интенсивности суховея

В СССР многими авторами [11, 12, 15, 19, 22] предложены критерии для оценки интенсивности суховея. Существует два подхода к выбору критериев суховеев: один — агрономический, другой — метеорологический.

Агроном склонен считать суховеем все те метеорологические условия, которые вызывают суховейный эффект, т. е. неожиданные повреждения растений. Вполне естественн различать суховейность для разных сельскохозяйственны культур, сортов растений, разных фаз их развития, полиє ных и неполивных участков. Поэтому, по мнению агрономої суховей нельзя рассматривать вне объектов, которые могу быть им повреждены. Ряд исследователей [1, 25] склонен ха рактеризовать степень засушливости величиной снижени урожая. Однако такой критерий может быть не вполн объективным, так как урожай сельскохозяйственных куль тур зависит не только от погодных условий, но и от целого ряда других причин: от сорта, плодородия почвы, удобрения и других агротехнических мероприятий.

Метеоролог склонен выбирать в качестве критерия интен сивности суховея чисто метеорологический комплекс пара метров, не связывая его с конкретными растениями, хотя он и не отрицает, что при определенной интенсивности суховея разные растения пострадают в разной степени. Вопрос о влиянии различных метеоэлементов — температуры, ско рости ветра и влажности на растительный мир изучался в ряде работ [6, 7, 10, 13, 14, 16, 21]. Некоторые авторы определяли интенсивность суховея с учетом силы и направления ветра или относительной влажности воздуха, т. е. по одному-двум метеорологическим элементам [3, 6, 17]. В работах [4, 20, 24] интенсивность суховея определялась по сочетаниям дневных или средних за сутки значений относительной влажности и температуры воздуха. Ряд авторов определял интенсивность суховея как функцию относительной влажности, температуры воздуха и скорости ветра [9, 13, 16, 22, 26].

Вместе с тем существуют попытки связывать интенсивность суховея только с запасом продуктивной влаги в почве [19]. Однако установлено, что этот критерий не является однозначным, так как известны случаи гибели растения при вполне достаточных запасах влаги в почве. Поэтому в [32] предложено использовать в качестве критерия интенсивности суховея некоторую функцию как запаса влаги в почве, так и дефицита влажности воздуха. Аналогичный подход принят в работах [11, 27, 30, 34, 35], авторы которых оценивают засушливость комплексными характеристиками: испаряемостью, разного рода индексами, представляющими комбинации составляющих теплового и водного балансов. Однако многие из этих характеристик применимы только для сравнительной оценки засушливости больших промежутков

ремени (не менее вегетационного периода) в среднем мноолетнем разряде.

суховейного эффекта в Индии Используем для оценки юдход, предложенный в [22, 23].

Интенсивность суховея как фактора, влияющего на кизнедеятельность растений, зависит от четырех метеоролоических элементов: относительной влажности, скорости етра, температуры воздуха и радиационного баланса деяповерхности. В связи с этим чисто эмпирическим ельной утем найти характеристику интенсивности суховея, которая гравильно отражала бы влияние всех упомянутых метеороэлементов, вряд ли возможно. Трудно опредеюгических ить точно, в какой мере каждый из упомянутых четырех ракторов определяет интенсивность суховея. Поэтому критени суховея, в которых учитывают только один из этих чеырех факторов, оказываются неудовлетворительными.

При выборе и обосновании критерия интенсивности сухоея авторы [27] исходили из следующих представлений. Суцествует некоторая оптимальная влажность, при которой ю веспечена благоприятная вегетация сельскохозяйственных сультур: для риса, который растет во многих штатах Индии, лтимальная относительная влажность на деятельной поерхности равна 100% (в советских работах она принимаетя равной 70%). Поддержание относительной влажности на цеятельной поверхности на оптимальном уровне, несмотря на солебания метеоэлементов, осуществляется соответствующиии изменениями транспирации. Так, если воздух над растеиями сухой, то увеличивается потеря воды слоем воздуха, з котором расположен растительный покров, благодаря турулентному обмену с верхними слоями воздуха. Одновреленно возрастает подача воды через корневую систему и эастет транспирация. Однако в обоих случаях увлажнение знутри растительного покрова не изменится. Такое равновеие наблюдается лишь до некоторого момента времени. При уховее потеря воды настолько возрастает, что она не ложет компенсироваться возросшей подачей воды из почвы, цаже при достаточной влажности почвы. Разбалансировка собенно велика, если в почве мало влаги.

Когда растения при суховеях начинают терять тургор, злажность в растительном покрове и воздухе уменьшается. Гак как транспирация зависит от различия влажности в расчительном покрове и воздухе, то при уменьшении его уменьиается транспирация и восстанавливается равновесие влаж-) 3ak. 131

ности внутри растительного покрова. При суховеях создаетс дефицит транспирации, который тем больше, чем сильне иссушающее действие суховея. Поэтому этот дефицит транспирации *E* в значительной мере определяет интенсивност суховея и, следовательно, является наиболее объективны количественным критерием суховеев.

Перемещение влаги из почвы через корневую систем растений, как известно, зависит в основном от разност осмотического давления между растениями и почвой. Су ществует верхний предел скорости «транспорта» влаги и почвы в растения. При суховее транспирация превышает это максимально возможный поток влаги из почвы в растения Баланс влаги в растениях становится отрицательным, отнс сительная влажность на деятельной поверхности при это понижается, растения увядают и гибнут,



Рис. 1. Номограмма для определения интенсивности суховея

В работе [23] предложен метод расчета суммарног испарения с орошаемых полей. Этот метод можно использс вать для того, чтобы найти вышеуказанный дефицит, пр котором влажность на деятельной поверхности поддержива лась бы на оптимальном уровне. Однако, если определят дефицит транспирации в каждом отдельном случае, то эт 130 экажется трудоемкой работой. Мы можем упростить процецуру определения интенсивности суховея с помощью номорамм. Из опытных данных следует, что условия вегетации ущественно ухудшаются, когда E равна или больше некотооой величины (по эмпирическим оценкам E = 3 мм в сутки). Цля этого значения E в работе [27] был построен график, приведенный на рис. 1. Этот график позволяет рассчитать температуру как функцию от скорости ветра и упругости воцяного пара: если наблюдаемая температура превышает эассчитанную, то скорость испарения больше указанной кригической величины, и это соответствует случаю суховея. Разность наблюдаемой и рассчитанной температуры (перегрев) может служить количественным критерием интенсивности суховея.

Результаты расчета и их объяснения

На основе упомянутой методики были рассчитаны средние месячные и годовые величины перегрева для 28 станций, эасположенных в Индии. По результатам расчета построены карты величины перегрева для каждого месяца и для года. При этом были использованы климатические средние месячные и средние годовые величины температуры, влажности и ветра. В центральной и северо-западной скорости частях страны (штат Раджастан) обнаружен положительный перегрев, который достигает максимума в мае и отсутствует месяцы (ноябрь, декабрь, январь и февраль). в зимние В марте выделяются три отдельных района с перегревом, в апреле увеличивается как величина, так и площадь, заняперегревом. На станции Биканер перегрев лоститая гает +14°С, а на станции Нагпур +9,5°С. В мае площадь перегрева достигает максимума, на станции Биканер в этом месяце обнаружена наибольшая величина перегрева +15°С, Райпуре, Нагпуре, Индуре соответственно +10°С, в +13°С и +11°С. В июне величина перегрева начинает постепенно уменьшаться. В июле только станция Биканер показывает перегрев. В сентябре и октябре перегрев наблюдается только в северо-западных районах страны. На средней годовой карте перегрев обнаруживается только на станции Биканер.

Из построенных карт величины перегрева видно, что северо-западная часть страны обычно подвержена перегреву на всем протяжении года, за исключением зимних месяцев 9* 131

(ноябрь, декабрь, январь и февраль). Это объясняется малоі влажностью в этих районах и относительно высокой темпе ратурой. Отрицательный перегрев в северо-восточных райо нах происходит из-за большой влажности. Вследствие срав нительно низкой температуры и слабого ветра отрицатель ный перегрев наблюдается также на северных (Сринагар) и горных станциях (Джорджлинг).

На рис. 2 показан годовой ход перегрева для нескольких станций. Кривая годового хода имеет два минимума. Вто ричный минимум в августе связан с влиянием юго-западного муссона, который вызывает понижение температуры и повы шение влажности.



Рис. 2. Годовой ход перегрева для нескольких станций Индии: 1-Нагпур; 2-Биканер; 3-Калькутта

Выводы

1. Для большей части штата Раджастан суховейный эффект наблюдается в течение почти всего года (за исключением зимних месяцев).

2. В центральной и северо-западной частях страны суховей наблюдается в предмуссонном сезоне, и это отражается на средних месячных картах перегрева. 132

3. Для рассмотренных 28 станций максимальная величина перегрева обнаружена на станции Биканер (15°С в мае).

4. В годовом ходе модуля перегрева имеется два минимума.

ЛИТЕРАТУРА

- 1. Алпатьев А. М. О показателе засухи. Метеорология и гидрология, № 4, 1955.
- 2. Алпатьев Α. М. Испаряемость как приближенный показатель потребности сельскохозяйственных культур в воде. Метеорология и гидрология, № 5, 1958.
- 3. Апостолов Л. Я. Климат Северо-Кавказского края. Ростов-на-Дону, 1931.
- Л. Н. Атлас агроклиматических характеристик обла-4. Бабушкин стей Узбекистана. Ташкент, 1959. 5. Бучинский И. Е. Климатические исследования летних и осенних
- атмосферных засух на Украине. Труды Укр. НИГМИ, вып. 38, 1963.
- 6. Бова Н. В. Ветер в Поволжье. Саратов, 1947.
- 7. Бова Н. В. К вопросу о суховеях на Украине. Труды Укр НИГМИ, вып. 52, 1965.
- 8. Будыко М. И., Юдин М. И., Яковлева Н. И. Испарение с орошаемых участков и испаряемость. Метеорология и гидрология, № 1, 1954.
- 9. Воронцов П. А. Приземные инверсии температуры суховея в западной Грузии. Метеорология и гидрология, № 11, 1940.
- 10. Воронцов П. А. О трансформации воздуха под действием подстилающей поверхности при суховеях и фенах. Сб «Суховен, их про-исхождение и борьба с ними». Изд. АН СССР, 1957
- 11. Гальцов А. П. Изменение испаряемости как показатель процесса образования суховея. Сб. «Суховеи, их происхождение и борьба с ними». Изд. АН СССР, 1957.
- 12. Давитая Ф. Ф. Исследование засух и суховеев. Изв. АН СССР,
- сер. геогр., № 1, 1959. 13. Евсеев П. К. О природе летних суховеев на юго-востоке европей. ской территории. Изв. АН СССР, сер. геофиз., № 2, 1954.
- 14. Заварина М. В. К вопросу о природе суховеев. Труды ГГО, вып. 30(92), 1951.
- 15. Заварина М. В. Суховей 1949 года. Труды ГГО, вып. 36, 1952.
- 16. Исаев Э. А. О суховеях на Черноморском побережье. Метеорология и гидрология, № 6, 1936.
- 17. Қаминский А. А. Типы засух и равнинных суховеев в СССР. Труды ГГО, вып. 1, 1934.
- 18. Кулик М. С. Критерии суховеев. Сб. «Суховеи, их происхождение и борьба с ними». Изд. АН СССР, 1957.
- 19. Кулик М. С. Оценка засушливых явлений. Метеорология и гидрология, № 1, 1952.
- А. В. Синоптическая метеорология. Гидрометеоиздат, Л, 20. Куниц 1942.
- 21. Кошленко И. В. Новый подход к изучению засушливых и некоторых других явлений. Труды Укр. НИГМИ, вып. 17, 1959.

- 22. Лайхтман Д. Л., Русин Н. П. О метеорологическом критерии суховеев. Труды ГГО, вып. 39, 1957.
- 23. Лайхтман Д. Л. О физических принципах нормирования ороше ния. Изв. АН СССР, сер. геофиз., 1955.
- 24. Процеров А. В. Засуха 1946 года. Труды ЦИПа, вып. 13(40) 1949.
- 25. Процеров А. В. О показателе засухи. Труды ЦИПа, вып. 13(40) 1949.
- 26. Рыбина Н. А. О суховеях Омской области. Метеорология и гидро логия, № 3, 1956.
- 27. Смирнов В. А. К вопросу выявления степени засушливости территории. Сб. Засуха и борьба с ней. Гидрометеоиздат, Л., 1960.
- 28. Смирнова С. И. О едином критерии суховеев. Метеорология к гидрология, № 5, 1963.
- 29. Самохвалов И. В. Климатическая характеристика суховеен Казахстана. Изд. АН СССР, 1957.
- 30. Скворцов А. А. Орошение сельскохозяйственных полей и микро климат, Гидрометеоиздат, Л., 1964.
- 31. Фельдман Я. П. Определение метеорологического критерия суховея при помощи метода комплексной климатологии. Сб. «Суховеи их происхождение и борьба с ними». Изд. АН СССР, 1957.
- 32. Цубербиллер Е. А. Агроклиматическая характеристика суховея Гидрометеоиздат, Л., 1959.
- 33. Константинов А. Р., Свирина В. В. К вопросу о гидрометеорологической оценке засушливых явлений. Труды Укр. НИГМИ вып. 68, 1968.
- 34. Subrahmanyam V. P. and Subramanyam A. R. Application of water balance concepts for the climatic study of droughts in souti India. Indian Journal of Meteorology and Geophysics, Vol 15, № 3 1964.
- 35. Subrahmanyam V. P. Climatic types of India according to the rational classification of Thornthwaite. Indian Journal of Meteorology and Geophysics, Vol 7, № 3, 1956.

А. М. Данович, Д. Л. Лайхтман

О РАСПРОСТРАНЕНИИ НАГРЕТОГО ГАЗА В СТРАТИФИЦИРОВАННОМ ТУРБУЛЕНТНОМ ПОТОКЕ

В связи с проектированием промышленных предприятий, загрязняющих атмосферу выбросами из труб, возникает необходимость расчета поля концентрации примеси. В случае перегретого газа трудности связаны с необходимостью определения вертикальной скорости, которая изменяется по мере удаления от источника в связи с диффузным рассеянием газа, поступающего из источника тепла.

Целью настоящей работы является получение и проверка на экспериментальном материале формул для расчета подъема нагретого газа. Имеется в виду приложение полученных результатов к атмосфере, в связи с чем необходимо учитывать наличие скорости ветра, определенной температурной стратификации и связанного с ними большего или меньшего турбулентного обмена.

Известные в настоящее время исследования относятся, главным образом, к случаю турбулентности в неустойчиво стратифицированном турбулентном потоке при отсутствии среднего переноса (Пристли, Пристли и Болл, Сеттон и др.). Приспособление полученных результатов на случай существования упорядоченного переноса представляется мало удовлетворительным. В работах Л. Н. Гутмана [1, 2] не учитывается наличие начальной вертикальной скорости в источнике, которая в ряде случаев может достигать больших значений (20 *м/сек* и более). Чисто эмпирические формулы, основанные на результатах наблюдений, вряд ли могут обладать достаточной общностью, поскольку вертикальная ско-

рость струи зависит от большого числа параметров, которыє существенно меняются в разных условиях.

В настоящей работе делается попытка построения при ближенной теории, которая учитывала бы все основные факторы, влияющие на распространение нагретого газа, — средний перенос, вертикальную стратификацию, начальную ско рость выброса. Предположим, что все физические характеристики интересующих нас полей, в которых действует источник, можно представить в виде суммы трех величин

$$\Phi = \Phi_a + \Phi_s + \Phi', \qquad (1)$$

где Φ_a — соответствующая осредненная характеристика в невозмущенной источником атмосфере; Φ_s — приращения соответствующей функции, вызванные действующим источником; Φ' — турбулентная пульсация.

Будем в дальнейшем обозначать осредненную величину чертой сверху; по определению

$$\overline{\Phi}_a = \Phi_a, \quad \overline{\Phi}_s = \Phi_s, \quad \overline{\Phi'} = 0.$$
(2)

После осреднения система уравнений движения, неразрывности и притока тепла имеет следующий вид:

$$\frac{\partial \overline{u}}{\partial t} + \overline{u}\frac{\partial \overline{u}}{\partial x} + \overline{v}\frac{\partial \overline{u}}{\partial y} + \overline{w}_s\frac{\partial \overline{u}}{\partial z} = -\frac{\overline{p}}{\overline{p}}\frac{\partial \overline{p}_a}{\partial x} - \frac{\overline{p}}{\overline{p}}\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\overline{p}_s}{\overline{p}_a}\right) + \frac{1}{\overline{p}}\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\overline{p}_s}{\overline{p$$

$$+ l\overline{v} - \frac{1}{\overline{\rho}} \frac{\partial}{\partial x} \overline{\rho} \frac{\overline{u'u'}}{\overline{u'}} - \frac{1}{\overline{\rho}} \frac{\partial}{\partial y} \overline{\rho} \frac{\overline{u'v'}}{\overline{u'}} - \frac{1}{\overline{\rho}} \frac{\partial}{\partial z} \overline{\rho} \frac{\overline{u'w'}}{\overline{u'w'}}, \quad (3)$$

$$\frac{\partial \overline{v}}{\partial t} + \overline{u} \frac{\partial \overline{v}}{\partial x} + \overline{v} \frac{\partial \overline{v}}{\partial y} + \overline{w}_s \frac{\partial v}{\partial z} = -\frac{\overline{p}}{\overline{p} \overline{p}_a} - \frac{\overline{p}}{\overline{p}} \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\overline{p}_s}{\overline{p}_a}\right) -$$

$$-\overline{lu} - \frac{1}{\overline{\rho}} \frac{\partial}{\partial x} \overline{\rho} \overline{u'v'} - \frac{1}{\overline{\rho}} \frac{\partial}{\partial y} \overline{\rho} \overline{v'v'} - \frac{1}{\overline{\rho}} \frac{\partial}{\partial z} \overline{\rho} \overline{v'w'}, \quad (4)$$

$$\frac{\partial \overline{w}_s}{\partial t} + \overline{u} \frac{\partial \overline{w}_s}{\partial x} + \overline{v} \frac{\partial \overline{w}_s}{\partial y} + \overline{w}_s \frac{\partial \overline{w}_s}{\partial z} = \frac{g\overline{\vartheta}_s}{\overline{\vartheta}_a} - \frac{\overline{p}}{\overline{p}} \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\overline{p}_s}{\overline{p}_a}\right) - \frac{g\overline{\vartheta}_s}{\overline{\vartheta}_a} = \frac{g\overline{\vartheta}_s}{\overline{\vartheta}_a} - \frac{g\overline{\vartheta}_s}{\overline{\vartheta}_a} \frac{g\overline{\vartheta}_s}{\overline{$$

$$-\frac{1}{\overline{\rho}}\frac{\partial}{\partial x}\overline{\rho}\overline{u'w'}-\frac{1}{\overline{\rho}}\frac{\partial}{\partial y}\overline{\rho}\overline{v'w'}-\frac{1}{\overline{\rho}}\frac{\partial}{\partial z}\overline{\rho}\overline{w'w'},\qquad(5)$$

$$\frac{\partial \overline{\rho}}{\partial t} + \frac{\partial \overline{\rho} \overline{u}}{\partial x} + \frac{\partial \overline{\rho} \overline{v}}{\partial y} + \frac{\partial \overline{\rho} \overline{w}}{\partial z} = 0, \qquad (6)$$

$$\frac{\partial \overline{0}}{\partial t} + \overline{u} \frac{\partial \overline{0}}{\partial x} + \overline{v} \frac{\partial \theta}{\partial y} + \overline{w}_s \frac{\partial \theta}{\partial z} =$$

$$= -\frac{1}{\overline{p}} \frac{\partial}{\partial x} \overline{p} \overline{u'\theta'} - \frac{1}{\overline{p}} \frac{\partial}{\partial y} \overline{p} \overline{v'\theta'} - \frac{1}{\overline{p}} \frac{\partial}{\partial z} \overline{p} \overline{w'\theta'}.$$
(7)

Здесь $\overline{\vartheta}_s = \overline{\theta} - \overline{\theta}_a$,

-де 0 — потенциальная температура нагретого газа;

б_а — потенциальная температура атмосферы.

Воспользуемся обычными гипотезами для турбулентных пульсаций:

$$u' = -l_x \left(\frac{\partial \overline{u}_a}{\partial x} + \frac{\partial \overline{u}_s}{\partial x} \right) - l_y \left(\frac{\partial \overline{u}_a}{\partial y} + \frac{\partial \overline{u}_s}{\partial y} \right) - l_z \left(\frac{\partial \overline{u}_a}{\partial z} + \frac{\partial \overline{u}_s}{\partial z} \right),$$

$$v' = -l_x \left(\frac{\partial \overline{v}_a}{\partial x} + \frac{\partial \overline{v}_s}{\partial x} \right) - l_y \left(\frac{\partial \overline{v}_a}{\partial y} + \frac{\partial \overline{v}_s}{\partial y} \right) - - l_z \left(\frac{\partial \overline{v}_a}{\partial z} + \frac{\partial \overline{v}_s}{\partial z} \right),$$

$$(8^*)$$

$$w' = -l_x \frac{\partial \overline{w_s}}{\partial x} - l_y \frac{\partial \overline{w_s}}{\partial y} - l_z \frac{\partial \overline{w_s}}{\partial z},$$

$$\theta' = -l_x \frac{\partial \overline{\theta_s}}{\partial x} - l_y \frac{\partial \overline{\theta_s}}{\partial y} - l_z \left(\frac{\partial \overline{\theta_a}}{\partial z} + \frac{\partial \overline{\theta_s}}{\partial z} \right).$$

* Следует иметь в виду, что $w_a = 0$, $\frac{\partial \overline{\theta}_a}{\partial x} = \frac{\partial \overline{\theta}_a}{\partial y} = 0$.

Кроме того, примем:

$$\frac{\overline{u'l_x} = k_x, \quad \overline{u'l_y} = 0, \quad \overline{u'l_z} = 0,}{\overline{v'l_x} = 0, \quad \overline{v'l_y} = k_y, \quad \overline{v'l_z} = 0,} \begin{cases} 9 \\ \overline{w'l_x} = 0, \quad \overline{w'l_y} = 0, \quad \overline{w'l_z} = k_z. \end{cases}$$
(9)

Тогда система уравнений (3)—(7) примет вид:

$$\frac{\partial \overline{u}}{\partial t} + \overline{u} \frac{\partial \overline{u}}{\partial x} + \overline{v} \frac{\partial \overline{u}}{\partial y} + \overline{w}_{s} \frac{\partial \overline{u}}{\partial z} = -\frac{\overline{p}}{\overline{p} \overline{p}_{a}} \frac{\partial \overline{p}_{a}}{\partial x} - \frac{\overline{p}}{\overline{p}} \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\overline{p}_{s}}{\overline{p}_{a}}\right) + \\
+ l\overline{v} + \frac{\partial}{\partial x} k_{x} \left(\frac{\partial \overline{u}_{a}}{\partial x} + \frac{\partial \overline{u}_{s}}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial y} k_{y} \left(\frac{\partial \overline{u}_{a}}{\partial y} + \frac{\partial \overline{u}_{s}}{\partial y}\right) + \\
+ \frac{\partial}{\partial z} k_{z} \left(\frac{\partial \overline{u}_{a}}{\partial z} + \frac{\partial \overline{u}_{s}}{\partial z}\right), \quad (3a)$$

$$\frac{\partial \overline{v}}{\partial t} + \overline{u} \frac{\partial \overline{v}}{\partial x} + \overline{v} \frac{\partial \overline{v}}{\partial y} + \overline{w}_s \frac{\partial \overline{v}}{\partial z} = -\frac{\overline{p}}{\overline{p} \overline{p}_a} \frac{\partial \overline{p}_a}{\partial y} - \frac{\overline{p}}{\overline{p}} \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\overline{p}_s}{\overline{p}_a}\right) - l\overline{u} + \frac{\partial}{\partial x} k_s \left(\frac{\partial \overline{v}_a}{\partial x} + \frac{\partial \overline{v}_s}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial y} k_y \left(\frac{\partial \overline{v}_a}{\partial y} + \frac{\partial \overline{v}_s}{\partial y}\right) + \frac{\partial}{\partial z} k_z \left(\frac{\partial \overline{v}_a}{\partial z} + \frac{\partial \overline{v}_s}{\partial z}\right), \quad (4a)$$

$$\frac{\partial \overline{w}_s}{\partial t} + \overline{u} \frac{\partial \overline{w}_s}{\partial x} + \overline{v} \frac{\partial \overline{w}_s}{\partial y} + \overline{w}_s \frac{\partial \overline{w}_s}{\partial z} = \frac{g \overline{\vartheta}_s}{\overline{\vartheta}_a} - \frac{\overline{p}}{\overline{\rho}} \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\overline{p}_s}{\overline{p}_a}\right) +$$

$$+\frac{\partial}{\partial x}k_x\frac{\partial\overline{w_s}}{\partial x}+\frac{\partial}{\partial y}k_y\frac{\partial\overline{w_s}}{\partial y}+\frac{\partial}{\partial z}k_z\frac{\partial\overline{w_s}}{\partial z},\qquad(5a)$$

$$\frac{\partial \overline{\rho}}{\partial t} + \frac{\partial \overline{\rho} \overline{u}}{\partial x} + \frac{\partial \overline{\rho} \overline{v}}{\partial y} + \frac{\partial \overline{\rho} \overline{w}}{\partial z} = 0, \qquad (6a)$$

$$\frac{\partial \overline{\theta}}{\partial t} + \overline{u} \ \frac{\partial \overline{\theta}}{\partial x} + \overline{v} \ \frac{\partial \overline{\theta}}{\partial y} + \overline{w}_s \ \frac{\partial \overline{\theta}}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial x} k_s \ \frac{\partial \overline{\theta}_s}{\partial x} +$$

$$+ \frac{\partial}{\partial y} k_y \frac{\partial \theta_s}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial z} k_z \left(\frac{\partial \theta_a}{\partial z} + \frac{\partial}{\partial z} \right).$$
(7a)

Основной, невозмущенный влиянием источника, поток довлетворяет той же системе уравнений, если в ней полоить все величины с индексом s равными нулю. Из привеенных выше уравнений вычтем уравнения для основного вижения. При этом примем $\rho \approx \rho_a$ не зависящим от кооринат. Это предположение допустимо, поскольку в дальнейтем имеется в виду рассмотрение задачи для области, имещей небольшую протяженность по вертикали. Примем акже, что $u_a \gg u_s$ и не зависит от горизонтальных коордиат и $v_a = 0$ (что достигается соответствующим выбором гоизонтальных осей). При таких предположениях получим:

$$\frac{\partial \overline{u}_{s}}{\partial t} + \overline{u}_{a} \frac{\partial \overline{u}_{s}}{\partial x} + \overline{v}_{s} \frac{\partial \overline{u}_{s}}{\partial y} + \overline{w}_{s} \frac{\partial \overline{u}_{s}}{\partial z} = -\frac{\overline{p}}{\overline{p}} \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\overline{p}_{s}}{\overline{p}_{a}}\right) + \\
+ l\overline{v}_{s} + \frac{\partial}{\partial x} k_{x} \frac{\partial \overline{u}_{s}}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y} k_{y} \frac{\partial \overline{u}_{s}}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial z} k_{z} \frac{\partial \overline{u}_{s}}{\partial z}, \quad (10)$$

$$\frac{\partial \overline{v}_{s}}{\partial t} + \overline{u}_{a} \frac{\partial \overline{v}_{s}}{\partial x} + \overline{v}_{s} \frac{\partial \overline{v}_{s}}{\partial y} + \overline{w}_{s} \frac{\partial \overline{v}_{s}}{\partial z} = -\frac{\overline{p}}{\overline{p}} \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\overline{p}_{s}}{\overline{p}_{a}}\right) - l\overline{u}_{s} + \\
+ \frac{\partial}{\partial x} k_{x} \frac{\partial \overline{v}_{s}}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y} k_{y} \frac{\partial \overline{v}_{s}}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial z} k_{z} \frac{\partial \overline{v}_{s}}{\partial z}, \quad (11)$$

$$\frac{\partial \overline{w}_{s}}{\partial t} + \overline{u}_{a} \frac{\partial \overline{w}_{s}}{\partial x} + \overline{v}_{s} \frac{\partial \overline{w}_{s}}{\partial y} + \overline{w}_{s} \frac{\partial \overline{w}_{s}}{\partial z} = \frac{g\overline{\vartheta}_{s}}{\overline{\vartheta}_{a}} - \frac{\overline{p}}{\overline{p}} \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\overline{p}_{s}}{\overline{p}_{a}}\right) + \\
+ \frac{\partial}{\partial x} k_{x} \frac{\partial \overline{w}_{s}}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y} k_{y} \frac{\partial \overline{w}_{s}}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial z} k_{z} \frac{\partial \overline{w}_{s}}{\partial z}, \quad (12)$$

$$\frac{\partial \overline{\theta}_{s}}{\partial t} + \overline{u}_{a} \frac{\partial \overline{\theta}_{s}}{\partial x} + \overline{v}_{s} \frac{\partial \overline{\theta}_{s}}{\partial x} + \overline{w}_{s} \frac{\partial \overline{\theta}_{s}}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial z} k_{z} \frac{\partial \overline{\theta}_{s}}{\partial z}, \quad (12)$$

$$\frac{\partial \overline{\theta}_{s}}{\partial t} + \overline{u}_{a} \frac{\partial \overline{\theta}_{s}}{\partial x} + \overline{v}_{s} \frac{\partial \overline{\theta}_{s}}{\partial x} + \overline{w}_{s} \frac{\partial \overline{\theta}_{s}}{\partial z} + \overline{w}_{s} \frac{\partial \overline{\theta}_{s}}{\partial z} = \\
= \frac{\partial}{\partial x} k_{x} \frac{\partial \overline{\theta}_{s}}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y} k_{y} \frac{\partial \overline{\theta}_{s}}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial z} k_{z} \frac{\partial \overline{\theta}_{s}}{\partial z}, \quad (13)$$

$$\frac{\partial \overline{p}_{s}}{\partial t} + \overline{p}_{a} \left(\frac{\partial \overline{u}_{s}}{\partial x} + \frac{\partial \overline{v}_{s}}{\partial y} + \frac{\partial \overline{w}_{s}}}{\partial z}\right) + \overline{u}_{a} \frac{\partial \overline{p}_{s}}{\partial x} + \overline{w}_{s} \frac{\partial \overline{p}_{s}}{\partial z} = 0. \quad (14)$$

Будем полагать коэффицент турбулентности в перво приближении не меняющимся с высотой, пренебрежем такж турбулентным продольным переносом количества движени: который мал по сравнению с упорядоченным переносом. На будет интересовать прежде всего задача о распространени клуба перегретого дыма, который можно представить в вид некоторого мгновенного источника тепла Q и вертикально компоненты количества движения $\rho_0 \omega$, так что

$$\vartheta_{s}(t, x, y, z)\Big|_{t=0} = \frac{Q}{\rho_{0}'c_{p}}\delta(x, y, z-h),$$
 (15)

$$w_s(t, x, y, z) \Big|_{t=0} = \frac{M}{\rho'_0} \,\delta(x, y, z-h).$$
 (16)

Здесь h — высота источника; ρ'_0 — плотность выбрасываемої примеси в начальный момент; c_p — удельная теплоемкості выбрасываемой примеси; Q — тепловая мощность источника определяемая как

$$Q := \lim_{t \to 0} \int_{-\infty}^{+\infty} \rho'_0 c_p \vartheta(x, y, z, t) dx dy dz; \qquad (15a)$$

М — динамическая мощность источника

$$M = \lim_{t \to 0} \int_{-\infty}^{+\infty} \rho'_0 w(x, y, z, t) dx dy dz; \qquad (16a)$$

вызванный наличием источника.

Поле возмущений от непрерывного источника получим впоследствии, проинтегрировав полученные решения по времени. По-видимому, поле w_s определяется главным образом перегревом клуба и турбулентным трением и в гораздо меньшей степени чисто динамическими эффектами. Напротив, компоненты u и v сравнительно мало меняются под влиянием источника. Это означает, что, вводя в систему уравнений некоторый параметр μ , можно искать решения в виде следующих разложений:

$$u_{s} = \mu u_{0} + \mu^{2} u_{1} + \dots,$$

$$v_{s} = \mu v_{0} + \mu^{2} v_{1} + \dots,$$

$$w_s = w_0 + \mu w_1 + \mu^2 w_2 + \dots,$$

$$\vartheta_s = \vartheta_0 + \mu \vartheta_1 + \mu^2 \vartheta_2 + \dots,$$

$$\rho_s = \rho_0 + \mu \rho_1 + \mu^2 \rho_2 + \dots.$$

Выпишем уравнения для первого и второго приближений опуская для сокращения записи черту осреднения):

$$\frac{\partial w_{0}}{\partial t} + u_{a} \frac{\partial w_{0}}{\partial x} + w_{0} \frac{\partial w_{0}}{\partial z} = \frac{g\vartheta_{0}}{\theta_{a}} + k\nabla^{2}w_{0},$$

$$\frac{\partial \rho_{0}}{\partial t} + \rho_{a} \frac{\partial w_{0}}{\partial t} + u_{a} \frac{\partial \rho_{0}}{\partial x} + w_{0} \frac{\partial \rho_{0}}{\partial z} = 0,$$

$$\frac{\partial \vartheta_{0}}{\partial t} + u_{a} \frac{\partial \vartheta_{0}}{\partial x} + w_{0} \frac{\partial \vartheta_{0}}{\partial z} = -\beta w_{0} \overline{\theta}_{a} + k\nabla^{2}\vartheta_{0},$$

$$\frac{\partial w_{1}}{\partial t} + u_{a} \frac{\partial w_{1}}{\partial x} + w_{0} \frac{\partial w_{1}}{\partial z} + w_{1} \frac{\partial w_{0}}{\partial z} = \frac{g\vartheta_{1}}{\theta_{a}} - -\frac{1}{\rho_{a}} \frac{\partial \rho_{0}}{\partial x} + k\nabla^{2}w;$$

$$\frac{\partial u_{0}}{\partial t} + u_{a} \frac{\partial u_{0}}{\partial x} + w_{0} \frac{\partial u_{0}}{\partial z} = -\frac{1}{\rho_{a}} \frac{\partial \rho_{0}}{\partial x} + k\nabla^{2}u_{0},$$

$$\frac{\partial v_{0}}{\partial t} + u_{a} \frac{\partial v_{0}}{\partial x} + w_{0} \frac{\partial v_{0}}{\partial z} = -\frac{1}{\rho_{a}} \frac{\partial \rho_{0}}{\partial y} + k\nabla^{2}v_{0},$$

$$\frac{\partial \rho_{1}}{\partial t} + \rho_{a} \left(\frac{\partial u_{0}}{\partial x} + \frac{\partial v_{0}}{\partial y} + \frac{\partial w_{1}}{\partial z}\right) + u_{a} \frac{\partial \rho_{1}}{\partial x} + w_{0} \frac{\partial \rho_{1}}{\partial z} = 0,$$
(18)

 $\frac{\partial \vartheta_1}{\partial t} + u_0 \frac{\partial \vartheta_1}{\partial x} + w_0 \frac{\partial \vartheta_1}{\partial z} + w_1 \frac{\partial \vartheta_0}{\partial z} = -w_1 \beta \overline{\theta}_a + k \nabla^2 \vartheta_1,$

где $\beta = \frac{1}{\frac{\overline{\theta_a}}{\overline{d_a}}} -$ параметр устойчивости атмосферы;

$$\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$$
 — оператор Лапласа;

 $\overline{\theta_a}$ — средняя потенциальная температуг в области действия источника.

Наибольший практический интерес для нас представляє вертикальная компонента скорости. Покажем, как в перво приближении она может быть найдена из системы (17 Объединим первое и третье уравнения системы (17). Дл этого умножим первое уравнение на α и сложим с третьим Будем считать при этом, что член $w_0 \frac{\partial w_0}{\partial z}$ можно заменит членом $\tilde{w} \frac{\partial w_0}{\partial z}$ и соответственно в третьем уравнении систе

мы ω_0 (в третьем члене слева) также заменим на ω . Тогд получим ($\tilde{\omega}$ не зависит от координат)

$$\frac{\partial}{\partial t}(\vartheta_0 + \alpha w_0) + u_a \frac{\partial}{\partial x}(\vartheta_0 + \alpha w_0) + \tilde{w} \frac{\partial}{\partial z}(\vartheta_0 + \alpha w_0) = k\nabla^2(\vartheta_0 + \alpha w_0) + \frac{\alpha g \vartheta_0}{\overline{\theta_a}} - w_0\beta\overline{\theta_a}.$$
 (19)

Потребуем, чтобы

$$\frac{\alpha g \vartheta_0}{\overline{\theta_a}} - w_0 \beta \overline{\theta_a} = m \left(\vartheta_0 + \alpha w_0 \right).$$
(20)

Тогда отсюда получим

$$m = i \sqrt{g\beta}, \quad \alpha = i \overline{\theta_a} \sqrt{\frac{\beta}{g}}.$$
 (20a)

Обозначим

$$N = \hat{\vartheta}_0 + \alpha w_0, \qquad (21)$$

огда будем иметь

$$\frac{\partial N}{\partial t} + u_a \frac{\partial N}{\partial x} + \tilde{w} \frac{\partial N}{\partial z} = k \nabla^2 N + m N.$$
 (22)

Граничные и начальные условия для N будут

$$N|_{x, y, z \to \infty} \to 0, \qquad (23)$$

$$N|_{t \to 0} = (\vartheta_0 + \alpha w_0)|_{t \to 0} = (A + \alpha B) \,\delta(x, y, z - h), \quad (24)$$

 $A = \frac{Q}{\rho_0 c_p}$ и $B = \frac{M}{\rho_0}$ определяются из условий (15а) и (16а). Введем

$$N = \tilde{N} e^{i \sqrt{\beta g} t}.$$
 (25)

Для N будут те же граничные условия, что и для N. Тогда уравнение (22) примет вид

$$\frac{\partial \tilde{N}}{\partial t} + u_{a} \frac{\partial \tilde{N}}{\partial x} + \tilde{w} \frac{\partial \tilde{N}}{\partial z} = k \nabla^{2} \tilde{N}.$$
(26)

Решение уравнения (26) выразится следующим образом:

$$\widetilde{N}(x, y, z, t) = \frac{N_0}{(8\pi kt)^{3/2}} e^{\frac{-(x-ut)^2 + y^2 + (z-\tilde{w}t)^2}{4kt}}, \qquad (27)$$

где No определяется из условия

$$N_{0} = \lim_{t \to 0} \iint_{-\infty}^{+\infty} \tilde{N}(x, y, z, t) dx dy dz =$$
$$= \frac{Q}{\rho c_{p}} + i \theta_{a} \sqrt{\frac{\beta}{g}} \frac{M}{\rho}.$$
(28)

Таким образом, переходя к N (x, y, z, t), будем иметь

$$N(x, y, z, t) = \frac{Q/c_p + i\theta_a \cdot \sqrt{\frac{\beta}{g}} M}{8\rho \left(\pi kt\right)^{3/2}} e^{\frac{i\sqrt{\beta g}t - (x - ut)^2 + y^2 + (z - \tilde{w}t)^2}{4kt}} = \frac{\vartheta + i\overline{\theta_a}}{g} \sqrt{\frac{\beta}{g}} w, \qquad (2)$$

откуда

$$\vartheta(x, y, z, t) = \frac{1}{8\rho (\pi kt)^{\frac{3}{2}}} e^{\frac{-(x-ut)^2 + y^2 + (z-\tilde{w}t)^2}{4kt}} \times \left\{ \frac{Q}{c_p} \cos \sqrt{\beta g} t - \overline{\theta_a} \sqrt{\frac{\beta}{g}} M \sin \sqrt{\beta g} t \right\}, \qquad (30)$$

$$w(x, y, z, t) = \frac{1}{8\rho (\pi kt)^{\frac{3}{2}}} e^{\frac{-(x-ut)^2 + y^2 + (z-\tilde{w}t)^2}{4kt}} \times \left\{ \frac{\overline{\theta_a} \sqrt{\frac{\beta}{g}} M \cos \sqrt{\beta g} t + Q/c_p \sin \sqrt{\beta g} t}{\overline{\theta_a} \sqrt{\frac{\beta}{g}}} \right\}. \qquad (31)$$

Перейдем теперь от мгновенного источника к непрерыв ному. Для этого проинтегрируем формулу (29) по времени от нуля до бесконечности

$$N_{\text{henp}}(x, y, z) =$$

$$= \frac{Q/c_p + i \overline{\theta_a}}{8\rho (\pi k)^{3/2}} \int_{0}^{\infty} \frac{1}{t^{3/2}} e^{i \sqrt{\beta g} t - \frac{(x-ut)^2 + y^2 + (z-\tilde{w}t)^2}{4kt}} dt. \quad (32)$$

В результате интегрирования получим

$$N_{\text{Hemp}}(x, y, z) = \frac{\tilde{Q}\sqrt{\pi}}{r} e^{\frac{ux+z\tilde{w}}{2k}-r\sqrt{\frac{u^3+\tilde{w}^2}{k}+2ir\sqrt{\frac{\beta gk}{u^2+\tilde{w}^2}}} = \\ = \vartheta_{\text{Hemp}} + i\overline{\theta_a}\sqrt{\frac{\beta}{g}} w_{\text{Hemp}}, \qquad (33)$$
цесь обозначено

$$\tilde{Q} = \frac{Q/c_p + i \overline{\theta_a} \sqrt{\frac{\beta}{g}} M}{8\rho (\pi k)^{3/2}}; \qquad (34)$$
$$r = \sqrt{\frac{x^2 + z^2}{4k}}. \qquad (35)$$

Поскольку нас интересует распределение w в плоскости г, полагаем y = 0. Из уравнения (33) следуют формулы:

$$\vartheta_{\text{Henp}} = \frac{Q/c_p}{8\pi\rho k^{s/2}r} e^{\frac{ux+z\tilde{w}}{2k}-r\sqrt{\frac{u^2+\tilde{w}^2}{k}}} \times \left[\cos 2r\sqrt{\frac{\beta g k}{u^2+\tilde{w}^2}} - \frac{\overline{\theta_a}\sqrt{\frac{\beta}{g}}}{Q/c_p}} \sin 2r\sqrt{\frac{\beta g k}{u^2+\tilde{w}^2}}\right], \quad (36)$$
$$w_{\text{Henp}} = \frac{M}{8\pi\rho k^{s/2}r} e^{\frac{ux+z\tilde{w}}{2k}-r\sqrt{\frac{u^2+\tilde{w}^2}{k}}} \times$$

$$\left[\cos 2r \, \sqrt{\frac{\beta g k}{u^2 + \tilde{w}^2}} + \frac{Q/c_p}{M \cdot \overline{\theta}_a} \sqrt{\frac{g}{\beta}} \sin 2r \, \sqrt{\frac{\beta g k}{u^2 + \tilde{w}^2}} \right].$$
(37)

Для скорости на оси струи будем иметь

$$w_{\rm ocu} = \frac{M}{8\pi\rho k^{s/2}r} \left[\cos \frac{\sqrt{\beta g} x}{u} + \frac{Q/c_p}{M \cdot \overline{\theta}_a} \sqrt{\frac{g}{\beta}} \sin \frac{\sqrt{\beta g} x}{u} \right], \quad (38)$$

эк как

$$2r \sqrt{\frac{\beta g k}{u^2 + \tilde{w}^2}} = 2 \sqrt{\frac{x^2 + z^2}{4k} \cdot \frac{\beta g k}{u^2 + \tilde{w}^2}} =$$
$$= 2 \sqrt{\frac{x^2 + z^2}{4} \cdot \frac{\beta g}{u^2 + \frac{z^2 u^2}{x^2}}} \approx \sqrt{\beta g} \frac{x}{u} \cdot$$
(39)

145

) Зак. 131

Если приближенным воспользоваться соотношениє

$$z \simeq \tilde{w} \frac{x}{u} , \qquad (4$$

то в формуле (38) r можно выразить в виде

$$r = \sqrt{\frac{x^{2} + z^{2}}{4k}} = \sqrt{\frac{x^{2} + \frac{\tilde{w}^{2}x^{2}}{u^{2}}}{4k}} = \frac{x}{2\sqrt{k}} \sqrt{1 + \frac{\tilde{w}^{2}}{u^{2}}}.$$
 (4)

Определим максимальную высоту поднятия нагретой пр. меси с помощью следующего соотношения. Используя (40 будем иметь

$$z_{m} = \frac{1}{u} \int_{\varepsilon}^{x_{0}'} w_{\text{och}}(x) dx = \frac{1}{u} \frac{M}{4\rho\pi k \sqrt{1 + \frac{\tilde{w}^{2}}{u^{2}}}} \times \int_{\varepsilon}^{x_{0}'} \frac{\cos\sqrt{\beta g} \frac{x}{u}}{x} dx + \frac{Q/c_{\rho}}{M \theta_{a}} \sqrt{\frac{g}{\beta}} \int_{\varepsilon}^{x_{0}'} \frac{\sin\sqrt{\beta g} \frac{x}{u}}{x} dx \right].$$
(4)

Здесь є — некоторое начальное расстояние (горизонтал ной координаты), от которого начинается интегрировани поскольку источник не точечный, а, вообще говоря, плоски (протяженный); x₀⁶ — расстояние, на котором наклон ос струи становится меньше некоторого значения. Последняя формула может быть преобразована к виду

$$z_{m} = \frac{1}{u} \frac{M}{4\rho\pi k \sqrt{1 + \frac{\tilde{w}^{2}}{u^{2}}}} \left\{ \left[\operatorname{Ci}\left(\frac{\sqrt{\beta g} x_{0}'}{u}\right) - \operatorname{Ci}\left(\frac{\sqrt{\beta g} \varepsilon}{u}\right) \right] + \frac{\vartheta_{0}}{w_{0} \overline{\theta_{a}}} \sqrt{\frac{g}{\beta}} \left[\operatorname{Si}\left(\frac{\sqrt{\beta g} x_{0}'}{u}\right) - \operatorname{Si}\left(\frac{\sqrt{\beta g} \varepsilon}{u}\right) \right] \right\}.$$
(4)

Максимальное расстояние вдоль оси х от источника, где существится наибольший подъем, определится из условия

$$w_{\rm och} = 0, \tag{44}$$

$$\cos \frac{\sqrt{\beta g} x}{u} + \frac{\vartheta_0}{w_0 \overline{\theta_a}} \sqrt{\frac{g}{\beta}} \sin \frac{\sqrt{\beta g} x}{u} = 0, \quad (44a)$$

$$\operatorname{tg} y = -\frac{w_0 \overline{\theta_a}}{\vartheta_0} \sqrt{\frac{\beta}{g}}, \quad y = \frac{\sqrt{\beta g} x}{u}, \quad (446)$$

$$x = \frac{uy}{\sqrt{\beta g}}.$$

Начальное значение горизонтальной координаты є может ыть определено следующим образом. Запишем уравнение 38) для є

$$w_{0} = \frac{M}{8\pi\rho k^{3/s} r_{0}} \left[\cos \frac{\sqrt{\beta g} \varepsilon}{u} + \frac{Q/c_{\rho}}{M \overline{\theta}_{a}} \sqrt{\frac{g}{\beta}} \sin \frac{\sqrt{\beta g} \varepsilon}{u} \right], \quad (45)$$

цe

. е.

$$r_{0} = \sqrt{\frac{\varepsilon^{2} + z_{0}^{2}}{4k}} = \sqrt{\frac{\varepsilon^{2} \left(1 + \frac{w_{0}^{2}}{u}\right)}{4k}}, \quad (46)$$

ак как

$$z_0 = \tilde{w} \frac{\varepsilon}{u_0} \simeq w_0 \frac{\varepsilon}{u} \,. \tag{47}$$

При малых є формула (45) перейдет в

$$w_{0} = \frac{M}{4\rho\pi k\varepsilon \sqrt{1+\frac{w_{0}^{2}}{u^{2}}}}, \qquad (48)$$

ли

$$\frac{\varepsilon}{u} = \frac{M}{4\rho\pi \, k \omega_0 \, \sqrt{u^2 + \omega_0^2}} \,. \tag{49}$$

С помощью полученных формул можно рассчитывать при ближенные траектории дымовых струй от точечных высотны источников. В целях проверки полученных формул использс вались экспериментальные данные по наблюдениям за про мышленными выбросами из труб в ФРГ (Раух [3]).

Материал наблюдений содержал фотографические сним ки траекторий дымовых струй при различных погодных услс виях для двух промышленных установок:

1) в Дуйсбурге (труба высотой 125 *м*, со скоростями вы броса от 4 до 12 *м/сек* и температурой выброса около 120°С)

2) в Дармштадте (труба высотой 75 м, со скоростями вь броса от 2 до 6 м/сек и очень высокой температурой выброс от 250 до 400°С).

Одновременно с фотографированием измерялись следук щие метеорологические величины: а) температура воздух на уровне устья трубы; б) вертикальный градиент темпера туры, используемый как характеристика статической устой чивости атмосферы; в) средняя скорость и направлени ветра; г) атмосферное давление.

Классы устойчивости определялись следующим образом:

безразличное состояние $\frac{\partial T}{\partial z} < -0.9 \ rpad/100 \ m;$

слабая устойчивость $-0.9 \le \frac{\partial T}{\partial z} < -0.5 \ rpad/100 \ m;$

умеренная устойчивость $-0,5 \leqslant \frac{\partial T}{\partial z} < -0,2 \ rpad/100 \ m;$

сильная устойчивость $\frac{\partial T}{\partial z} > -0.2 \ rpad/100 \ m.$

Не рассматривались случаи явно выраженной неустой чивости, поскольку в такой атмосфере струя дыма не имеє конечной высоты подъема.

Из общего количества снимков (1070) дымовых стру значительная часть была забракована. Не использовалис снимки в тех случаях, когда: а) не проводились параллели ные измерения метеорологических величин и параметрс 148 ыброса; б) ветер менял направление; в) контуры дымового блака были нечеткими, так что верхняя и нижняя границы не могли быть определены. Всего для расчетов были испольованы 428 случаев.

Коэффициент турбулентности, необходимый для расчета ю полученным формулам, определялся на основании формул І. Л. Лайхтмана и И. И. Мельниковой [4].

$$k = \frac{m}{\omega_z} G^2 \left(1 + A \frac{P_0}{G^2} \right). \tag{50}$$

Здесь G — геострофический ветер; *т* и A — коэффициены; P₀ — турбулентный поток тепла, определяемый на оснозании разности температур

$$T_{0}-T_{1000} = \begin{cases} H\left[\gamma + \frac{\omega_{z} \frac{P_{0}}{G^{2}}}{2m\rho c_{p}\left(1 + A\frac{P_{0}}{G^{2}}\right)}\right] + \gamma (1000 - H) \\ & \Pi p H H \leqslant 1000 \ M; \\ 1000\left[\gamma + \frac{\omega_{z} \frac{P_{0}}{G^{2}}}{\gamma + \frac{2m\rho c_{p}\left(1 + A\frac{P_{0}}{G^{2}}\right)}{2m\rho c_{p}\left(1 + A\frac{P_{0}}{G^{2}}\right)}}\right] \\ & \Pi p H H > 1000 \ M; \end{cases}$$
(51)

· — температурный градиент в свободной атмосфере.

Расчеты проводились для двух значений x (100 и 800 m). Результаты расчетов, представленные на рис. 1—4 для четырех классов устойчивости (где по оси абсцисс отложены экспериментальные, а по оси ординат — теоретические знаиения Δh), осреднялись с тем, чтобы исключить значительый разброс экспериментальных значений теплового подъема труи, вызванный, очевидно, такими факторами, как неучтеные вертикальные токи, неточность определения контуров цымовой струи и другими случайными причинами.



Рис. 2. Результаты расчетов эффективной высоты подъема нагретой струи при слабоустойчивой стратификации









ЛИТЕРАТУРА

- Гутман Л. Н. О термических возмущениях в горизонтальном потог воздуха. Прикладная математика и механика, т. 14, вып. 3, 1950.
- 2. Пастушков Р. С., Гутман Л. Н. К теории конрекции в атм сфере с вертикальным сдвигом ветра. Численный эксперимен Труды ЦАО, вып. 75, 1967.
- 3. Rauch H. Zur Schornstein-Überhöhung. Beiträge zur Physik der Atm sphäre, Bd 37, S. 132-158, 1564.
- 4. Лайхтман Д. Л., Мельникова И. И. К вопросу о расчет интегральных характеристик планетарного пограничного слоя. М теорология и гидрология, № 1, 1969.

Ф. А. Гисина, С. Н. Каплан, В. Н. Кирнос, Э. И. Котова

УЧЕТ СТАТИСТИЧЕСКИХ ЗАКОНОМЕРНОСТЕЙ ПРИ РАСЧЕТЕ ВЫСОТЫ НИЖНЕЙ ГРАНИЦЫ ОБЛАКОВ ПО НАЗЕМНЫМ ДАННЫМ

Условия взлета и посадки самолетов и в настоящее время в большой степени определяются видимостью и высотой нижней границы облаков (ВНГО). Поэтому существует необходимость совершенствования расчетных методов диагноза и прогноза ВНГО.

Прежде чем перейти к непосредственной цели настоящей статьи необходимо отметить, что определение самого понятия нижней границы облака является довольно сложной задачей, обсуждавшейся в ряде работ [1—5], из которых следует, что нижняя кромка — это не ровная четкая поверхность, а трехмерный слой, характеризующийся постепенным ухудшением видимости с ростом высоты. Указанные черты нижней кромки облаков приводят к различиям в высотах НГО, определяемых различными инструментальными методами, поскольку эти методы, основанные на разных принципах, отмечают высоту слоев разной плотности.

Сравнение основных инструментальных методов, проведенное в работах [2, 4, 6, 7], указывает на систематическое занижение ВНГО, определяемой самолетным методом, по сравнению с шаропилотным, прожекторным и по прибору «Облако». На основе ряда работ последних лет [6, 7], посвященных вопросу сравнения инструментальных методов измерения, можно принять, что расхождения между измерениями ВНГО шаропилотным, прожекторным методами и прибором «Облако» являются случайными, так как примерно в 50%

случаев наблюдается завышение либо занижение каждым методом по сравнению с другим методом, принятым за эта лон. Это позволяет предположить, что расхождения в дан ных, полученных указанными методами, определяются в основном сложной временной и пространственной структу рой ВНГО [8—10].

Все вышесказанное создает определенные трудности при статистической обработке результатов наблюдений, а также при сравнении результатов расчета с измеренными значениями ВНГО.

Тем не менее представляется, что вследствие случайногс характера колебаний высоты облаков, в любых расчетных методах можно, с помощью осредненных за более или менее продолжительный интервал (1—2 часа) влияющих факторов определить среднюю высоту облаков, характерную для данной синоптической ситуации, а также определить возможные отклонения мгновенных высот от средних [8, 10].

Все существующие в настоящее время методы расчета связывают ВНГО либо с дефицитом температуры точки росы с некоторой добавкой, необходимой для переохлаждения воздуха ниже точки росы (Селезнева [5], Дубровин [3]), либо с относительной влажностью (Лайхтман [11], Честная [4], Ипполитов [13], Матвеев [12]).

Входящие в формулы градиенты температуры и точки росы задаются либо средними, либо могут быть взяты фактическими для момента расчета. Безусловно, последнее является более предпочтительным, однако определение входящих в формулу параметров в каждом конкретном случае требует специальных наблюдений, которые на АМСГ не проводятся. Поэтому фактически для практического использования в расчетные формулы вводятся эмпирические коэффициенты. При этом до сих пор при определении эмпирических коэффициентов не учитывалась статистическая связь между ВНГО и влияющими факторами.

В то же время представляется естественным при получении эмпирических коэффициентов исходить из условия минимизации средней квадратической ошибки, которое приводит к тому, что коэффициенты линейной регрессии зависят от взаимной корреляции между рассчитываемой характеристикой и влияющими параметрами. Такой подход к расчету ВНГО был недавно предложен Бернхардтом, который определил эмпирические коэффициенты по данным, полученным на берлинском аэродроме.

В настоящей работе используется аналогичный метод, мпирические коэффициенты вычисляются по материалам аблюдений в двух пунктах ЕТС: Ленинграде и Котласе. Іель работы состоит в выявлении возможности использовапредложенного метода в разных географических ИЯ айонах.

Аналогично работе [14] связь ВНГО с влияющими фактоами записывается в форме условного уравнения линейной *у*егрессии

 $H_{\rm p} = A + B \left(t - \tau + \alpha \, \Delta \tau\right).$

Непосредственными влияющими параметрами являются е же элементы, что и в методе Дубровина [3]. В формуле (1) J_p — рассчитываемая высота НГО; t и τ — соответственно воздуха и точки росы у земной поверхности; гемпературы № – добавка, необходимая для переохлаждения воздуха ниже температуры точки росы, зависящая и от числа ядер конденсации. Влияние ядер конденсации учитывается множителем α, изменяющимся от нуля при видимости W, равной 1 км, до единицы при видимости 50 км и более (табл. 1).

Габлица I

W, км	1	1,5	2	3	4	5	6	7	8	9	10	15
α	0,00	0,19	0,26	0,40	0,50	0,55	0,60	0,64	0,67	0,69	0,71	0,78

Зависимость $\Delta \tau$ от температуры, полученная по данным работы [15], приводится в табл. 2.

Таблица 2

t, °C	20	10	0	5	-10	-15	—2 0
Δτ, °C	0,50	0,75	1,10	1,32	1,55	1,80	2,0
· •	- 			I	۰ ۰		155

(1)

Коэффициенты *А* и *В* в формуле (1) определяются и условия минимума средней квадратичной погрешности рас четного метода

$$\overline{E^2} = (\overline{H - H_p})^2 = \min, \qquad (2)$$

где Н — измеряемая высота НГО.

Используя условие (2), выражения для определения А и В можно получить в виде:

$$A = \overline{H} - \frac{m(H, \Delta t)}{\sigma_{\Delta t}^2} \ \Delta \overline{t}, \ M_{\gamma}$$
(3)

$$B = \frac{m(H, \Delta t)}{\sigma_{\Delta t}^{2}}, \langle M | r p a \partial.$$
 (4)

Здесь \overline{H} — средняя измеряемая высота НГО; $\overline{\Delta t} = t - \tau + \alpha \Delta \tau$ — средний дефицит точки росы; m (H, Δt) — взаимная корреляционная функция между ВНГО и дефицитом точки росы.

Таким образом, для получения коэффициентов A и B необходимо рассчитать статистические характеристики, а именно взаимную корреляционную функцию элементов H и

 Δt , их дисперсий, а также средние значения \overline{H} и $\overline{\Delta t}$. Указанные характеристики были рассчитаны для трех градаций скорости ветра на флюгере: слабый (0—3), умеренный (4—7) и сильный ≥ 8 м/сек. В каждой градации выделялись два типа погоды — с осадками и без осадков. Материалом для расчета послужили наблюдения за облачностью с высотой ниже 300 м, температурой и влажностью воздуха, видимостью и скоростью ветра за осенне-зимний период 1956—1959 гг. на АМСГ Ленинград (4108 случаев) и за 1962, 1963, 1967, 1968 гг. на АМСГ Котлас (3300 случаев). Расчет был выполнен на ЭВМ Раздан-2. Программа предусматривала вычисление для каждого случая погрешности $E = H - H_p$, что позволило получить кривые распределения ошибок.

Следует отметить, что наблюдения ВНГО на выбранных АМСГ производились различными методами: шаропилотным, прожекторным, самолетным, с помощью прибора «Облако» и визуально. Визуальные наблюдения высоты облаков корректировались инструментальными. Как было показано в работе [9], временная изменчивость ВНГО для различных 156 нтервалов времени оказывается существенно больше, чем клад, вносимый в структурную функцию ошибками наблюений. Средняя квадратическая ошибка измерений для обласов с основанием ниже 200 м составляет 20 м, а для ВНГО и диапазоне 0 — 400 м она лежит в пределах от 22 до 31 м зависимости от сезона. В то же время временная изменчиюсть ВНГО для интервала между наблюдениями, равного часу, составляет 55—67 м в зависимости от сезона. Привеценные оценки позволяют воспользоваться для расчета стаистических характеристик имеющимися рядами наблюлений ЗНГО, проводимых разными методами. При этом возможен чет возникающих дополнительных погрешностей. Покажем, сак выражается вклад ошибок измерения ВНГО в коэффициент корреляции, дисперсию и среднюю квадратическую порешность расчетного метода [16].

Запишем выражение для коэффициента взаимной корретяции между ВНГО и средним дефицитом точки росы

$$\mu(H, \Delta t) = \frac{\overline{(H - \overline{H})} \ (\Delta t - \overline{\Delta t})}{\sqrt{\overline{(H - \overline{H})^2}} \ \sqrt{\overline{(\Delta t - \overline{\Delta t})^2}}}.$$
(5)

Пусть H измерено с некоторой погрешностью δ , под котозой будем понимать погрешность любого метода, которую, в соответствии с работой [9], будем считать случайной

$$H = H_{\mu cr} + \delta, \qquad (6)$$

а Δt определяется с некоторой также случайной погрешностью

$$\Delta t = \Delta t_{\rm HCT} + \Delta. \tag{7}$$

Поскольку δ и Δ являются случайными, то они не влияют на \overline{H} и $\overline{\Delta t}$. Подставив формулы (6) и (7) в выражение (5), получим

$$\mu (H_{\mu cr}, \Delta t_{\mu cr}) = \frac{(\overline{H_{\mu cr}} - \overline{H}) (\Delta t_{\mu cr} - \overline{\Delta t})}{\sqrt{(\overline{H_{\mu cr}} - \overline{H})^2 + \delta^2} - \sqrt{(\Delta t_{\mu cr} - \overline{\Delta t})^2 + \overline{\Delta^2}}}.$$
 (8)

Из выражения (8) видно, что взаимная корреляционная функция не искажается из-за случайных ошибок измерения 157 ВНГО и Δt . Дисперсии же ВНГО и Δt завышаются на вели чины $\overline{\delta}^2$ и $\overline{\Delta}^2$. Вследствие этого оказывается заниженны коэффициент корреляции μ ($H_{\rm Hcr}$, $\Delta t_{\rm Hcr}$). Средняя квадра тическая погрешность расчетного метода также может быт исправлена с учетом ошибок измерения.

Высота, измеренная каким-нибудь методом с ошибкой δ записывается в виде

 $H = H_{\rm Hcr} + \delta_1. \tag{9}$

В зависимости от метода измерения ВНГО может быт получена с ошибками $\delta_1, \delta_2, \ldots, \delta_n$. Тогда средняя квадрати ческая погрешность с учетом ошибки измерения *i*-тым мето дом равна

$$E_i^2 = \overline{[(H_p - H_{HCT}) - \delta_i]^2} = \overline{(H_p - H_{HCT})^2} + \overline{\delta_i^2}. \quad (10)$$

А средняя квадратическая погрешность за счет всех мето дов измерения

$$\overline{E}^{2} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} \overline{E_{i}^{2}} = \overline{(H_{p} - H_{HCT})^{2}} + \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} \overline{\delta_{i}^{2}}, \qquad (11)$$

где *n* — число методов измерения.

В полученные статистические характеристики были вве дены поправки, учитывающие вклад средней квадратиче ской погрешности измерения ВНГО разными методами, пс формулам (8) и (11)*. Используя данные работы [9], можнс принять для ВНГО в диапазоне 0—300 м среднюю квадратическую ошибку всех методов измерения на АМСГ Ленинграл равной $\sqrt{\delta^2} = 24$ м. Данных о $\sqrt{\delta^2}$ для АМСГ Котлас у нас не было, поэтому ее величина была также взята равной 24 м; измерения ВНГО на АМСГ Котлас проводились такими же методами, что и на АМСГ Ленинград, но вклад различных методов мог быть иным и, следовательно, средняя квадратическая погрешность может несколько отличаться от принятой.

Учет вклада ошибок измерения ВНГО привел к увеличению коэффициента взаимной корреляции на 7—10% и уменьшению средней квадратической ошибки данного расчетного метода на 7—15%.

^{*} Погрешность за счет ошибок в измерении дефицита точки росы будем считать несущественной по сравнению с погрешностью за счет измерения ВНГО.

Результаты расчета статистических характеристик $u(H, \Delta t), \sigma_{\Delta t}^2, \sigma_H^2$, коэффициентов A и B и средней квадратической погрешности $\sqrt{E_p^2}$ приведены в табл. 3 (для Ленинграда) и 4 (для Котласа). В табл. 3 включены также результаты расчета указанных выше характеристик для умеренных скоростей ветра (4—7 $m/ce\kappa$) при отсутствии осадков, в которых были использованы наблюдения ВНГО только одним из методов — прожекторным или шаропилотным.

Переходя к анализу полученных результатов, следует прежде всего отметить, что самые большие погрешности возникают в случае малых скоростей ветра (0—3 *м/сек*) для погоды без осадков с туманом, включение в рассмотрение относительно небольшого числа случаев с туманом приводит к увеличению ошибки на 16 *м* (см. табл. 3).

Для данного типа погоды ошибки уменьшаются при увеличении скорости ветра. Из табл. З следует, что при данной скорости ветра погрешность расчета меньше в случае погоды без осадков. По данным Котласа (табл. 4) наблюдается другая тенденция, даже если исключить из рассмотрения случай малых скоростей ветра для погоды без осадков с туманом.

Сравнение результатов, полученных по данным Ленинграда и Котласа, показывает, что для погоды без осадков меньшие погрешности наблюдаются для-Ленинграда, а для погоды с осадками, напротив, они оказываются меньше для Котласа. Эти расхождения возможно связаны с тем, что для Ленинграда использовались данные только осенне-зимнего сезона, в то время как для Котласа сезонная типизация данных не проводилась. Кроме того, возможно, что материалы наблюдений в г. Котлас менее качественны. Следует также отметить, что данные табл. 4 для скоростей ветра $\geq 8 \ m/сек$ недостаточно обеспечены по сравнению с остальными градациями.

Что касается результатов расчета, приведенных в двух последних строках табл. 3, то здесь следует отметить, что характеристики несущественно изменяются в случае измерения ВНГО одним из методов.

В табл. 5 для сравнения приведены аналогичные результаты Бернхардта [14], полученные по данным наблюдений в Берлине. Из сопоставления даных табл. 3 и 4 видно также, что коэффициенты A и B для рассмотренных пунктов довольно существенно отличаются друг от друга.

Габлица

Скорость ветра С, <i>м/сек</i>	Погода	<i>N</i> число наблюдений	$m (H, \Delta t), \\ \mathcal{M} \cdot z p \alpha \partial$	$\sigma^2_{\Delta t}$, $2pa\partial^3$	$\mathfrak{a}_{H}^{2},\mathfrak{M}^{2}$	А, м	$B, M zpa\partial$	$V = E_p^2, M$	$\mu^{(H, \Delta t)}$	$V{\overline{E_p^3}\over\overline{\overline{H}}},$ %
	Без осад- ков	724	27,7	0,62	449 6	126	45	57	0,53	33,1
0-3	Без осад- ков с ту- маном	862	46,0	0,73	8320	79	63	73	0, 59	<u> </u>
· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	С осадка- ми	367	28 ,1	0,56	5160	131	51	61	0,52	33,9
	Без осад- ков	1040	30,8	0,56	4043	112	55	48	0,64	26,2
4—7	Сосадка- ми	803	21,1	0,55	3131	156	38	48	0,51	25,5
			<u> </u>					,		
≥8	ьез осад- ков С осадка-	524	24,8	0,57	2744	139	44	40	0,63	20,5
	МИ	512	11,9	0,52	2714	197	23	4 9	0,32	23,5
	Без осад- ков (про-	480	9 0 1	0.43	9579	195	<u>4</u> 7	40	0.60	93.4
4—7	Без осад-	403	4 0, 1	V , 40	201,0	140	71	τv	0,00	20, 1
8 19 19	пилот)	298	2 6, 4	0,53	281 6	110	50	39	0,68	2 3, 7

		1				· · · ·		• • • •	- 		e avriaga e
Зак. 131	Скорость ветра С, м/сек	Погода	N—число случаев	т (Н, ∆т), м∙град	$\sigma^2_{\Delta \tau}, r pa \partial^2$	$\overline{\sigma_H^2}, M^2$	А, м	В, м/град	$\sqrt{\overline{E^2}}$, м	μ (ΔΗ, Δt)	$\left \frac{\sqrt{\overline{E_p^2}}}{\overline{H}}, \%\right $
	03	Без осад- ков с тума- ном	1028	74,1	1,5	12274	76,7	49,3	90	0,57	
	0 -0	Сосадка- ми	685	19,9	1,1	390 6	205,6	17,3	55	0,31	25,3
		Без осад- ков	635	24,4	1,0	4115	190,1	24,4	55	0,41	25,2
·	4-7	С осадками	741	15,0	0,8	2546	218, 0	19,1	41	0,38	18,9
161	≥8	С осадками	99	5,8	1,1	1361	259,2	5,4	26	0,21	13,5

Сравним результаты Бернхардта с полученными нами для Ленинграда. Из сопоставления данных табл. 5 и 3 сле дует, что для умеренных и сильных скоростей ветра и пого ды без осадков по данным Берлина получены значительно меньшие средние квадратические ошибки и большие коэффи циенты взаимной корреляции, чем по нашим данным.

Таблица 🕴

Скорость ветра С, м/сек	Погода	N—число наблю- дений	А, м	В, м/град	μ (<i>H</i> , Δ <i>t</i>)	$V\overline{E_{\rm B}^2}$, A
0—3	Без осадков	_447	96	75	0,56	67
4—7	Без осадков С осадками	547 347	25 119	119 78	0,95 0.56	24 67
≥8	Без осадков	82	2	117	0,94	22

При малых скоростях ветра и погоде без осадков и уме ренных скоростях для погоды с осадками меньшие ошибки получены для Ленинграда; коэффициенты корреляции отли чаются незначительно, они несколько больше по данным Бернхардта. Следует также отметить, что по Бернхардту который рассмотрел два типа погоды только для случая умеренных скоростей ветра, наблюдаются существенные раз личия в величинах средних квадратических ошибок и коэф фициентах корреляции для рассмотренных типов погоды. П. данным Ленинграда для указанной градации скоростеі средние квадратические погрешности одинаковы для рассмо тренных типов погоды, коэффициент корреляции больше для погоды без осадков, но различия в коэффициентах корреля существенны, как по данным Бернхардта ции не столь (Отметим, что по данным Котласа значения ошибок и коэф фициентов корреляции также незначительно отличаются для обоих типов погоды).

Видимо, следует предположить сильную зависимость кор реляции между ВНГО и влияющими факторами от местны: условий. Кроме средних квадратических ошибок по данным Леинграда и Котласа для всех рассмотренных случаев были олучены кривые распределения ошибок расчета ВНГО $= H - H_p$, которые позволяют оценить обеспеченность асчета ВНГО предложенным методом с заданной точостью. Кривые ошибок достаточно хорошо следуют норальному закону распределения. В качестве примера на ис. 1 приведена кривая распределения ошибок расчета ЗНГО для Ленинграда при погоде без осадков и умеренных коростях ветра.



Рис. 1. Функция распределения ошибок расчета ВНГО (на основе сравнения с шаропилотными данными)

В табл. 6 приведены оценки обеспеченности расчета ЗНГО данным методом с заданной ошибкой $\sqrt{E^2}$ для Леинграда и Котласа.

Для выяснения вопроса о целесообразности использоваия статистических характеристик при расчете_ВНГО по наемным данным было проведено сравнение полученных нами 1* 163 результатов с расчетом по формуле Дубровина [3] $H_p = = 123(t - \tau + \alpha \Delta \tau)$, выполненным по тому же самому материа лу наблюдений для Ленинграда и Котласа. Сравнение средни квадратических погрешностей расчета ВНГО по использує

Таблица

	Вероятность, %									
	л	Ленинград Котлас								
1/	Скорость ветра С, м/сек									
V E ² , M		03		4-	7					
		Погода								
	без осадков	с туманом.	с осадками	без осадков	с осадка ми					
< 50	56.2	56	58	50	71					
≪100 ≪100	-	87	94	95	96					

Таблица

Скорость ветра С, м/сек	Погода	V $\overline{F_{\Pi}^2}$, м	$V\overline{\overline{E}_p^2}, M$	$\mathcal{V}\overline{\overline{E_{\mathcal{I}}^2}}, M$	$\sqrt{\overline{E_p^2}}$, λ
	<u> </u>				
0-3	С осадками	94	61	129	60
		<u> </u>	<u></u>		
	Без осадков	75	48	119	60
	С осадками	88	48	111	. 48
4-7	Без осадков (прожектор) Без осадков (шар-пилот)	68 85	40 39		
>8	Без осадков	80	40		
<i>_</i> 0	С осадками	98	49	127	3 6

иому нами методу и формуле Дубровина, которые призецены в табл. 7; свидетельствует о преимуществе принятого нами метода расчета. Следует, однако, отметить, что необхоцимо проверить устойчивость полученных эмпирических коэффициентов А- и В на независимом материале. При использовании этого метода в других районах коэффициенгы А и В, по-видимому, должны быть откорректированы учетом местных особенностей.

Нам казалось также интересным получить на основе имеощихся у нас материалов наблюдений корреляционную номограмму, характеризующую зависимость ВНГО от скорости зетра и дефицита точки росы, вернее от величины $\Delta t = t - - - \tau + \alpha \Delta \tau$. Были использованы материалы наблюдений обеих станций (всего было использовано более 5000 случаев наблюдений), которые наносились на график, где в точках



скоростью ветра и дефицитом точки росы. Кривые 1, 2, 3 ограничивают области различных градаций ВНГО

с координатами, соответствующими данным значениям скорости ветра и величины Δt , наносились соответствующие значения ВНГО; затем с определенной обеспеченностью были проведены демаркационные линии. Результирующая номограмма приведена на рис. 2. Кривая 1 на этой номограмме ограничивает область, в которой в 70% случаев наблюдались туман или облачность с высотой нижней границы менее 100 м.

В области между кривыми 1 и 2 значения ВНГО в 50% случаев лежат между 100 и 200 м, а между кривыми 2 и с ВНГО была от 200 до 300 м. С помощью этой номограммы можно в первом приближении оценивать прогностическо значение ВНГО при известном прогнозе скорости ветра 1 влажности.

ЛИТЕРАТУРА

 Зак Е. Г., Марфенко О. В. Структура нижней кромки облачног покрова. Труды ЦАО, вып. 7, 1952.
 Гоголева Е. И. Условия возникновения низкой облачности на;

- 2. Гоголева Е. И. Условия возникновения низкой облачности на: ЕТС и возможности ее прогноза. Гидрометеоиздат, Л., 1956.
- 3. Дубровин Л. В. Определение высоты низких облаков по назем ным данным. Метеорология и гидрология, № 9, 1962.
- Честная И. И. Об определении нижней границы облаков по на земным данным. Труды ГГО, вып. 2, 1947.
 Селезнева Е. С. О высоте нижней границы внутримассовых сло
- Селезнева Е. С. О высоте нижней границы внутримассовых сло истых облаков. Труды ГГО, вып. 63, 1956.
- 6. Дунаева А. В. К вопросу о структуре нижней границы слоистой облачности. Труды ГГО, вып. 184, 1966.
- 7. Рубинштейн М. В. О сравнимости высот НГО, измеренных раз личными способами. Труды ГМИ, вып. 7, 1967.
- Абрамович К. Г. Об изменчивости высоты нижней границы обла ков. Метеорология и гидрология, № 5, 1968.
- 9. Каплан С. Н. О временной структуре нижней границы облачности. Труды ЛГМИ, вып. 34, 1968.
- 10. Рубинштейн М. В. Некоторые характеристики изменчивости вы соты нижней границы облаков. Труды ЛМИ, вып. 13, 1967.
- Лайхтман Д. Л., Чудновский А. Ф. Физика приземного слоя атмосферы. Гостехиздат, М., 1948.
- 12. Матвеев Л. Т. Общий курс метеорологии, ч. 1. Изд. ЛКВВИА, 1958.
- Ипполитов А. Н. Об определении высоты облаков по влажности у земли. Метеорология и гидрология, вып. 1, 1964.
- 14. Bernhardt K. Zur Höhenbestimmung der Untergrenze tiefer Wolker aus Bodenwerten. Zeitschrift für Meteorologie. B. 19, Heft 5-6, 1967
- 15. Зверев А. С. Туманы и их предсказание. Гидрометеоиздат, М., 1954.
- 16. Гандин Л. С. Объективный анализ метеорологических полей. Гидрометеоиздат, Л., 1963.

К. Л. Егоров

ВЛИЯНИЕ ВНЕШНИХ ПАРАМЕТРОВ НА ВЕТРОВОЙ ДРЕЙФ ЛЬДА И ХАРАКТЕРИСТИКИ ТУРБУЛЕНТНОСТИ В ПОДЛЕДНОМ СЛОЕ МОРЯ

Будем рассматривать дрейф одиночного ледяного поля как результат динамического взаимодействия трехслойной системы: пограничный слой атмосферы — лед — верхний пограничный слой моря. Для описания динамики пограничных слоев воспользуемся моделью, предложенной в [1]. Тогда, согласно работ [1, 2], задача сводится к решению следующей системы уравнений. Для слоев трения в атмосфере (i = 1) и в море (i = 2):

$$\frac{d}{dz_i}k_i\frac{du_i}{dz_i}+\lambda(v_i-G_{iy})=0; \qquad (1)$$

$$\frac{d}{dz_i}k_i\frac{dv_i}{dz_i} - \lambda \left(u_i - G_{ix}\right) == 0; \qquad (2)$$

$$k_{i}\left[\left(\frac{du_{i}}{dz_{i}}\right)^{2}+\left(\frac{dv_{i}}{dz_{i}}\right)^{2}-\frac{g}{\theta_{i}}\frac{d\theta_{i}}{dz_{i}}\right]-c\frac{b_{i}^{2}}{k_{i}}+ \\ +\alpha_{b}\frac{d}{dz_{i}}k_{i}\frac{db_{i}}{dz_{i}}=0; \qquad (3)$$

$$k_{i} = -2 \times c^{\prime \prime \prime} \frac{\left(\frac{du_{i}}{dz_{i}}\right)^{2} + \left(\frac{dv_{i}}{dz_{i}}\right)^{2} - \frac{g}{\theta_{i}} \frac{d\theta_{i}}{dz_{i}}}{\frac{d}{dz_{i}} \left[\left(\frac{du_{i}}{dz_{i}}\right)^{2} + \left(\frac{dv_{i}}{dz_{i}}\right)^{2} - \frac{g}{\theta_{i}} \frac{d\theta_{i}}{dz_{i}}\right]}$$
(4)

с граничными условиями:

$$\begin{array}{c} u_i |_{z_i \to \infty} = G_{iy} ; \\ v_i |_{z_i \to \infty} = G_{iy} ; \end{array}$$

$$(5)$$

$$\begin{array}{c} u_{i} |_{z_{i} = z_{0i}} = u_{0}, \\ v_{i} |_{z_{i} = z_{0i}} = v_{0}; \end{array} \right\}$$
(6)

$$b|_{z_i = z_{0i}} = \lim_{z \to z_0} c^{-1/2} \cdot k_i \sqrt{\frac{\left(\frac{du_i}{dz_i}\right)^2 + \left(\frac{dv_i}{dz_i}\right)^2}{b|_{z_i \to \infty} \to 0}} = c^{-1/2} \cdot v_{*^1}^2; \quad (7)$$

Для движения льда:

$$\lambda m v_0 + \sum_{i=1}^{2} k_i \rho_i \left. \frac{du_i}{dz_i} \right|_{z_i = z_{0i}} = 0; \qquad (9)$$

$$-\lambda m u_0 + \sum_{i=1}^{k} k_i \rho_i \left. \frac{d v_i}{d z_i} \right|_{z_i = z_{0i}} = 0.$$
(10)

Здесь z_i — вертикальная координата, направленная в атмосфере вверх, в океане — вниз, соответственно от верхней – и нижней поверхностей ледяного покрова; u_i , v_i — составляющие скоростей движения в воздухе (i = 1) и в воде (i = 2); u_0 , v_0 — составляющие скорости дрейфа льда; m = $= \rho_0 \cdot l_0$ — масса льда, отнесенная к единице площади $(l_0$ толщина льда); k_i — коэффициент турбулентности; b_i — кинетическая энергия турбулентных пульсаций; θ_i — потенциальная температура воздуха (i = 1) или плотность воды (i = 2); ρ_i — плотность воздуха или воды; $\lambda = 2\omega_z$ — параметр Кориолиса; $G_1 = G$ — геострофический ветер в атмосфере; в море полагаем $G_2 = 0$; z_{0i} — гидродинамическая шероховатость поверхностей льда; \varkappa , c, α_b — универсальные постоянные; g — ускорение силы тяжести.

Уравнения пограничного слоя (1)—(4) решены численно в работе [1] и результаты решения приведены в виде набора безразмерных универсальных функций, которые позьоляют на основании выражений и формул, приведенных в работах [1, 2], определить десять неизвестных величин: u_0 , v_0 , u_1 , v_1 , u_2 , v_2 , k_1 , k_2 , b_1 , b_2 . При этом внешними параметрами являются: G, m, λ , z_{01} , z_{02} , а также стратификация атмосферы и океана, характеризуемая безразмерным параметром

$$k_{l} = \frac{x^{2} g k_{i}}{\lambda \cdot v_{*}^{2} \cdot \theta_{k}} \cdot \frac{d\theta_{i}}{dz_{i}} , \qquad (11)$$

Параметр Кориолиса примем неизменным $\lambda = 1,4 \cdot 10^{-4} 1/ce\kappa$. Для атмосферы величина параметра страафикации μ_1 , рассчитанная по данным средних многолетних урбулентных потоков тепла, приведенных в [3], для среднего начения геострофического ветра $G = 10 \ m/ce\kappa$ колеблется пределах: $\mu_1 = -2$ — летом, $\mu_1 = +10$ — зимой. Отличие зачений коэффициента дрейфа $A = V_0/V_z$ (V_z — скорость етра на уровне флюгера) при этом составляет менее 3% поэтому с достаточной точностью можно принимать для тмосферы безразличное равновесие $\mu_1 = 0$.



Рис. 1. Зависимость параметра стратификации в море от градиента плотности при различных скоростях дрейфа льда V₀

Для расчета стратификации в подледном слое моря по цанным распределения плотности воды удобно пользоваться юмограммой, приведенной на рис. 1. Номограмма построена

на основании результатов работы [1] в предположении по стоянства вертикального потока массы в слое трени подо льдом.

На рис. 2, 3 приведены зависимости коэффициента дрейф и угла φ между направлением дрейфа $\overrightarrow{V_0}$ и направление ветра $\overrightarrow{V_z}$ от скорости ветра при различных значениях то, щины льда и параметра стратификации в море μ_2 . Как видн из графиков, стратификация в море значительно влияет ка на величину коэффициента дрейфа, так и на угол с На рис. 2 нанесены также значения A и φ , полученные п



Рис. 2. Зависимость коэффициента дрейфа А и угла ф между направлением ветра и направлением дрейфа от скорости ветра (при $l_0 = 3,5$ м). Данные анализа дрейфа станции СП-4 нанесены для А Ф, для фО

данным наблюдений за дрейфом станции СП-4 за авгус 1954 г. [4] (наблюдался свободный дрейф без влияни: окружающих ледяных полей) с учетом постоянного течения выделенного из общего дрейфа на основании результато 170 аботы [5]. Эти данные хорошо согласуются с расчетными ривыми рис. 2 для нулевой стратификации $\mu_2 = 0$ (легнля олщина льда станции СП-4 $l_0 = 3,5 m$).

Ветровой коэффициент дрейфа, согласно используемой годели, является возрастающей функцией скорости ветра отличие от первой линейной модели Д. Л. Лайхтмана [6], де A = const. Качественно эта зависимость близка к резульатам А. И. Фельзенбаума [7], полученным в предположении вадратичной зависимости касательного напряжения на ранице лед—воздух от скорости ветра, и Б. А. Кагана [8], использующего модель с постоянными по вертикали, но заисящими от профиля скоростей ветра и течения коэффициентами турбулентности в пограничных слоях.



Рис. 3. Зависимость коэффициента дрейфа A и угла ф между направлением ветра и направлением дрейфа от скорости ветра (при $l_0 = 1,15$ м)

На основании данных наблюдений за распределением плотности воды подо льдом по глубине, произведенных на дрейфующей станции СП-12, построен сезонный ход угла ф, представленный на рис. 4. При этом принималось, что средняя толщина ледяного покрова имеет минимум в сентябре

.171

 $l_0 = 2$ м и максимум в апреле $l_0 = 3$ м с линейным изменє нием в остальные месяцы года. Как видно из графика, эт расчеты дают удовлетворительное согласование с кривой приведенной в работе [9], которая построена по данным на блюдений за дрейфом льдов в Арктике.



Рис. 4. Сезонный ход угла ф по результатам расчета (пунктирная кривая) и по данным наблюдений [2] (сплошная кривая)

Все приведенные характеристики ветрового дрейфа полу чены при значениях шероховатости, принятых для границь лед—воздух как шероховатость снежной поверхности [10] $z_{01} = 0.5 \, cm$, а для границы лед—вода по работе [11 $z_{02} = 2 \, cm$. Однако зависимости, приведенные на рис. 5, сви детельствуют о заметной чувствительности коэффициента дрейфа к величине шероховатости, особенно на границе лед—воздух z_{01} . Поэтому для сильно торосистых поверхно стей льда возможны значительные отклонения параметрог дрейфа от соответствующих параметров при гладкой снежной поверхности. Изменение угла φ при изменении шероховатости поверхностей льда неощутимо.

На рис. 6 приводится вертикальный профиль характеристик турбулентности в море при скорости дрейфа $V_0 =$ = 5,4 см/сек и $\mu_2 = 0$, где N, F и є представляют собой продукцию, диффузию и скорость диссипации кинетической энергии турбулентных пульсаций соответственно. Как видно основная доля продукции кинетической энергии пульсаций приходится на трехметровый слой воды, непосредственно прилегающий к поверхности льда, и почти полностью балансируется диссипацией энергии, диффузия же представляет 172



Рис. 5. Зависимость коэффициента дрейфа А от шероховатости поверхностей льда z₀₁ и z₀₂: 1-А (zo1) при zo2=2 см; 2-А (zo1) при zo1=0,5 см



почти неощутимую долю всей энергии пульсаний. Коэффи циент турбулентности имеет тот же порядок, что и при ог крытой поверхности океана.

Сравнение рассчитанных величин скорости трения подо льдом

$$v_{*2} = \sqrt{\frac{\tau_2}{\rho_2}}$$

и величины

$$\frac{\sqrt{2b}}{V_0 - V_2(z)} = \frac{(\overline{u'^2} + \overline{w'^2})^{1/2}}{V_0 - V_2(z)}$$

(где u' и w' — скорости горизонтальных и вертикальны) пульсаций соответственно) с данными наблюдений, приве денными в работе [12], проиллюстрировано на рис. 7, 8. Рас



Рис. 7. Вертикальный профиль величины $\sqrt{\tau_2/\rho_2}$ по результатам расчета при $V_0 = 2$ см/сек (сплошные кривые) и по данным наблюдений [13] (× $V_0 = 2.5$ см/сек; • $V_0 = 2.5$ см/сек; • $V_0 = 2.5$ см/сек; • $V_0 = 2.5$ см/сек)

считанные величины дают хорошее совпадение с наблюдаемыми при слабо устойчивой и близкой к безразличной стратификации подледного пограничного слоя. Рассчитанный профиль течения скорости (рис. 9) также хорошо согласуется с данными наблюдений работы [12].



Грубая оценка времени диссипации — отношение полно кинетической энергии в слое трения и скорости диссипации – дает величину около 1 часа, что неплохо согласуется с изве стными численными оценками времени установления скоро сти дрейфа льда.

Все приведенные результаты дают основание полагать что предложенная в [2] нелинейная теория ветрового дрейф дает правильное описание процессов, связанных с ветровым дрейфом, как качественно, так и количественно.

ЛИТЕРАТУРА

- 1. Бобылева И. М., Зилитинкевич С. С., Лайхтман Д. Л Турбулентный режим в термически-стратифицированном планетар ном слое атмосферы. Международный коллоквиум по микро структуре атмосферы и влиянию турбулентности на распростра нение радиоволн. АН СССР, М., 1965.
- 2. Лайхтман Д. Л. Нелинейная теория ветрового дрейфа льда Изв. АН СССР, сер. физика атмосферы и океана, т. IV, № 11 1968.
- Назинцев Ю. Л. Тепловой баланс поверхности многолетнет ледяного покрова в Центральной Арктике. Труды ААНИИ, т. 267 1964.
- 4. Материалы наблюдений дрейфующих станций СП-3, СП-4, 1954-1955 гг., т. І, III. Изд-во «Морской транспорт», Л., 1956, 1957.
- 5. Егоров К. Л. Дрейф ледяного поля при наличии градиентног течения. Труды ЛГМИ, вып. 37, 1969.
- 6. Лайхтман Д. Л. О ветровом дрейфе ледяных полей. Труды ЛГМИ вып. 7, 1958.
- 7. Фельзенбаум А. И. О зависимости ветровых коэффициентог в Арктическом бассейне от скорости ветра и толщины льда. ДАН СССР, серия физическая, т. 164, № 3, 1965.
- Каган Б. А. О термодинамическом взаимодействии в систем море—лед—атмосфера. Труды ГГО, вып. 144/40, 1963.
- 9. Гудкович З. М. Об основных закономерностях дрейфа льдое в центральном полярном бассейне. Материалы конференции пс проблеме «Взаимодействие атмосферы и гидросферы в северной части Атлантического океана», вып. 3-4, 1961.
- 10. Монин А. С., Обухов А. М. Основные закономерности турбуленгного перемешивания в приземном слое атмосферы. Труды Геофизического института, № 24 (151), М., 1954.
- 11. Untersteiner N. and F. Badgley. The roughness parameters o sea ice. J. Geophys Res., 70, 1965.
- Колесников А. Г., Пантелеев Н. А., Иванов В. Н. Экспериментальные исследования турбулентного слоя увлечения пол дрейфующей льдиной. Изв. АН СССР, сер. физика атмосферы и океана, т. 1, № 12, 1965.

Н. М. Лифшиц

ПРОСТАЯ МОДЕЛЬ НЕСТАЦИОНАРНОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ПОГРАНИЧНЫХ СЛОЕВ АТМОСФЕРЫ И ОКЕАНА

В большинстве работ, посвященных исследованию нестаионарных дрейфовых течений, коэффициент турбулентности вляется внешним параметром, задаваемым, как правило, остоянным и неизменным во времени [1-3]. В действительости поле течений и турбулентный обмен тесно связаны зежду собой, изменения скоростей течения сопровождаются зменениями интенсивности турбулентного перемешивания, то в свою очередь влияет на распределение скоростей течеия. Поэтому целесообразно находить профили течения коэффициент турбулентности из решения некоторой совсестной системы дифференциальных уравнений и граничных словий. Такая задача впервые была поставлена в работе 5. А. Қагана [4]: система уравнений гидродинамики для моря сополнялась уравнениями для турбулентной энергии в форие, предложенной Д. Л. Лайхтманом [5], решение этой замнутой системы позволило одновременно определять скоюсти течения и коэффициент турбулентности в море. В каестве граничного условия на поверхности моря в этой зацаче принято условие непрерывности потоков количества цвижения. В настоящее время не существует достаточно надежных способов определения касательного напряжения зетра. Применяемые методы в силу ряда существенных нетостатков не позволяют определить величину касательного необходимой точностью. Однако хорошо апряжения с известно, что касательное напряжение ветра является ре-

2 3ak. 131

зультатом взаимодействия процессов, происходящих в ния нем слое атмосферы и верхнем слое моря. Таким образов наиболее правильным подходом к исследованию нестацис нарных течений, позволяющим не делать никаких предполе жений относительно характера зависимости касательног напряжения ветра от определяющих его параметров, являе: ся решение совместной системы уравнений для пограничног слоя атмосферы и слоя трения моря.

Для нестационарных условий при горизонтально однорог ных пограничных слоях атмосферы и моря можно рассматри вать следующую систему уравнений:

$$\frac{\partial u_1}{\partial t} = -\frac{1}{\rho_1} \frac{\partial P}{\partial x} + lv_1 + k_1 \frac{\partial^2 u_1}{\partial z_1^2}, \\ \frac{\partial v_1}{\partial t} = -\frac{1}{\rho_1} \frac{\partial P}{\partial y} + lu_1 + k_1 \frac{\partial^2 v_1}{\partial z_1^2};$$

(1

(2

$$\frac{\partial u_2}{\partial t} - lv_2 = k_2 \frac{\partial^2 u_2}{\partial z_2^2} ,$$
$$\frac{\partial v_2}{\partial t} + lu_2 = k_2 \frac{\partial^2 v_2}{\partial z_2^2} ,$$

где u_j , v_j — составляющие скорости; k_j — коэффициент турбулентности;

 $l = 2\omega \sin \phi$ — параметр Кориолиса;

ω — угловая скорость вращения Земли;

φ — широта;

 ρ_j — плотность среды; $\frac{\partial P}{\partial x}, \frac{\partial P}{\partial y}$ — горизонтальные градиенты давления.

Ось z_1 направлена вертикально вверх, ось z_2 — вертикально вниз.

Величины с индексом j = 1 относятся к пограничному слою атмоеферы, с индексом $j = 2 - \kappa$ слою трения моря.

Здесь для простоты коэффициенты турбулентности $k_j(z, t)$ заменяются их средними значениями в пограничном слоє атмосферы и в слое трения моря $k_i(t)$.

На верхней границе пограничного слоя атмосферы влияние силы трения на атмосферное движение оказывается на-178

только малым, что им можно пренебречь. Такое движение, ак известно, называется градиентным и описывается в предоложении о горизонтальной однородности уравнениями:

$$\frac{\partial u_{\infty}}{\partial t} = -\frac{1}{\rho_1} \frac{\partial P}{\partial x} + lv_{\infty},$$

$$\frac{\partial v_{\infty}}{\partial t} = -\frac{1}{\rho_1} \frac{\partial P}{\partial y} - lu_{\infty}.$$
(3)

Подставив в формулы (1) градиенты давления, опредеенные из уравнений (3), получим:

$$\frac{\partial (u_1 - u_{\infty})}{\partial t} = l(v_1 - v_{\infty}) + k_1 \frac{\partial^2 (u_1 - u_{\infty})}{\partial z_1^2},$$

$$\frac{\partial (v_1 - v_{\infty})}{\partial t} = -l(u_1 - u_{\infty}) + k_1 \frac{\partial^2 (v_1 - v_{\infty})}{\partial z_1^2}.$$
(4)

При этом мы предположили также, что u_{∞} и v_{∞} постоянны по высоте. Это означает, что термический ветер отсуттвует.

Для квазистационарного движения в свободной атмофере, когда, по оценке работы [5], изменение скорости за зремя 10⁴ сек значительно меньше величины скорости, спразедливы следующие соотношения:

$$u_{\infty} \cong u_g = -\frac{1}{\rho_1 \cdot l} \frac{\partial P}{\partial y} ,$$
$$v_{\infty} \cong v_g = \frac{1}{\rho_1 \cdot l} \frac{\partial P}{\partial x} ,$$

сде u_g и v_g — компоненты вектора геострофического ветра. Система (2, 4) решается при следующих граничных условиях:

при
$$z_1 \rightarrow \infty$$
 $\begin{array}{c} u_1 \rightarrow u_{\infty}, \\ v_1 \rightarrow v_{\infty}; \\ npu \ z_2 \rightarrow \infty \end{array}$ $\begin{array}{c} u_2 \rightarrow 0, \\ v_2 \rightarrow 0. \end{array}$ (5)

179

12*

На поверхности моря выполняется условие непрерывно сти потоков количества движения:

$$\rho_{1} k_{1} \frac{\partial (u_{1} - u_{\infty})}{\partial z_{1}} \bigg|_{z_{1} = 0} = \rho_{2} k_{2} \frac{\partial u_{3}}{\partial z_{2}} \bigg|_{z_{3} = 0},$$

$$\rho_{1} k_{1} \frac{\partial (v_{1} - v_{\infty})}{\partial z_{1}} \bigg|_{z_{1} = 0} = -\rho_{2} k_{2} \frac{\partial v_{2}}{\partial z_{2}} \bigg|_{z_{2} = 0},$$
(6a)

и условие склейки скоростей:

$$\begin{array}{c} u_1 = u_2 |_{z_1 = z_2 = 0} , \\ v_1 = v_2 |_{z_1 = z_2 = 0} . \end{array} \right)$$
(66)

Введя комплексные скорости

$$W_{1} = (u_{1} - u_{\infty}) + i(v_{1} - v_{\infty}),$$

$$W_{2} = u_{2} + iv_{2}, \quad W_{\infty} = u_{\infty} + iv_{\infty})$$

и произведя некоторые преобразования, приведем систему уравнений (2, 4) к виду

$$\frac{\partial W_j}{\partial t} + i l W_j = k_j \frac{\partial^2 W_j}{\partial z_j^2} . \tag{7}$$

Граничные условия перепишутся следующим образом:

при
$$\boldsymbol{z}_{j} = 0$$
 $\begin{array}{c} W_{2} = W_{1} + W_{\infty}, \\ \rho_{1}k_{1} \frac{\partial W_{1}}{\partial z_{1}} = -\rho_{2}k_{2} \frac{\partial W_{2}}{\partial z_{2}}. \end{array}$ (8)

Второе выражение из условия (8) можно записать иначе:

$$k_j \frac{\partial W_j}{\partial z_j} = \frac{\tau(t)}{\rho_j},$$

где $\tau(t) = \tau_x + i\tau_j$ — комплексное касательное напряжение ветра на поверхности моря.

При

$$z_j \to \infty \qquad W_j \to 0.$$
 (9)

Поскольку коэффициенты турбулентности также искомые величины, система (2, 4) не является замкнутой. Для замы-180
ания системы дополним ее уравнениями для турбулентной нергии, проинтегрированными в пределах погранияного лоя атмосферы или слоя трения моря, и соотношениями риближенного подобия А. Н. Колмогорова. При этом гримем, следуя Д. Л. Лайхтману [5], что коэффициенты турулентности k_j и средняя в слое диссипация энергии турбусентности b_j являются функциями среднего масштаба турулентности H_j :

$$\frac{\partial (b_j H_j)}{\partial t} = k_j \int_0^{H_j} \left[\frac{dW_j}{dz_j} \cdot \frac{\Delta W_j^*}{dz_j} \right] dz_j + \varepsilon_j H_j,$$

$$\varepsilon_j = c_1 b_j^{-\varepsilon_j} H_j^{-1}, \ b_j = \frac{k_j^3}{c_j^3 H_j},$$
(10)

де W_j^* — комплексная скорость, сопряженная W_j ;

*c*₁, *c*₂ — некоторые числовые константы, которые находятся на основании эмпирических данных.

Для решения исходного дифференциального уравнения (7) в частных производных применим приближенный дифференциально-разностный метод, так называемый мето (прямых [6]. Для этого разобьем ось времени t на отрезки длиной δt , а ось z оставим непрерывной. Аппроксимируя оператор $\partial/\partial t$ односторонней конечной разностью, получаем систему уравнений для определения составляющих скорости и коэффициентов турбулентности на прямых $t + \delta t$

$$\frac{d^2 W_j^{t+\delta t}}{dz_j^2} - a_j^2 W_j^{t+\delta t} = -\frac{W_j^t}{\delta t}, \qquad (11)$$

где

 $a_j^2 = \frac{1}{k_j^{t+\delta t}} \left(\frac{1}{\delta t} + il \right).$

Соответственно перепишем и граничные условия:

$$z_{j} = 0, \quad W_{2}^{t+\delta t} = W_{1}^{t+\delta t} + W_{\infty}^{t+\delta t},$$

$$k_{j} \frac{\partial W_{j}^{t+\delta t}}{\partial z_{j}} = \frac{\tau^{t+\delta t}}{\rho_{j}},$$

$$z_{1} \to \infty, \quad W_{j}^{t+\delta t} \to 0.$$

$$(12)$$

В начальный момент времени полагаем заданными прс фили скорости ветра, скорости течения и величины коэффи циентов турбулентности:

$$t = 0, \quad \begin{array}{c} W_{f} = W_{0j}, \\ k_{j} = k_{0j}. \end{array}$$

Решение уравнения (11) при соответствующих гранич ных условиях (12), отнесенное к моменту времени $t + \delta i$ имеет вид

$$W_{j}^{t+\delta t} = \frac{\tau^{t+\delta t} e^{-a_{j} z_{j}}}{a_{j} k_{j}^{t+\delta t} \rho_{j}} + \frac{1}{a_{j} k_{j}^{t+\delta t} \delta t} \left[e^{-a_{j} z_{j}} \int_{0}^{\infty} W_{j}^{t} \operatorname{ch} a_{j} \zeta d\zeta + \int_{t}^{\infty} W_{j}^{t} \operatorname{sh} a_{j} (z_{j} - \zeta) d\zeta \right].$$
(13)

Выражения для τ/ρ, можно найти из условий (12)

$$\frac{\tau^{t+\delta t}}{\rho_1} = \frac{a_1 k_1^{t+\delta t} W_{\infty}^{t+\delta t}}{1+\gamma} + \frac{1}{\delta t} \left[\int_0^\infty W_1^t e^{-a_1 \zeta} d\zeta - \sqrt{\frac{k_1}{k_1}} \int_0^\infty W_2^t e^{-a_2 \zeta} d\zeta \right],$$

где

 $\gamma = \frac{\rho_1}{\rho_2} \left[\sqrt{\frac{k_1}{k_2}} \right]^{t+\delta t}.$

Уравнение для турбулентной энергии также решаем с помощью метода прямых. Подставим выражения для ε_j и b_j в уравнение (10) и заменим производную по времени односторонней разностью. Отождествим H_j с толщиной пограничного слоя. Тогда, используя для определения H_j извесгное соотношение Экмана $H_j = \pi \sqrt{\frac{k_j}{\omega_z}}$, получим: $(\pi c_2)^2 \frac{\delta t}{\omega_z} \left[\frac{dW_j}{dz_j} \cdot \frac{dW_j^*}{dz_j} \right]^{t+\delta t} = \left(1 + \frac{c_1 \omega_z \delta t}{\pi^2 c_2} \right) - \left(\frac{k_j^t}{k_j^{t+\delta t}} \right)^{3/2}$, (14) где $\left[\frac{dW_j}{dz_j} \cdot \frac{dW_j^*}{dz_j} \right]^{t+\delta t} = \frac{1}{H_j^{t+\delta t}} \int_0^{H_j^{t+\delta t}} \left[\frac{dW_j}{dz_j} \cdot \frac{dW_j^*}{dz_j} \right]^{t+\delta t} dz_j$.

Таким образом, система уравнений (13, 14) с соответстующими граничными и начальными условиями позволяет пределить неизвестные величины W_j (а, следовательно, u_i и v_j) и k_j .

Для исследования реакции дрейфового течения и турбуіентности в верхнем слое моря на изменение атмосферных исловий был выполнен следующий численный эксперимент (алгоритм реализован на ЭВМ «Раздан-2»). Предполагается, ито в начальный момент времени атмосфера и океан нахоцятся в покое. Затем скорость градиентного ветра скачком меняется до 4 м/сек ($u_{\infty} = 4$ м/сек, $v_{\infty} = 0$) и в дальнейшем остается постоянной.

Расчет u_j , v_j , k_j на каждом шаге, который принимался равным $\delta t = 30$ мин, проводился методом последовательных приближений по k_j . Числовые константы принимались равными $c_1 = 1,0$; $c_2 = 10^{-2}$ [4], параметр Кориолиса $\lambda = 10^{-4}$ се κ^{-1} . Время установления процесса определялось по разности модулей скорости на последующем и предыдущем шагах: если модуль разности между ними не превосходил некоторого ε , движение считалось установившимся.

Результаты расчета представлены на рис. 1-4.



Рис. 1. График установления коэффициентов турбулентности для пограничного слоя атмосферы (k₁) и слоя трения моря (k₂)

Как видно, наиболее резкие изменения характеристик движения в атмосфере и океане происходят в течение первых 5—7 часов с момента возникновения движения. Интересен ход модуля касательного напряжения трени со временем (рис. 2): резкое возрастание от нуля до макси мума (3,2 $\partial u \mu/c m^2$), а начиная с t = 4 час модуль касатель ного напряжения остается практически постоянным и равным $|\tau| = 1,2 \ \partial u \mu/c m^2$. Изменение ветра повторяет ход касатель ного напряжения трения (рис. 2). Достигая максимум



Рис. 2. Развитие во времени касательного напряжения трения и модуля скорости ветра в пограничном слое атмосферы

в первые полчаса после возникновения движения, модуль скорости ветра в течение последующих 3—4 часов резко уменьшается, затем вновь наблюдается его возрастание, на этот раз более медленное, до полного установления. Амплитуда колебаний модуля тем меньше и время достижения максимального значения тем больше, чем выше рассматриваемая высота.

Вектор скорости ветра с высотой вращается по часовой стрелке, приближаясь к направлению градиентного ветра. Величина угла отклонения ветра от градиентного, увеличи-184 аясь в первые 5—7 часов после возникновения движения, атем плавно стремится к некоторому постоянному значению. Івижение в пограничном слое атмосферы можно считать становившимся через 15—20 часов после его возникновеия. Полный угол поворота составляет ~ 40°.









На рис. 4 показаны зависимости от времени модуля ско рости течения и угла отклонения течения от направлени градиентного ветра. Вектор скорости течения испытывае правое вращение с глубиной; модуль вектора с глубино уменьшается. Течение можно считать установившимся чере 20—25 часов после его возникновения.

Характеристики турбулентности приспосабливаются к из менениям внешних условий значительно быстрее, чем скорс сти течений. Коэффициенты турбулентности практически пс стоянны уже через 3—4 часа после возникновения движения

ЛИТЕРАТУРА

- 1. О Змидов Р. В. Чисто дрейфовое течение, обусловленное прои: вольным периодическим ветром. Труды ИОАН, т. 38, 1961.
- 2. Беляев В. С. К теории периодических ветровых течений в однородном море. Изв. АН СССР, сер. физика атмосферы и океана, т. № 4, 1966.
- 3. Никифоров Е. Г. К теории нестационарных ветровых течени в условиях сильно переслоенного моря. Труды ААНИИ, т. 21 вып. 1, 1961.
- Каган Б. А. О реакции дрейфовых течений и турбулентности в верлем слое моря на изменение касательного напряжения ветра. Из АН СССР, сер. физика атмосферы и океана, т. 4, № 9, 1968.
- 5. Лайхтман Д. Л. Физика пограничного слоя атмосферы. Гидромтеоиздат, Л., 1961.
- 6. Годунов С. К., Рябенький В. С. Введение в теорию разнос ных схем. Физматгиз, М., 1962.

В. И. Воробьев, В. М. Радикевич

•АСЧЕТ НОМОГРАММ ДЛЯ ПРИБЛИЖЕННОЙ ОЦЕНКИ ПОТОКОВ ДЛИННОВОЛНОВОЙ РАДИАЦИИ В АТМОСФЕРЕ

Потоки длинноволновой радиации играют важную роль формировании температурного режима атмосферы. Помимо грямых методов определения этих потоков, основанных на использовании радиационных зондов, широкое распростратение получили расчетные методы. Не останавливаясь на еории вопроса, достаточно подробно изложенной, например [1], напомним только некоторые ее особенности. Для упроцения расчетов часто вместо коэффициента поглощеия a_{λ} используется интегральная функция пропускания D, соторая может быть описана аналитически. Связь между a_{λ} t D определяется следующим соотношением:

$$D(\xi) = \frac{\int_{0}^{2\pi} d\varphi \cdot \int_{0}^{\pi/2} \sin \vartheta \cdot \cos \vartheta \cdot d\vartheta \cdot \int_{0}^{\infty} e^{-\frac{a_{\lambda} \cdot \xi}{\cos \vartheta}} \cdot I_{\lambda}(\mathbf{7}) d\lambda}{E(\mathbf{7})}, \quad (1)$$

де $\xi = \int_{0}^{\xi} \rho_{\pi} \sqrt{\frac{P}{1000}} dz$; ρ_{π} — плотность водяного пара; P — (авление; ϑ — угол между направлением радиации и нормалью к площадке; φ = азимутальный угол; $I_{\lambda}(T)$ — отноиение коэффициента излучения к коэффициенту поглощения; f(T) — поток черного излучения.

С учетом (1) можно получить следующие выражения для определения потоков длинноволновой радиации (А — на правленного вниз, В — направленного вверх):

$$A(m) = -\int_{m}^{M} E(T) \cdot dD(u-m), \qquad (2)$$

где

T = T(u);

$$B(m) = \overline{a} \cdot E(T_0) \cdot D(m) + \int_0^m E(T) \cdot dD(m-u) -$$

$$-(1-\overline{a})\cdot\int_{0}^{M}E(T)\cdot dD(u+m),$$

где.

$$T_{0} = T(m)|_{m=0};$$

$$m = \int_{0}^{z} \rho_{n} \cdot dz, \int_{a}^{a} M = \int_{0}^{\infty} \rho_{n} \cdot dz, \int_{a}^{\infty} Q_{n} \cdot dz, \int$$

(8

а — среднее значение коэффициента поглощения на деятель ной поверхности.

Итак, для определения потоков длинноволновой радиа ции нужно знать распределение по высоте температури и влажности воздуха и функцию пропускания. Воспользуем ся интегральной функцией пропускания, определенной в [Є по экспериментальным данным,

$$D(\xi) = 0,471 \cdot e^{-0,696 \cdot \sqrt{3}} + 0,529 \cdot e^{-8,94 \cdot \sqrt{\xi}} .$$
 (5)

Эта функция учитывает поглощение не только водяным паром, но и углекислотой. Именно с учетом этой зависимості в свое время [6] были построены радиационные номограммы позволяющие определить потоки длинноволновой радиаци 188 ри известных распределениях по высоте температуры влажности воздуха. В дальнейшем было получено новое ыражение для функции пропускания [4].

Требуемые для расчета потоков длинноволновой радиаии вертикальные профили температуры и влажности могут ыть получены путем зондирования атмосферы. Последнее, ак известно, осуществляется систематически в основном олько над сушей, для океана оно производится только с коаблей погоды. Специальные научно-исследовательские суда, ак правило, выполняют эпизодические наблюдения, разросанные по большому району. В этих условиях над океаом (а также над сушей с редкой сетью аэрологических танций) трудно вести систематический учет притока длииоволновой радиации на разных высотах в атмосфере. Учет казанного притока безусловно важен при составлении чисенного прогноза погоды и понимании механизма общей цируляции атмосферы. Кроме того, существует ряд задач, коорые также требуют хотя бы приближенной оценки притока линноволновой радиации. К числу их в первую очередь ожно отнести задачи трансформации воздушной массы. ама постановка этих задач исключает возможность испольэвания вертикальных профилей температуры и влажности, оторые являются искомыми характеристиками.

Перечисленные выше задачи указывают на желательость определения притоков длинноволновой радиации по анным приземных наблюдений. Сеть этих наблюдений знаительно гуще, над морем же имеются сводки таких наблюений, выполняемых в 12 часов по Гринвичскому времени семи кораблями [7]. Приземные наблюдения температуры оздуха широко используются в эмпирических формулах для пределения излучения поверхности и атмосферы и для расета радиационного баланса подстилающей поверхности [2].

[3] была сделана первая попытка теоретического расчета рфективного излучения у поверхности земли только по приемным данным. Результаты расчета были представлены виде номограмм, позволяющих определить противоизлучеие атмосферы и эффективное излучение у поверхности земи только по приземным величинам температуры и влажноги воздуха. В указанном расчете была использована функия пропускания в виде выражения (5), распределение темературы с высотой задавалось в виде

$$T = T_0 - \gamma - z$$

(6) 189 $(T_0$ — температура у поверхности земли, $\gamma = 0.6^{\circ}/100$ м), дл. распределения влажности использовалась эмпирическая за висимость

$$q = q_0 \cdot 10^{-\frac{2}{11,2} - \frac{2^*}{62}}, \qquad (7)$$

связь давления с температурой задавалась соотношение:

$$\left(\frac{P}{P_0}\right) = \left(\frac{T}{T_0}\right)^{g/R\cdot\gamma},\qquad (\xi$$

где q_0 — удельная влажность у поверхности земли; z — вы сота в километрах; P_0 — давление у поверхности земли g — ускорение силы тяжести; R — универсальная газовая пс стоянная. Как показала проверка для условий Куйбышев [2], рассчитанные по графику Ковалевой величины эффектие ного излучения лучше совпадают с наблюденными, чем ве личины, полученные по эмпирическим формулам. Для срених условий атмосферы график Ковалевой дает хороши результаты, в остальных случаях ошибка не превышает 15– 20%. Оказалось, что в среднем ошибка, получаёмая пр расчете по графику Ковалевой, совпадает с ошибкой расчет по теоретической формуле Кондратьева [5].

Целью данной работы является основанный на использс вании соотношений (2)—(8) расчет номограмм для опреде ления потоков длинноволновой радиации на уровне разны изобарических поверхностей: 1000, 900, 850, 700, 600, 500 400, 300, 200, 100, 40 *мб*, а также притоков длинноволново радиации в слои между соседними изобарическими поверу ностями. Такой расчет был выполнен на ЭВМ БЭСМ-4 дл различных сочетаний температуры и влажности у подсти лающей поверхности. Температура воздуха задавалась в ин тервале от —30 до +30°С через 5°, а влажность в интер вале 2—20 $\epsilon/\kappa\epsilon$, через 2 $\epsilon/\kappa\epsilon$. При этом рассчитанные вели чины потоков и притоков лишены физического смысла дл случаев, когда относительная влажность на данной высот больше 100%.

При анализе и использовании полученных характеристи следует помнить, что они рассчитаны для безоблачных услс вий в атмосфере с некоторым средним распределением тем пературы и влажности. Прежде чем переходить к анализу рассчитанных номорамм, укажем на их недостатки. Главным, конечно, являетя то, что возможны большие ошибки при расчете потоков радиации на высотах, удаленных от поверхности земли. Возикновение этих ошибок связано с тем, что потоки радиации на данном уровне в первую очередь определяются распреселением температуры и влажности вблизи этого уровня. Использованные нами соотношения (6), (7) описывают олько какие-то средние условия и могут заметно искажать аспределение температуры и влажности по высоте. Вторым е менее важным недостатком является использование устаевшей зависимости (5). Последнее объясняется желанием соранить возможность сопоставления с расчетом по номорамме работы [6].

По результатам расчета были построены номограммы ля определения потоков A, B и их разности $B - A = E_{ab}$ а всех указанных изобарических уровнях. На рис. 1 а, б качестве примера приводятся номограммы для расчета А В на уровнях 850 и 500 мб. Хорошо видно, что нисходящий оток А увеличивается с ростом температуры и влажности оздуха у поверхности земли, тогда как восходящий поток В меньшается с понижением температуры и увеличением лажности. Зависимость А от температуры увеличивается о мере роста температур То, например на 850 мб поверхости увеличения потока А при изменении температуры т —30 до —15°C равно увеличению потока при изменении емпературы от +20 до +30°С. С увеличением высоты заисимость от изменения То ослабевает, тогда как зависиость от q_0 практически остается неизменной. Восходящий оток сильнее зависит от То в области положительных темератур. С увеличением высоты ослабевает зависимость В т T_0 и усиливается зависимость от q_0 . Характер вертикалього распределения A и B для $T_0 = 0$, $+10^{\circ}$ C и $q_0 = 4 \ s/\kappa c$ оказан в изобарической системе координат на рис. 2. Восодящий поток линейно увеличивается до высоты 400 мб, потом остается почти постоянным.

На рис. З показана зависимость эффективного излучения —A на уровнях 850 и 500 мб от температуры и влажности поверхности земли. Величина B—A увеличивается при увеичении температуры и уменьшается при увеличении влажости. Зависимость от температуры уменьшается с понижеием температуры и увеличением влажности. Зависимость





а-поверхность 850 мб; б-поверхность 500 мб. Для определения А пользоваться сплошной линией температур, для определения В-пунктирной

эт влажности сперва увеличивается, а потом уменьшается : ростом высоты. Несомненный интерес представляет возможность определения по наземным данным притока тепла за счет длинноволновой радиации в слои разной толщины. На основании выполненного расчета были построены номораммы для определения этого притока тепла в слои между



Рис. 2. Зависимость нисходящего (кривые 1, 2) и восходящего (кривые 3, 4) потоков длинноволновой радиации от высоты $(q_0 = 4 \ e/\kappa z):$ $I - T_0 = 10^\circ \text{C}; \ 2 - T_0 = 0^\circ \text{C}; \ 3 - T_0 = 10^\circ \text{C}; \ 4 - T_0 = 0^\circ \text{C}$

зсеми стандартными изобарическими поверхностями. В канестве примера на рис. 4 *a*, *б* приведены номограммы для расчета притока тепла в слои 1000—850 мб и 850—500 мб. Приток тепла в слои 1000—850 мб увеличивается с ростом T_0 и q_0 , причем зависимость от температуры возрастает по мере роста температуры. До $q_0 = 8 \ e/\kappa e$ наблюдается почти инейная зависимость притока от $\lg q_0$, при больших значениях q_0 приток почти не зависит от удельной влажности. Приток тепла в слой 850—500 мб также увеличивается с ростом температуры, причем зависимость от температуры возрастает при росте T_0 . Зависимость от влажности обратная: 2 ростом удельной влажности до $q_0 = 8 \ e/\kappa e$ приток тепла 3 зак. 131

à

линейно уменьшается с увеличением $\lg q_0$, при бо́льших зна чениях q_0 приток слабо зависит от q_0 .

На рис. 5 показана зависимость притока в слои толщи ной 100 мб от высоты (в изобарической системе) и темпера туры T_0 для $q_0 = 4 \ e/ke$. Начиная с высоты 300 мб прито тепла слабо зависит от температуры у поверхности земли.



Рис. 3. Зависимость $E_{s\phi} = B - A$ от температуры и удельной влажности у поверхности земли: 1-для поверхности 850 мб; 2-для поверхности 500 мб

На основании рассчитанных притоков тепла на различ ных изобарических уровнях можно определить температуру лучистого равновесия:

$$2E = A + B,$$

$$f_{a,p} = \sqrt[4]{\frac{A + B}{2\sigma}},$$

где о постоянная Стефана Больцмана. Для расчета тем пературы лучистого равновесия использовались только т 194



а-в слой 1000-850 мб; б-в слой 850-500 мб

случан, которые давали r < 100%. В качестве примера можно указать рис. 6, на котором представлено сравнение профиля температуры лучистого равновесия $T_{n.p}$ и профиля температуры, использованной для расчета, T_z (для $q_0 = 6 \ e/\kappa e$, $T_0 = 10, 20, 30°$ C). Хорошо видно, что до высоты 10 км $T_{n.1}$ меньше заданной температуры в среднем на 10—15° C, максимальное расхождение наблюдается на высоте около 7 км. Расхождение между $T_{n.p}$ и T_z уменьшается по мере уменьшения температуры и роста влажности у поверхности земли.



Рис. 5. Зависимость притока длинноволновой радиации в слой толщиной 100 *мб* от высоты $(q_0 = 4 \ z/\kappa z)$: $1 - T_0 = 10^{\circ}$ C; $2 - T_0 = 0^{\circ}$ C; $3 - T_0 = -10^{\circ}$ C

Рассчитанные по построенным номограммам потоки и притоки длинноволновой радиации были сопоставлены с расчетами, выполненными в работе [8]. В указанной работе для расчета были использованы осредненные по 10° широтным зонам северного полушария величины температуры и влажности воздуха на основных изобарических поверхностях (величины получены для среднего месяца каждого сезона). На рис. 7 сравниваются величины эффективного излучения на поверхности 500 $м \delta$ — в целом совпадение величин вполне удовлетворительное (хорошо совпадают величины $E_{эф}$ для лета и хуже для зимы). Для остальных изобарических по-

верхностей рассчитанный по климатическим данным поток оказывается систематически ниже рассчитанного по номограммам. Для низких широт это различие довольно небольшое, но оно постепенно увеличивается с увеличением широты.



Рис. 6. Сравнение вертикального распределения. температуры лучистого равновесия и среднего распределения температуры: 1', 2', 3'-температура лучистого равновесия; 1, 2, 3-средняя температура; 1, 1'-T₀=30°C; 2, 2'-T₀=20°C; 3, 3'-T₀=10°C

На рис. 8 *а*, б показаны результаты сравнения рассчитанных по климатическим данным изменений температуры слоя $\left(\frac{\Delta T}{\Delta t}\right)_{\kappa_{R}}$ и величин изменений, определенных по номограммам $\left(\frac{\Delta T}{\Delta t}\right)_{\mu}$ для слоя 1000—850 мб и 700—500 мб. В целом совпадение расчетов довольно хорошее, различие увеличивается с увеличением широты и от лета к зиме. Для других

слоев наблюдается некоторое систематическое расхождение расчетов: в слое 850—700 мб $\left(\frac{\Delta T}{\Delta t}\right)$ примерно на 40% больше $\left(\frac{\Delta T}{\Delta t}\right)$, в слое 500—300 мб $\left(\frac{\Delta T}{\Delta t}\right)$ примерно на 30% меньше $\left(\frac{\Delta T}{\Delta t}\right)$, наконец, в слое 300—200 мб $\left(\frac{\Delta T}{\Delta t}\right)$. меньше $\left(\frac{\Delta T}{\Delta t}\right)$ на 25%. ■ 1Ô E300 KA KAAICM 2 MUH 20 ۵۵ 30 oʻ 30 0.25 400 020 810 0 40 0 60 070 02 ∆3 060 m 4 0,20 50 🔔 60 60 070 0.20 0,25 Езар. н кал/см²мин

> Рис. 7. Сравнение эффективного излучения на высоте 500 мб, рассчитанного по климатическим данным $E_{эф, кл}$ и по номограммам $E_{эф, H}$ (цифры — широта):

1-январь; 2-июль; 3-апрель; 4-октябрь

В целом построенные номограммы, несмотря на большую схематизацию, сделанную при их расчете, могут представлять интерес для приближенных оценок потоков и притоков длинноволновой радиации на различных высотах в атмосфере по заданным приземным величинам температуры и влажности.



Рис. 8. Сравнение радиационного изменения температуры в слоях атмосферы, рассчитанного по климатическим данным $\left(\frac{\Delta T}{\Delta t}\right)_{R,n}$ из работы [8] и по номограммам. $\left(\frac{\Delta T}{\Delta t}\right)_{H}$ (цифры — широта): a-слой 1000-850 мб; 6-слой 700-500 мб; 1-январь; 2-июль; 3-апрель; 4-октябрь

Авторы благодарны Д. Л. Лайхтману за полезные обсуждения в ходе выполнения работы, а также В. А. Самойленко и В. Д. Пуздриченко за помощь, оказанную при выполнении расчетов и построении номограмм.

ЛИТЕРАТУРА

- 1. Гандин Л. С., Лайхтман Д. Л., Матвеев Л. Т., Юдин М. И. Основы динамической метеорологии. Гидрометеоиздат, Л., 1955.
- Гандин Л. С., Калиновский А. Б., Лайхтман Д. Л., Сапоцько Е. А., Шленева М. В. О некоторых особенностях баланса длинноволновой радиации для Куйбышева. Труды ЛГМИ, вып. 4, 1956.
- Ковалева Е. Д: О расчете эффективного излучения земной поверхности и противоизлучения атмосферы. Труды ГГО, вып. 27, 1951.
- 4. Ковалева Е. Д., Шехтер Ф. Н. Влияние стратификации атмосферы на радиационный приток тепла. Труды ГГО, вып. 187, 1968.
- 5. Кондратьев К. Я. Перенос длинноволнового излучения в атмосфере. ГИТТЛ, Л., 1950.
- 6. Шехтер Ф. Н. К вычислению лучистых потоков тепла в атмосфере. Труды ГГО, вып. 22, 1950.
- 7. Daily series Sinoptic Weather maps, part II, USA.
- 8. Rodgers C. D. The radiative heat budget of the troposphere. Massachusetts Institute of Technology. Cambridge report, NoA2, 1967.

Э. Л. Подольская, В. А. Самойленко

ВЛИЯНИЕ ПРОЕКТИВНОГО УВЕЛИЧЕНИЯ ОБЛАЧНОСТИ К ГОРИЗОНТУ НА СРЕДНИЙ НАБЛЮДАЕМЫЙ БАЛЛ ОБЛАЧНОСТИ И ПЛАНЕТАРНОЕ АЛЬБЕДО ЗЕМЛИ

расчетах радиационного баланса распределение При блачности по небосводу обычно предполагается равномерям, а степень закрытости небосвода считается пропорциоэльной среднему баллу облачности, определенному наблютелем на земной поверхности. Предположение о равномерэм распределении облачности представляется наиболее азумным приближением в тех случаях, когда фактическое аспределение облачности неизвестно, например при клиатологических расчетах или в задачах прогноза, когда блачность является прогнозируемым элементом. Действиэльно, в случае горизонтально однородной земной поверхэсти нет никаких причин для возникновения систематичекой неоднородности облачного покрова и в среднем, статигически, распределение облачности по небосводу может ыть только равномерным.

Однако эти рассуждения справедливы по отношению истинному распределению облачности в некотором сфериеском слое, но не по отношению к распределению облачноги, фиксируемому наблюдателем на земной поверхности. обратимся к рис. 1, на котором в виде параллеленипедов хематически изображена облачность, равномерно распредеенная в некотором сферическом слое атмосферы. Высота тдельных облачных элементов равна h, боковая грань осноания l, расстояние между облачными элементами L. Тогда

истиный балл облачности в сферическом слое (совпадающ с баллом облачности в зените)



Рис. 1. Схематическое изображение равномерно распределенной по небосводу облачности при наблюдении с земной поверхности

С ростом зенитного расстояния балл облачности, фикс руемый наблюдателем в точке *O*, увеличивается, посколы в просветы между основаниями облаков видны боковые п верхности соседних облаков и, следовательно, площадь пр светов уменьшается. Предполагая, что угловые размер облачных элементов невелики и что атмосферу практическ можно считать плоско-параллельной, для балла облачност наблюдаемого в направлении ϑ , получим выражение

$$n(\vartheta) = \frac{10(AB + CD)}{AB + CD} = \frac{10(l\cos\vartheta + h\sin\vartheta)}{l\cos\vartheta + L\cos\vartheta} = n_0(1 + \beta \lg\vartheta), ($$

rge $\beta = \frac{h}{l}$.

Формула (2) правильно описывает эффект проективног увеличения облачности к горизонту до тех пор, пока про светы между облачными элементами не закроются полностьн После этого истинный балл облачности будет оставатьс равным 10, тогда как формула (2), механически суммирук щая проекции, дает величину, большую 10. 202 Зависимость местного балла облачности от зенитного гла при различных значениях n_0 и β представлена на рис. 2. ак видно из рисунка, кривые $n(\vartheta)$ плавно стремятся к наыщению и имеют излом при достижении $n(\vartheta) = 10$. По-виимому, чрезвычайная сложность эмпирической формулы, поученной Вайсала [1], объясняется именно стремлением писать кривую с изломом одной гладкой аналитической ункцией.





Наблюдатель в точке О на глаз проводит осреднение по енитным углам в от 0 до 75—80° (поскольку в инструкции екомендуется не учитывать облачность, расположенную иже 10—15° над горизонтом). В таблице приводятся значеия среднего балла облачности, полученные путем интегри-203 рования по всем телесным углам, в зависимости от ho и β

$$\overline{n'} = \frac{\int_{0}^{75^{\circ}} n(\vartheta) \sin \vartheta \, d\vartheta}{\int_{0}^{75^{\circ}} \sin \vartheta \, d\vartheta}$$

Величина $\beta = \frac{\hbar}{l}$ задавалась параметрически в разумны пределах.

β	$n_0 = 0,2$	$n_0=0,4$	$n_0 = 0,6$	$n_0 = 0.8$
2,0	7,32	9,45	9,92	9,98
1,0	5,40	8,52	9,68	9,98
0,5	3,76	7,14	9,16	9,91
0,1	2,36	4,70	7,06	9,14

Средний балл облачности, фиксируемый наблюдателем-

Как видно из таблицы, средний балл облачности, фикси руемый наблюдателем на земной поверхности, оказывается значительно больше, чем балл облачности в зените (т. е. ис тинный бал облачности в сферическом поле атмосферы) Разница особенно велика в случае небольшого количества облачности с мощным вертикальным развитием.

В связи с вышенэложенным встает вопрос о том, какой балл облачности следует использовать при радиационных расчетах. При расчете таких сравнительно изотропных ве личин, как рассеянная радиация, противоизлучение атмо сферы или эффективное излучение, можно пользоваться средним наблюдаемым баллом облачности (учитывающим проективный эффект), хотя иногда это может привести к не которым ошибкам. Однако это совершенно недопустимо для расчета суточных сумм прямой солнечной радиации, так ка здесь осреднение следует производить не по всему небосводу а с учетом фактических зенитных углов Солнца. Особенна велика ошибка в тех случаях, когда Солнце в течение сутої не поднимается высоко над горизонтом и, следовательно для солнечных лучей средний балл облачности оказывается

ачительно выше. Рассматриваемый эффект представляет итерес также с точки зрения расчета планетарного альбедо эмли по отношению к солнечным лучам.

Нетрудно показать, что и в этом случае угловое распреэление облачности описывается формулой (2), где угол () считывается от линии, соединяющей центры Земли Солнца. Однако средний балл облачности по всему полуарию в данном случае определяется осреднением не по поусфере, а по площади поперечного сечения Земли, перпендиулярной к солнечным лучам



Различие весовых функций, входящих под знак интеграла формулах (3) и (4), приводит к некоторой разнице между еличинами n' и n''. Средний балл облачности, необходимый ля расчета планетарного альбедо Земли, оказывается неколько ниже, чем средний балл облачности, фиксируемый аблюдателем на земной поверхности. Правда, количествено.этот эффект невелик. Кроме того, предположение о равноцерном распределении облачности, вполне разумное в случае аземных наблюдений для периодов осреднения порядка уток, для всего освещенного полушария не может считаться праведливым даже по отношению к среднему многолетнему јаллу облачности.

Таким образом, средний балл облачности, используемый ри расчетах радиационного баланса, не может быть отожцествлен со средним баллом облачности, фиксируемым наблюдателем на земной поверхности. В зависимости от геоистрии задачи должна быть введена соответствующая погравка, наиболее существенная для расчета таких величин, сак суточные суммы солнечной радиации и продолжительность солнечного сияния.

ЛИТЕРАТУРА

Кондратьев К. Я. Лучистый теплообмен в атмосфере. Гидрометеоиздат, Л., 1956, стр. 303.

(4)

Т. М. Анисимова, В. Е. Михайлов Э. Л. Подольская, В. Г. Терещени

РАСЧЕТ ИНТЕГРАЛЬНОЙ ФУНКЦИИ ПРОПУСКАНИЯ Для водяного пара и исследование ее зависимости от давления и температурь

1. Введение

При расчетах потоков и притоков длинноволновой ради: ци в атмосфере широко используется интегральная фунция пропускания D или излучательная способность 1-IОднако зависимость контура линий поглощения от давлени и температуры и интенсивности линий от температуры, н: ряду с неоднородностью давления и температуры на пут луча в атмосфере, ставит под сомнение возможность исполн зования интегральной функции пропускания вообще или, п крайней мере, интегральной функции пропускания, рассчи танной на основе лабораторных спектральных данны [1-5].

С одной стөроны. экономия времени расчета в результат применения интегральной функции пропускания, в противс положность расчетам спектральных потоков с последующи интегрированием по спектру, настолько велика, что отка заться от использования интегральной функции пропускани при радиационных расчетах, например в задачах по обще циркуляции атмосферы в настоящее время попросту невоз можно. С другой стороны, возможность уточнения интеграль ной функции пропускания по мере получения новых спек тральных данных, не прибегая к трудоемкой процедуре предложенной в работе [5], также представляется весьма за манчивой.

Целью настоящей работы является подробное исследовате зависимости интегральной функции пропускания от давния и температуры сначала для однородного (а затем для неоднородного) оптического пути с тем, чтобы учесть у зависимость путем введения тех или иных поправок к ингральной функции пропускания, рассчитанной на основе вбораторных спектральных измерений при нормальных ловиях. Интегральная функция пропускания для различих давлений и температур среды и источника рассматриилась с помощью статистической модели полос поглощения с спектральными параметрами, заимствованными из работ

, 6, 7]. Расчеты функции пропускания с помощью моделей, эможно, дают менее точные абсолютные значения по сравию с непосредственным интегрированием эксперименильных данных для отдельных спектральных интегралов, э зато они представляют огромные преимущества с точки эения анализа полученных результатов, а также в отношеи возможности экстраполяции в область давлений и темэратур, для которых эксперимент не проводился. Кроме эго, спектральные параметры, приведенные в исключительэ подробных и обстоятельных работах [5—7], по-видимому, редставляют собой наиболее точное обобщение имеющихся настоящий момент результатов эксперимента и квантовоеханических расчетов.

2. Методика расчета

Согласно статистической модели функция пропускания ля интенсивности радиации в ограниченном спектральном нтервале $D(\vartheta, \Delta \lambda_i)$ выражается формулой

$$D(\vartheta, \Delta\lambda_i) = \exp\left[-\frac{\sigma_i \,\overline{m}_i \sec \vartheta}{\delta_i} \left(1 + \frac{\sigma_i \,\overline{m}_i \sec \vartheta}{\pi \alpha_{0i} \,\overline{\Phi}_i}\right)^{-\frac{1}{2}}\right], \quad (1)$$

де ϑ — зенитный угол; $\Delta \lambda_i$ — рассматриваемый интервал лин волн; σ_i , α_{0i} , δ_i — средние значения интенсивности, олуширины линий и расстояния между центрами линий, оответственно, для данного спектрального интервала при ормальных давлении и температуре; $\overline{m_i}$ — эффективная иасса; $\overline{\Phi}_i$ — эффективное среднее давление.

Согласно приближению Куртиса-Годсона:

$$\overline{m}_{i} = \int \varphi_{i}(\theta) \, dm,$$

$$\overline{m}_{i} \, \overline{\Phi}_{i} = \int \Phi \, \psi_{i}(\theta) \, dm \, ,$$

где m_i и $\overline{\Phi_i}$ — различны для разных спектральных интере лов, так как различны $\varphi_i(\theta)$ и $\psi_i(\theta)$:

$$\varphi_{i}(\theta) = \exp \left[a_{i}(\theta - 260^{\circ}) + b_{i}(\theta - 260^{\circ})^{2}\right], \\ \psi_{i}(\theta) = \exp \left[a_{i}(\theta - 260^{\circ}) + b_{i}'(\theta - 260^{\circ})^{2}\right]; \end{cases}$$

 $dm = \rho_n dz$ — масса поглощающего вещества в единично столбе воздуха высотой dz; $\Phi = \frac{P}{P_0}$; θ — температура сред на пути луча в градусах Кельвина; P и P_0 — давление в уровне z и нормальное давление, соответственно. В случа когда рассматривается функция пропускания в однородно слое, имеющем давление P и температуру θ , вместо фо мул (2) получим более простые выражения:

$$\left. \begin{array}{l} \overline{m}_{i} = m \, \varphi_{i} \left(\theta \right), \\ \overline{m}_{i} \, \overline{\Phi}_{i} = m \, \frac{P}{P_{0}} \, \psi_{i} \left(\theta \right), \end{array} \right\}$$

$$(2)$$

где $m = \int \rho_{\pi} dz$.

В этом случае функция пропускания для потока ради ции с приближенным учетом диффузности, а также с учето поглощения в участках континуума, примет вид

$$D(\Delta\lambda_i) = \exp\left[\frac{-\frac{\varphi_i(\theta) m \frac{1.66 \sigma_i}{\delta_i}}{\sqrt{\frac{\varphi_i^2(\theta) P_0}{\psi_i(\theta) P} m \frac{1.66 \sigma_i}{\pi \alpha_{0i}} + 1}} - \beta_i \psi_i(\theta) \frac{P}{P_0} \cdot 1.66 m\right].$$

Здесь β_i — коэффициент поглощения в области континуум: 208

Интегральная функция пропускания рассчитывалась в реультате суммирования по двадцати спектральным интерватам

$$D = \sum_{l=1}^{20} D\left(\Delta\lambda_{1}\right) \frac{\Delta\left(B_{0} - \lambda_{l}\right)\left(T\right)}{B_{0} - \infty\left(T\right)} .$$
(5)

Здесь $\Delta(B_{0-\lambda_i}) = B_{0-\lambda_i+1} - B_{0-\lambda_i}$, $B_{0-\lambda_i}(T)$, $B_{0-\lambda_{i+1}}(T)$ $B_{0-\infty}(T)$ — доли излучения абсолютно черного тела в спекральных интервалах $0-\lambda_i$, $0-\lambda_{i+1}$ и $0-\infty$, соответстзенно, взятые из работы [8]; T — температура излучающего глоя, т. е. температура «источника».

Анализ формул (4) и. (5) позволяет сделать следующие зыводы:

1. Зависимость от давления и температуры среды необкодимо учитывать при расчете эффективной массы, тогда как коправку на температуру источника следует отнести к самой интегральной функции пропускания или же к интегралькому излучению абсолютно черного тела (последнее удобно при построении номограмм). Однако совершенно очевидно, ито все эти зависимости будут различны для разных масс юглощающего вещества, поскольку указанные зависимости зазличны для различных спектральных интервалов, а относисельный вклад соответствующих спектральных функций пропускания в интегральную зависит от поглощающей массы. Именно это обстоятельство и является основной принцииальной трудностью при использовании интегральной функции пропускания для неоднородной атмосферы.

2. В асимптотическом приближении «слабых» линий, когда

$$\frac{\varphi_i^2(\theta)}{\psi_i(\theta)} \frac{P_0}{P} m \frac{1,66 \sigma_i}{\pi \alpha_{0i}} \ll$$

рункция пропускания для статистической полосы поглощения вообще не зависит от давления, а зависимость от поглоцающей массы оказывается экспоненциальной

$$D(\Delta\lambda_i) \sim e^{-c_i m}$$

Напротив, в приближении «сильных» линий, когда

$$\frac{\varphi_i^2(\theta)}{\psi_i(\theta)} \frac{P_0}{P} m \frac{1,66 \sigma_i}{\pi \alpha_{0i}} \gg 1$$

4 Зак. 131

очевидно, зависимость от давления можно учесть путем вве дения эффективной массы, пропорциональной $\frac{P}{P_0}$. Зависи мость же от поглощающей массы выражается формуло вида

$$D\left(\Delta\lambda_{i}\right)\sim e^{-c_{i}^{\prime}\sqrt{m}}$$

Что касается температурной зависимости, то она значи тельно сложнее и притом различна для различных участко спектра, а также для одного и того же участка спектра, н при различных массах: в «слабом» и «сильном» приближе нии. (Необходимо подчеркнуть, что понятие «слабых: и «сильных» участков поглощения определяется не тольке спектральными параметрами, но и внешними условиями в первую очёредь поглощающей массой).

Для того, чтобы облегчить анализ полученных резуль татов и проследить границы применимости асимпотиче ских приближений, все участки спектра были разделень на «сильные» $\left(5 \cdot 10^2 \ll \frac{\sigma_i}{\delta_i} \ c/cM^2\right)$, «промежуточные: $\left(5 \leqslant \frac{\sigma_i}{\delta_i} < 5 \cdot 10^2\right)$ и «слабые» $\left(\frac{\sigma_i}{\delta_i} < 5\right)$. При расчете интегральной функции пропускания подсчи

тывались отдельно вклады, вносимые в общую сумму «сла быми», «промежуточными» и «сильными» линиями, соответ ственно.

Расчеты производились на ЭЦВМ Раздан-2 для следую щих значений исходных параметров:

 $m = 1 \cdot 10^{-4}, \quad 2,51 \cdot 10^{-4}, \quad 6,31 \cdot 10^{-4}, \quad 1,58 \cdot 10^{-3}, \quad 3,98 \cdot 10^{-3}$ 1 \cdot 10^{-2}, \quad 2,51 \cdot 10^{-2}, \quad 6,31 \cdot 10^{-2}, \quad 1,58 \cdot 10^{-1}, \quad 3,98 \cdot 10^{-1} 1,0, \quad 2,51, \quad 6,31 \cdot 2/c \mathcal{m}^2;

P = 1000, 900, 800, 700, 600, 500, 400, 300, 200, 100 mb $P_0 = 1000 mb;$

 $\theta = 350, 300, 250, 200 \ 150^{\circ} \text{ K}; \ \theta_0 = 300^{\circ} \text{ K};$

 $T = 350, 300, 250, 200, 150^{\circ} \text{ K}; T_0 = 300^{\circ} \text{ K}.$

3. Анализ результатов расчетов

1. Интегральная функция пропускания при нормальных ловиях.

Рассчитанная интегральная функция пропускация при рмальных условиях представлена на рис. 1 в зависимости



Рис. 1. Сравнение интегральных функций пропропускания, предложенных разными авторами: 1-Х.Ю. Нийлиск; 2-Ф. Н. Шехтер; 3-рассчитанная в настоящей работе

» логарифма поглощающей массы. Для сравнения привены интегральные функции пропускания, предложенные Ю. Нийлиск [9] и Ф. Н. Шехтер [10].

Как видно из рисунка, различия между тремя функция Это пропускания весьма незначительны. обстоятельст позволяет распространить полученные зависимости от да ления и температуры на любую из функций пропускани оставляя открытым вопрос о точности их абсолютных і личин.

На рис. 2 представлена интегральная функция пропусн ния и три слагающие ее величины — вклады «слабых», «пт межуточных» и «сильных» участков поглощения. Как вид



Рис. 2. Интегральная функция пропускания и вклады, вносимые участками «слабого», «промежуточного» и «сильного» поглощения: 1-Интегральная функция; 2-"Слабые" линии; 3-"Промежуточные" линии; 4-"Сильные" линии

из рисунка, основной вклад в функцию пропускания внос: участки «слабого» поглощения. Однако скорость убываны функции пропускания с ростом поглощающей массы опред ляется «сильными» линиями при $m \ll 10^{-3} \ e/cm^2$, «сильными и «промежуточными» при $10^{-3} c/cm^2 \leqslant m \leqslant 10^{-1} c/cm^2$ и «сл быми» при $m \ge 10^{-1} \ c/cm^2$. Как из непосредственных оцено так и из анализа зависимости функции пропускания от п

ощающей массы и от давления следует, что при $\gg 10^{-3} \ s/cm^2$ «промежуточные», а при $m \gg 10^{-1} \ s/cm^2$ такэ и «слабые» линии оказываются «сильными» в упомянум выше смысле. Таким образом, при определении произдной от функции пропускания (а именно производная вхоит в выражения для расчета радиационных потоков и приков) во всем диапазоне поглощающих масс следует польваться «сильным» приближением. Это обстоятельство актически позволяет решить поставленную задачу.

Путем графической аппроксимации получена аналитичеая формула для интегральной функции пропускания при ормальных» условиях ($P_0 = 1000 \text{ мб}, \theta = T = 300^\circ \text{ K}$)

$$D(m) = 0,26 \ e^{-16 \ \sqrt{m}} + 0,74 \ e^{0.9 \ \sqrt{m}}.$$

Погрешность аппроксимационной формулы максимальна и больших поглощающих массах и составляет около 3%. о-видимому, аппроксимация методом наименьших квадрав позволит уточнить коэффициенты в формуле (6) и уменьить ее погрешность.

2. Зависимость интегральной функции пропускания от цвления. Расчет эффективных масс.

Для анализа зависимости функции пропускания от давния рассчитывались функции пропускания (и вклады ильных», «промежуточных» и «слабых» линий) при норальном давлении P_0 и при заданном давлении P. Далее 'тем квадратичной интерполяции определялась эффективия масса $m_{эф}$, при которой $D(P, m) = D(P_0, m_{эф})$ и находиось отношение $\eta = \frac{m_{эф}}{m}$ для интегральной функции проискания в целом и для «сильных», «промежуточных» и «слаах» участков спектра.

На рис. З в двойной логарифмической шкале представны значения η в зависимости от давления $\Phi = \frac{P}{P_0}$. Верхце кривые относятся к массе $m_2 = 2,5 \cdot 10^{-4} \ e/cm^2$, а нижце — к массе $m_5 = 3,98 \cdot 10^{-3} \ e/cm^2$.

Как видно из рисунка, при $m = 2,5 \cdot 10^{-4} \ c/cm^2$ действильно наблюдаются описанные выше асимптотические закомерности. Для «слабых» линий зависимость от давления

213

6)

отсутствует, для «сильных» эффективная масса почти точі пропорциональна $\frac{P}{P_0}$. Зависимость интегральной функці от давления тоже может быть учтена введением эффекти ной массы $m_{9\phi} = m \left(\frac{P}{P_0}\right)^n$, причем $n \approx 0.75$. Однако уже пі $m = 3.98 \cdot 10^{-3} \ c/cm^2$ «слабые» линии становятся «промеж точными», «промежуточные» линии дают $m_{9\phi} \approx m \left(\frac{P}{P_0}\right)^{0.75}$, д.



Рис. 3. Зависимость эффективной массы $\eta = \frac{1}{m_0}$ от давления $\frac{P}{P_0}$ -при различных поглощающих массах. Обозначения те же, что и на рис. 2.

«сильных» линий $m_{\neg \phi} = m \frac{P}{P_0}$, а для интегральной функци пропускания эффективная масса почти не отличается эффективной массы для «сильных» линий. 214 Выше уже отмечался тот факт, что производная от функии пропускания по массе даже при самых малых массах пределяется «сильными» линиями. Кроме того, в пользу сильного» приближения обычно приводится тот довод, что алые массы соответствуют тонким слоям, в которых давлеие меняется незначительно, а, следовательно, поправка на авление не существенна. Если учесть оба эти обстоятельгва, становится очевидным, что для интегральной функции ропускания выполняется «сильное» приближение и зависность от давления можно учесть путем введения эффектив-

ой массы
$$m_{\mathfrak{s} \phi} = m \, \frac{P}{P_0}$$
 .

С целью более точного количественного подтверждения того вывода методом наименьших квадратов была получена ппроксимационная зависимость $\eta = \frac{m_{s\phi}}{m} = \left(\frac{P}{P_0}\right)^n$ при разичных значениях m, θ и T.

Рассчитанные значения *n* практически не зависят от темературы среды и источника и растут от 0,7 при $m \approx 10^{-4} \ c/cm^2$ о 0,95 при $m \approx 10^{-2} \ c/cm^2$. При дальнейшем увеличении гассы рост *n* замедляется и достигается насыщение $n \approx 0,98$). Совершенно очевидно, что для упрощения расетов практически без потери точности можно принять n = 1, . е. рассчитывать m_{ab} по формуле

$$m_{\flat\phi} = m \frac{P}{P_0}$$

(7)

3. Зависимость интегральной функции пропускания от семпературы среды и источника.

Расчеты интегральной функции пропускания при различых значениях температуры среды θ и источника T обнарукили очень сильную зависимость от обеих температур, гозаздо более сильную, чем полученная в работах [2, 3]. В том лучае, если $\theta = T$ обе температурные зависимости в значительной степени компенсируются и результирующая темпезатурная зависимость оказывается значительно меньше.

Путем графической аппроксимации получены следующие приближенные аналитические формулы для расчета эффек-

тивной массы и введения поправки на температуру источ ника:

$$m_{\pm \phi} = m \left(\frac{\theta}{\theta_0} \right)^3$$
 (8)

$$D(m, T) = D(m, T_0) \left(\frac{T - .140^\circ)}{160^\circ}\right)^{0,137 (4 + 1gm)}.$$
 (5)

Однако эти выводы следует считать предварительными Во-первых, как выяснилось в результате проведенны расчетов, точность квадратичной интерполяции оказываетс недостаточной для определения эффективной массы. Эт приводит к отдельным выбросам рассчитанных величин э и снижает точность аппроксимации методом наименьши квадратов. Для увеличения точности необходимо применит квадратичную интерполяцию не к самим массам, а к и логарифмам, поскольку в зависимости от логарифма погло щающей массы функция пропускания изменяется более плавно и равномерно.

Во-вторых, следует попытаться найти аппроксимацион ную формулу более удобного вида, чем формула (9).

4. Выводы

1. В результате расчетов с помощью статистической мо дели полосы поглощения получена интегральная функция пропускания, мало отличающаяся от функций пропускания полученных путем непосредственного интегрирования спек тральных функций пропускания, определенных эксперимен тально.

2. Анализ рассчитанных функций пропускания показал что с достаточной степенью точности можно пользоваться «сильным» приближением как в отношении зависимости от поглощающей массы, так и в отношении зависимости от давления.

3. Предварительное исследование температурной зависимости указывает на принципиальную возможность учета зависимости от температуры среды путем введения эффективной массы, а от температуры источника путем введения поправочного множителя к интегральной функции пропускания. Однако вопрос о точности предложенных формул пока остается открытым.
ЛИТЕРАТУРА

- . Goody R. M. Atmospheric Radiation I. Theoretical Basis. Oxford, 1964.
- Нийлиск Х. Ю. О зависимости функции пропускания атмосферы от температуры. Исследования по физике атмосферы. ИФА АН ЭССР, вып. 4, 1963.
- 3. Нийлиск Х. Ю. Оценка влияния температурной зависимости функции пропускания атмосферы на результаты расчетов теплозого излучения в земной атмосфере. Исследования по физике атмосферы. ИФА АН ЭССР, вып. 5, 1964.
- 4. Нийлиск Х. Ю. Некоторые вопросы уточнения теорегических расчетов тепловой радиации атмосферы. Исследования радиационного режима атмосферы. Изд. АН Эстонской ССР, Тарту, 1967.
- 5. Rodgers, C. D. The use of emissivity in atmospheric radiation calculations. Quart. J. Roy. Met. Soc., v. 53, No. 395, 1967.
- Rodgers C. D., Walshaw C. D. The computation of infra-red cooling rate in planetary atmospheres. Quart. J. Roy. Met. Soc., v. 92, No 391, 1966.
- Rodgers C. D. The radiative heat budget of the troposphere and lower stratosphere. Mass. Inst. of Technology, Planetary Circulations Project, Rep. No A 2, 1967.
- 8. Lowan A. N., Blanch G. Tables of Planck's radiation and photon functions. J. Optical Soc. Amer., v. 30, No 2, 1940.
- Нийлиск Х. Ю. К вопросу о тепловом излучении атмосферы. Труды Всесоюзного научного метеорологического совещания, т. Vi. Гидрометеоиздат, Л., 1963.
- Шехтер Ф. Н. Спектральные и интегральные функции пропускания длинноволновой раднации. Труды ГГО, вып. 184, 1966.

С. Ф. Аверина, Э. Л. Подольская, С. М. Пономарева

О ВЛИЯНИИ МОДЕЛИ АТМОСФЕРЫ На результаты расчетов рассеянной радиации

Введение

При определении рассеяния света в атмосфере приходится сталкиваться с двумя основными трудностями. Первая из них — выбор математического метода решения уравнения переноса излучения, из которого находится интенсивность рассеянного света. Вторая — выбор оптической модели атмосферы.

В настоящее время имеется обширная литература, посвященная точным и приближенным способам решения уравнения переноса в анизотропной атмосфере, и потому этот вопрос довольно хорошо изучен. К сожалению, при выборе аэрозольной модели атмосферы исследователь располагает очень немногочисленным и нередко противоречивым экспериментальным материалом. Особенно мало данных имеется по вертикальному распределению коэффициента и индикатрисы рассеяния, вследствие чего приходится прибегать к различным теоретическим схемам, которые, естественно, не могут описать все многообразие реальных оптических условий.

Интересно оценить, насколько влияет используемая модель атмосферы на результаты расчетов рассеянной радиации. Сравнение однослойной модели атмосферы с двухслойной (на основе методов Соболева и ИФА) для одного вида условий, а именно: оптическая толщина $\tau_0 = 0.2$, индика-218

триса VI, дальность видимости S = 50 км, проводилось в работе О. А. Авасте [1]. Автор пришел к выводу, что при то ≤ 0,5 значения интенсивности, рассчитанные для однослойной модели со средневзвешенной индикатрисой, мало отклоняются от значений интенсивности, рассчитанных для двухслойной модели. Заметим, что согласно оценкам Собо-лева и Гутшабаша отклонение имеет порядок 10%. Особенно малы отклонения для интенсивности восходящей радиации, что подтверждает вывод о незначительном влиянии формы индикатрисы на восходящую радиацию. Тем не менее Авасте считает, что расхождение результатов, вызванное различием методов решения уравнения переноса, имеет тот же порядок, что и расхождение вследствие разлипринятых моделей атмосферы. Наиболее близкой чия к экспериментальным данным для средних условий Авасте считает экспоненциальную модель распределения аэрозолей, использованную в работе К. С. Шифрина и И. Н. Минина [2]. Однако в некоторых случаях эксперименты указывают на резко выраженный слоистый характер вертикального рас-пределения оптических свойств в атмосфере. В этом случае более точной следует считать многослойную модель атмосферы. Соответствующая модификация метода Соболева для такой модели была разработана О. А. Авасте [3].

Ввиду недостаточной изученности вопроса, нами было проведено сравнение расчетов для многослойных моделей (построенных на основе имеющихся экспериментальных данных) с расчетами обычного типа для однослойной модели со средневзвешенной индикатрисой, рассчитанной на основе полной оптической толщины всей атмосферы.

В первой части настоящей работы приводятся результаты вычислений, при которых использовались экспериментальные индикатрисы на разных высотах, полученные Э. А. Чаяновой [4].

Вторая часть работы основана на экспериментальных данных о вертикальном распределении оптических толщин, полученных Ю. И. Рабиновичем [5].

1. Зависимость интенсивности восходящей радиации и освещенности земной поверхности от модели атмосферы

Измерение индикатрис рассеяния проводилось Э. А. Чаяновой [4] для длин волн 0,542 и 0,422 мк на уровнях 0,3; 1,0; 1,5; 2,3; 4,6 и 7,8 км. Ошибка при определении коэффициентов направленного рассеяния составляла ± 15%. Результа-219 ты экспериментов Э. А. Чаяновой согласуются с данными Уолдрема [6], результатами прожекторного зондирования А. Я. Дривинга и др. [7] и с материалами, полученными Г. П. Фарапоновой [8]. Анализ измерений показывает, что в атмосфере наблюдается весьма сложная картина вертикального распределения аэрозолей. До уровня 3—4 км концентрация аэрозолей резко убывает с высотой, а затем это убывание становится менее значительным, причем в отдельных слоях наблюдаются сильные колебания. На высоте 7—8 км концентрация частиц снова возрастает.

Для вычислений рассеянной радиации методом Соболева—Авасте необходимо знать нормированные аэрозольные индикатрисы, а также релеевские и аэрозольные оптические толщины для всех слоев атмосферы. Аэрозольные индикатрисы для каждого слоя были получены из ненормированных абсолютных суммарных индикатрис Чаяновой в результате вычитания ненормированной релеевской составляющей и последующей нормировки аэрозольных индикатрис. Суммарный коэффициент рассеяния на каждом уровне вычислялся по формуле

$$\sigma(\lambda) = 2\pi \int_{0}^{\infty} \sigma(\lambda, \varphi) \sin \varphi \, d\varphi.$$
 (1)

Соответственно, суммарная оптическая толщина каждого слоя, заключенного между уровнями z_1 и z_2 , определялась как

$$\Delta \tau \left(\lambda \right)_{z_1}^{z_2} = \int\limits_{z_1}^{z_2} \sigma(\lambda, z) \, dz. \tag{2}$$

Полная оптическая толщина составляла 0,3147 ($\lambda = 0,542 \ m\kappa$). Поскольку эксперименты проводились только с высоты 0,3 км, то в приземном слое 0—0,3 км мы использовали индикатрису VII Фойцика и Чаека [9], соответствующую горизонтальной дальности видимости 20 км. Эти условия примерно соответствуют условиям экспериментов, что подтверждается экстраполяцией коэффициента рассеяния до уровня Земли.

На последнем уровне (7,8 км) была обнаружена еще ощутимая концентрация аэрозолей, но было бы неправильным экстраполировать измеренную здесь индикатрису на вышележащий слой. Поэтому верхнему слою приписывалась менее вытянутая индикатриса I Фойцика и Чаека. Оптиче-1

ская толщина этого слоя рассчитывалась как $\Delta \tau_{7,8}^{\infty} = \frac{1}{4} \tau_0$.



Рис. 1. Интенсивность уходящей в зенит радиации для разных моделей атмосферы при $\tau_0 = 0,3147$: 1-однослойная; 2-двухслойная; 3-пятислойная модели

На рис. 1 приведены полученные значения йнтенсивности уходящей в зенит радиации (в относительных единицах) для

221

 $\lambda = 0,542 \ \text{мк}$ в зависимости от зенитного расстояния Солнца для A = 0 и A = 0,2. Как видно из рисунка, расхождение рассчитанных величин весьма невелико (в среднем $\leq 10\%$) особенно при альбедо, отличном от нуля.

Аналогичные расчеты для освещенности земной поверхности дают небольшую разницу, не превышающую 10%.

2. Зависимость интенсивности нисходящей радиации от модели атмосферы

При сравнении результатов расчетов интенсивности нисходящей радиации с экспериментальными данными (см. статью Л. А. Горячевой, Н. А. Дмитриевой и др. в наст. сб.) было обнаружено заметное расхождение между теорией и экспериментом при большой высоте Солнца. Это расхождение не могло быть объяснено погрешностями самих методов расчета, поскольку все теоретические методы, несмотря на их принципиальные различия, давали одну и ту же картину - возрастание радиации к горизонту при больших зенитных расстояниях, тогда как экспериментально было получено монотонное падение интенсивности по направлению к горизонту на солнечной стороне вертикала. Вообще сравнивая вид экспериментальной и теоретических кривых, можно было прийти к выводу о недостаточной вытянутости индикатрисы рассеяния, принятой при расчетах. Однако принятая наземная индикатриса, соответствующая дальности видимости 20 км (VII индикатриса согласно измерениям Фойцика и Чаека [9]), и так, вообще говоря, не согласуется с высокой вертикальной прозрачностью атмосферы, отмечавшейся при наблюдениях. (Фактору мутности T=2 обычно соответствует лучшая наземная видимость и менее вытянутая индикатриса V или VI). Таким образом, недостаточная вытянутость средневзвешенной индикатрисы, принятой при расчетах, могла объясняться только следующим образом. Ввиду сильного ослабления рассеянной радиации в нижних слоях атмосферы основной вклад в интенсивность нисходящей радиации у земной поверхности вносят близлежащие замутненные слои с сильно вытянутой индикатрисой рассеяния. Следовательно, средневзвешенная индикатриса, полученная на основе аэрозольной и релеевской компонент оптической толщины всей атмосферы, в данном случае является нерепрезентативной. С целью проверки этого предположения были произведены расчеты для многослойной модели атмосферы, в которой учитывалось изменение формы 222

ндикатрисы от слоя к слою и, следовательно, указанный ффект не мог иметь места.

Секеры [10] достаточно было Пля расчетов метолом нать лишь оптические толщины отдельных слоев, поэтому использованы соответствующие экспериментальные ыли анные Рабиновича [5] для летних и зимних условий. При том в-качестве исходных параметров выбраны общие оптиеские толщины т, при длине волны $\lambda = 0,550$ *мк*, отсчитыаемые вниз от верхней границы атмосферы до уровней k = 6,5; 5; 3; 1 и 0 км (земля), соответственно (см. таблицу). Іля указанных слоев были рассчитаны также релеевские лтические толщины согласно формуле

$$\tau_{k p} = \int_{z_{k}}^{\infty} a(z) dz = a(0) \int_{z_{k}}^{\infty} A(z) e^{-\alpha z} dz =$$
$$= \frac{a(0)}{\alpha} \sum_{n=1}^{k} A_{n}(z) \left(e^{-\alpha z_{n}} - e^{-\alpha z_{n-1}} \right), \tag{3}$$

де a(z) — молекулярный коэффициент ослабления; A(z) соэффициент, определяющий отличие реальной атмосферы т изотермической [2]; а — коэффициент, характеризующий аспределение рассеивающих частиц cвысотой: $\frac{\iota(0)}{2} = 0,0952.$

составляющие оптических Аэрозольные толшин Tha 0,550 мк) для различных слоев были получены из общих итем вычитания соответствующих релеевских толщин. Потученные таким образом оптические толщины приводятся з таблице.

z, км	τ	k		τ _k a					
	зима	лето	τkp	зима	лето				
6,5	0,113	0,096	0,052 8	0,0602	0,0432				
5	0,128	0,111	0,06 2 4	0,0656	0,0486				
3.	0,157	0,152	0,0780	0,0790	0,0740				
1	0,215	0,245	0,0974	0,118	0,148				
0 1	0,413	0,328	0,109	0,304	0,219				
		·	1 A		່າງ				

Вертикальное распределение общих, релеевских и аэрозольных оптических толщин при $\lambda = 0.550 \ mk$, принятое при расчетах

Оптические толщины для других длин волн получен путем перерасчета с учетом спектральной зависимости ре леевского и аэрозольного коэффициентов рассеяния [2 В дальнейшем расчеты рассеянной радиации проводилис для двух длин волн: $\lambda = 0,445 \ mk$ и $\lambda = 0,548 \ mk$. Интенсие ность нисходящей радиации рассчитывалась по формуле

$$\overline{J}^{\downarrow} = \overline{J}_{p}^{\downarrow}(\tau_{\lambda 0}) + \frac{\sec \vartheta \ e^{-\tau_{\lambda 0} \sec \vartheta}}{4 (\sec \vartheta - \sec \vartheta)} \sum_{k=1}^{3} \frac{\Delta \tau_{\lambda k}}{\Delta \tau_{\lambda k}} \times \left[x_{a}(\gamma) - x_{p}(\gamma) \right] \left[e^{-\tau_{\lambda k-1} (\sec i - \sec \vartheta)} - e^{-\tau_{\lambda k} (\sec i - \sec \vartheta)} \right].$$
(4)

Здесь $\overline{J}_{p}^{\downarrow}(\tau_{\lambda 0})$ — нисходящая радиация на уровне земной по верхности в случае чисто релеевского рассеяния; $\tau_{\lambda 0} \equiv \tau_{\lambda 5}$ – общая оптическая толщина всей атмосферы; $\Delta \tau_{\lambda k} \equiv \tau_{\lambda k} - \tau_{\lambda k}$ и $\Delta \tau_{\lambda k a} \equiv \tau_{\lambda k a} - \tau_{\lambda k} - \tau_{a}$ — общая и аэрозольная оптические толщины отдельных слоев; ϑ — зенитный угол рассматри ваемого луча; *i* — зенитный угол Солнца; $x_{a}(\gamma)$ и $x_{p}(\gamma)$ — аэро зольная и релеевская индикатрисы рассеяния; γ — уго. между солнечным лучом и рассеянным лучом.

При расчетах удобнее было разбить общую оптическук толщину всей атмосферы на равные интервалы, а не пользо ваться интервалами $\Delta \tau_k$, полученными из эксперимента. Для того, чтобы получить величины $\Delta \tau_{\lambda k}$ были построены кривы зависимости аэрозольной оптической толщины $\tau_{\lambda a}$ от общеі τ_{λ} и графически определены интервалы $\Delta \tau_{\lambda k a}$, соответствую щие равным интервалам $\Delta \tau_{\lambda k}$. Полученные таким образом послойные оптические толщины использовались для расчетои интенсивности по формуле (4). При этом данные для зимних условий, соответствующие фактору мутности

 $T \equiv \frac{\tau_0 (0,550)}{\tau_{0D} (0,500)} = 4$, были использованы непосредственно. Что

касается летних условий, то по данным Рабиновича в этом случае фактор мутности равнялся трем. Упомянутые жє выше экспериментальные значения интенсивности нисходя щей радиации были получены при T = 2. Для сравнения рас четных и экспериментальных данных расчеты были прове дены для фактора мутности T = 2, причем вертикальный профиль распределения аэрозольных оптических толщин 224 нитался подобным профилю, измеренному Рабиновичем летних условиях. Иными словами, послойные аэрозольные птические толщины были пропорционально уменьшены в отошении 2:3.

Интенсивности нисходящей радиации в солнечном вертиале, рассчитанные для многослойной и однослойной модеей атмосферы при зенитном расстоянии Солнца 23° для вух длин волн и двух значений альбедо подстилающей поерхности приводятся на рис. 2 и 3. Анализ рисунков покаывает, что значения интенсивности, рассчитанные для мноэслойной и однослойной моделей атмосферы очень близки руг к другу, особенно для более коротких длин волн. Макимальное расхождение не превышает 12%. Введение многопойной модели практически не дало ожидаемого эффекта, авносильного увеличению вытянутости средневзвещенной ндикатрисы. Этот эффект оказался слишком малым, не спообным изменить характер распределения интенсивности солнечном вертикале. При факторе мутности T = 2 во всех лучаях имеет место возрастание интенсивности к горизонту. Іонотонное падение интенсивности на стороне вертикала, эдержащей Солнце, действительно наблюдается при факэре мутности T = 4, однако в этом случае величины интенивности значительно выше рассчитанных при T = 2 и тем олее экспериментальных величин.

Следовательно, расхождение теоретических и экспериентальных данных не может быть уменьшено в результате спользования при расчетах многослойной модели атмоферы.

Таким образом, результаты расчетов восходящей и йсходящей радиации, проведенных различными методами ля многослойной и однослойной моделей атмосферы, покаывают, что интенсивности, полученные для той или иной моели, отличаются незначительно. Особенно мала разница ля восходящей радиации. Поэтому практически можно ользоваться однослойной моделью, что значительно упроцает расчеты, а главное освобождает от необходимости чета вертикального распределения аэрозолей, которое настоящее время очень мало изучено.

5 Зак. 131



Рис. 2. Интенсивности нисходящей радиации для разных моделей атмосферы при соз *i* = 0,92., *T* = 2, λ = 0,548 μ: *1a*, *16* – однослойная и многослойная модели соответственно при *A*=0; *2a*, *26*, –то же при *A*=0,25





1a, 2a — однослойная и многослойная модели соответственно при T=2; A=0; 16. 26 — то же при A=0,25; 16; 28 — однослойная и многослойная модели соответственно при T=4; A=0; 12, 22 — то же при A=0,25

ЛИТЕРАТУРА

- 1. Авасте О. А. О точности приближенного учета наклонной да. ности видимости. Труды ГГО, вып. 109, 1961.
- 2. Шифрин К. С. и Минин И. Н. К теории негоризонтальной н димости. Труды ГГО, вып. 68, 1957.
- 3. Авасте О. А. Яркость воздушной дымки в многослойной атм сфере. Труды ГГО, вып. 109, 1961.
- 4. Чаянова Э. А. Измерение локальных функций рассеяния в свобс ной атмосфере. Труды ЦАО, вып. 45, 1962.
- 5. Рабинович Ю. И. Вертикальное распределение аэрозольнс коэффициента ослабления в тропосфере. Труды ГГО, вып. 113, 19
- 6. Waldram J. M. Measurements of the photometric properties of upper atmosphere. Quart. J. Roy. Met. Soc. 71, № 309-310, 1945
- 7. Прожекторный луч в атмосфере. Под ред. Г. В. Розенберга. гл. 1 стр. 214, изд. АН СССР, 1960.
- 8. Фарапонова Г. П. Измерение ослабления света в свободн атмосфере. Труды ЦАО, вып. 32, 1959.
- 9. Foitzick L. und Zschaeck H. Messungen der spektralen Zerst ungsfunktion bodennahen Luft bei guter Sicht. Dunst und Net Zeitschrift für Meteorologie, Band 7, Heft 1, 1953.
- 10. Sekera Z. Recent Developments in the Study of the Polarization Light, Advances in Geophysics, v. 3, 1956.

Л. А. Горячева, Н. А. Дмитриева, Ж. Н. Михайлова, Э. Л. Подольская

МЕТОДИКА И РЕЗУЛЬТАТЫ РАСЧЕТОВ УХОДЯЩЕЙ ОРОТКОВОЛНОВОЙ РАДИАЦИИ И ОСВЕЩЕННОСТИ ЗЕМНОЙ ПОВЕРХНОСТИ В ЗАМУТНЕННОЙ АТМОСФЕРЕ

1. Введение

Одним из наиболее простых и в то же время достаточно очных методов расчета рассеянной радиации в замутненной тмосфере является приближенный метод, предложенный скерой [10]. Идея метода Секеры состоит в следующем. качестве нулевого приближения используется точное знаение интенсивности при релеевской индикатрисе рассеяния, ю при оптической толщине, равной общей (релеевской плюс эрозольной) толщине всей атмосферы [8], и к нему вводится оправка, учитывающая отличие реальной индикатрисы от елеевской для рассеяния первого порядка. Таким образом, сервичное рассеяние рассчитывается вполне точно, тогда как ассеяние высших порядков считается чисто релеевским, отя в действительности лишь небольшая часть многократно ассеянной радиации рассеивается во всех порядках только олекулами воздуха. В остальных случаях может иметь есто многократное рассеяние только частицами аэрозоля ли комбинированное аэрозольное и молекулярное рассеяие в разных порядках. Исходя из этого, расчетные формулы ля восходящей радиации на верхней границе атмосферы и

нисходящей — на уровне земной поверхности имеют следук щий вид:

$$J^{\dagger}(0, \ \vartheta, \ \varphi) = J_{p}^{\dagger}(0, \ \vartheta, \ \varphi) +$$

$$+ \frac{\sec \vartheta}{4} \frac{\tau_{0,a}}{\tau_{0}} \frac{\left[1 - e^{-\tau_{0}(\sec \vartheta + \sec i)}\right]}{(\sec \vartheta + \sec i)} \left[x_{a}(\gamma) - x_{p}(\gamma)\right], \quad (1$$

$$J^{\downarrow}(\tau_{0}, \ \vartheta, \ \varphi) = J_{p}^{\downarrow}(\tau_{0}, \ \vartheta, \ \varphi) +$$

$$+ \frac{\sec\theta}{4} \frac{\tau_{\theta a}}{\tau_0} e^{-\tau_0 \sec\theta} \frac{\left[1 - e^{-\tau_0(\sec i - \sec\theta)}\right]}{(\sec i - \sec\theta)} [x_a(\gamma) - x_p(\gamma)]. \quad (2)$$

Здесь $J^{\dagger}(0, \vartheta, \varphi)$ и $J_{p}^{\dagger}(0, \vartheta, \varphi)$ — интенсивность уходяще в направлении ϑ , φ радиации на верхней границе атмосфери для замутненной и для релеевской атмосферы; $J^{\downarrow}(\tau_{0}, \theta, \varphi)$ и $J_{p}^{\downarrow}(\tau_{0}, \theta, \varphi)$ — аналогичные интенсивности нисходящей ра диации на уровне земной поверхности; τ_{0a} — аэрозольная, τ_{0} — общая оптическая толщина всей атмосферы; *i* — зенит ное расстояние Солнца; $\theta = \vartheta - 90^{\circ}$ — зенитное расстояни для нисходящих лучей; $x_{a}(\gamma)$ и $x_{p}(\gamma)$ — аэрозольная и ре леевская индикатрисы рассеяния; γ — угол между рассеян ным и падающим лучом.

Этот метод должен давать удовлетворительную точност при малых оптических массах, когда роль многократного рассеяния невелика.

Преимущестом указанного метода является простот: вычислений, а также принципиальная возможность учесті поляризацию и получить любой из четырех параметрої Стокса, если известна угловая матрица рассеяния для еди ничного объема воздуха. Недостаток метода Секеры заклю чается в том, что он позволяет рассчитать восходящую ра диацию только на верхней границе атмосферы, а нисходя щую — на нижней, поскольку точные решения для релеев ской атмосферы дают именно эти величины.

2. Исходные параметры, использованные при расчетах, и 'методика расчета

В настоящей работе приводятся результаты расчетов помощью вычислительной машины БЭСМ-2М спектральой интенсивности нисходящей радиации, спектральной и нтегральной освещенности земной поверхности, а также пектральной и интегральной интенсивности уходящей в зеит радиации для ряда естественных подстилающих поверхостей с учетом спектрального альбедо последних.

В качестве типичных подстилающих поверхностей выраны: лес еловый (зимой), лес березовый (летом), почва углинистая, трава зеленая, снег свежевыпавший, снег настом и морская вода. Спектральные значения альбедо ля указанных ландшафтов приводятся в табл. 1.

Таблица 1

Подстилающая	λ, μ											
поверхность	0,4	0,5	0,55	0 ,6	0,7	0,8	-0,9	1,0				
Іес еловый	0,023	0,022	0,049	0,044	0,045	0,085	0,087	0,090				
lec березовый	0,084	0,144	0,245	0,229	0,242	0,405	0,430	0,440				
Іочва суглинистая	0,05	0,07	0,08	0,10	0,17	0,26	0,29	0,30				
рава зеленая	0,01	0,11	0,17	0,13	0,24	0,49	0,58	0,64				
Снег с настом	0,63	0,66	0,67	0,68	0,72	0,76	0,75	0,73				
Снег свежевыпавший	0,74	0,74	0,74	0,76	0,83	0,84	0,72	0,60				
Морская вода	0,110	0,070	0,054	0,037	0,018	0,010	0,006	0,005				

Спектральные альбедо типичных подстилающих поверхностей

В качестве типичной аэрозольной индикатрисы рассеяния зыбрана наземная индикатриса, соответствующая дальности видимости 20 км, согласно измерениям Фойцика и Чаека [9].

В качестве основного параметра, характеризующего состояние прозрачности атмосферы, использовался спектральный фактор мутности при длине волны $\lambda = 0,550 \ mk$

 $T = \frac{\tau_0(0,550)}{\tau_{0\,p}(0,550)} = \frac{\tau_{0\,p}(0,550) + \tau_{0\,a}(0,550)}{\tau_{0\,p}(0,550)} , \qquad (3)$

где $\tau_{0 p} (0,550) = 0,1$ — релеевская оптическая толщина всей атмосферы при длине волны $\lambda = 0,550$ *мк*. Рассматривались

значения T = 2, 3, 4, 5 и 6 (т. е. $\tau_{0 p}$ (0,550) = 0,2; 0,3; 0,4 0,5 и 0,6). Спектральные оптические толщины для други длин волн получены путем пересчета с учетом спектральної зависимости релеевского и аэрозольного коэффициентов рас сеяния [6]

$$\tau_{0}(\lambda) = \tau_{0 p}(0,550) \left(\frac{0,550}{\lambda}\right)^{4} + \tau_{0 a}(0,550) \left(\frac{0,550}{\lambda}\right), \quad (4)$$

Интенсивность уходящей в зенит радиации и интенсив ность нисходящей (по всем направлениям) радиации рас считывались по формулам (1) и (2).

Расчеты проводились для тех значений τ_0 , для которы: рассчитаны таблицы Каульсона и др. [8], т. е. для $\tau_0(\lambda) = 1,0$ 0,5; 0,25; 0,15; 0,10; 0,05. При этом в зависимости от фактора мутности заданным значениям $\tau_0(\lambda)$ соответствовали разны длины волн λ и разные аэрозольные оптические толщинь $\tau_0(\lambda)$. В табл. 2 приводятся значения $\tau_0(\lambda)$ и соответству ющие им, согласно формуле (4), $\tau_{0a}(\lambda)$ и λ .

Таблица 1

<u>an an a</u>	T	= 2		= 3	<u> </u>	= 4	<u> </u>	= 5	T=6		
τ ₀ (٨)	τ _{0 a} (λ)	λ	$\tau_{0a}(\lambda)$	λ	τ _{0 a} (λ)	λ	$\tau_{0a}(\lambda)$	λ	$\tau_{0a}(\lambda)$	λ	
0,05	0,046	1,238	<u> </u>							_	
0,10	0,074	0,775	0,096	1,152	,	· · ·		. <u>-</u>			
0,15	0,092	0,620	0,132	0,845	0,145	1,200	0,144	1,35	· ·	_	
0,25	0,114	0,502	0,185	0,608	0,222	0,758	0,240	0,928	0,246	1,135	
0,50	0,144	0,400	0,254	0,440	0,342	0,490	0,404	0,550	0,444	0,625	
1,00			0,342	0,3 3 0	0,476	0,352	0,608	0,365	0,688	0,402	

Полные спектральные оптические толщины $\tau_0(\lambda)$ и соответствующие им значения $\tau_{0\ a}(\lambda)$ и λ (*мк*)

Далее путем интегрирования интенсивности по всем на правлениям рассчитывался поток нисходящей рассеянной радиации и к нему добавлялась ослабленная при прохождении сквозь атмосферу прямая радиация на горизонтальнук поверхность. Таким образом были получены значения интенсивности уходящей в зенит радиации и потока суммар-232 ной нисходящей радиации в относительных единицах и для длин волн, приведенных в табл. 2. Эти величины квадратично интерполировались по длинам волн с целью получения значений для округленных значений длин волн $\lambda = 0.40$; 0,50; 0,55; 0,60; 0,70; 0,80; 0,90 и 1,00 *мк* и затем умножались на соответствующие значения солнечной постоян-

ной $\frac{I_0(\lambda)}{\pi}$. В результате описанных расчетов были получены

спектральные значения интенсивности уходящей в зенит радиации в $\kappa a n/c m^2 m u h \cdot 0, 1$ мк стерад и спектральные значения суммарной радиации на уровне земной поверхности в $\kappa a n/c m^2 m u h \cdot 0, 1$ мк для естественных подстилающих поверхностей в зависимости от высоты Солнца и фактора мутности. Помимо спектральных величин, были рассчитаны величины интегральной интенсивности уходящей радиации в тыс. $n \kappa/стераd$ и освещенности земной поверхности в тыс. лк.

3. Сравнение рассчитанных интенсивностей нисходящей радиации с экспериментальными данными

В 1965 г. были опубликованы результаты измерений спектральных интенсивностей нисходящей радиации, а также результаты теоретических расчетов, полученные группой ученых из ФРГ [7]. Представлялось интересным сравнить результаты наших расчетов с этими данными. Кроме того, для сравнения нами были проведены расчеты интенсивностей методом Соболева [1], а также выбраны подходящие значения интенсивности (и интерполированы в случае необходимости) согласно расчетам группы сотрудников Института физики атмосферы АН СССР [4, 2] для тех же параметров, что и в работе де Бари [7]. Результаты сравнения представлены на рис. 1-4. На рис. 1, 2 даны значения интенсивностей нисходящей радиации в вертикале Солнца при зенитном расстоянии Солнца $i = 78^{\circ}$ (cos i = 0,2) для двух длин волн: $\lambda = 0,445 \ \text{м}\kappa$ и $\lambda = 0,548 \ \text{м}\kappa$ при факторе мутности T = 2 и для альбедо подстилающей поверхности A = 0 и A = 0,25. На рис. 3,4 приведены аналогичные величины для зенитного расстояния Солнца $i = 23^{\circ}$ (cos i = 0.92).

На основе анализа рисунков можно сделать следующие выводы.

Методы Секеры и Соболева дают результаты, близкие между собой и вполне удовлетворительно совпадающие с экспериментальными данными. На стороне солнечного вертикала, содержащей Солнце, в общем, более близкие



Рис. 1. Сравнение рассеяния солнечной радиации в вертикале Солнца по данным различных авторов. $\lambda = 445 \, \text{мк}$, соз i = 0,2, T = 2: 1, 1а — Секера для A = 0 и A = 0,25 соответственно; 2, 2а — Соболев для A = 0 и A = 0,25 соответственно; 3, 3а — ИФА для A = 0 и A = 0,25 соответственно; 4, 4а — де Бари для A = 0 и A = 0,25 соответственно; 5 — де Бари эксперимент

к эксперименту результаты дает метод Секеры. На стороне, противоположной Солнцу, при низком Солнце более точным оказывается метод Соболева, а при высоком Солнце результаты расчетов обоими методами очень близки друг к другу. Метод ИФА в основном несколько хуже сходится с экспериментом, чем методы Секеры и Соболева, но в некоторых случаях соотношение оказывается обратным. Вообще расчеты всеми тремя методами довольно хорошо сходятся между собой, несмотря на значительные различия как самих методов решения уравнения переноса, так и принятых моделей атмосферы.

Хуже всех совпадают с экспериментальными данными собственные расчеты де Бари. Это объясняется следующим 234

фактом. Идея метода де Бари, собственно говоря, совпадает с идеей метода Секеры — к многократному рассеянию для релеевской атмосферы вводится поправка, учитывающая первичное рассеяние на аэрозолях. Однако вместо того, чтобы взять из таблиц Каульсона интенсивность, соответсумме релеевской ствующую И аэрозольной толщин Бари $J_{\mathbf{p}}(\tau_{0,\mathbf{p}} + \tau_{0,\mathbf{a}}),$ де берет сумму интенсивностей - $J_{\mathrm{p}}(\tau_{0\mathrm{p}}) + J_{\mathrm{p}}(\tau_{0\mathrm{a}}),$ хотя при этом и замечает, что указанные величины неаддитивны. Что касается поправки на первичное рассеяние, то она также берется для аргумента тоа, вместо $\tau_0 = \tau_{0,1} + \tau_{0,0}$



Рис. 2. Сравнение рассеянной солнечной радиации в вертикале Солнца по данным различных авторов. $\lambda = 0.458 \ mk$, cos i = 0.2, T = 2. (Условные обозначения те же, что и на рис. 1)

В целом сходимость эксперимента и всех методов расчета лучше при низком Солнце ($\cos i = 0,2$) и хуже при высоком ($\cos i = 0,92$).







Рис. 4. Сравнение рассеяния солнечной радиации в вертикале Солнца по данным различных авторов. $\lambda = 0,458$ мк, соз i = 0,92, T = 2. (Условные обозначения те же, что и на рис. 1)

При соs i = 0,92) на солнечной половине небосвода экспериментальные значения интенсивности монотонно убывают по направлению к горизонту, тогда как все теоретические значения проходят через минимум и вновь возрастают с увеличением зенитного угла, так что вблизи от горизонта расхождения теории с экспериментом оказываются очень большими. Дополнительные расчеты показали, что в некоторых случаях экспериментальные значения оказываются даже ниже величин однократно рассеянной радиации. Попытки объяснить эти расхождения несоответствием реальных условий наблюдений и принятой при расчетах модели атмосферы не увенчались успехом, поскольку разница между расчетами для различных моделей оказалась сравнительно малой.

Возможно, эти расхождения следует отнести на счет экспериментальных ошибок. Да и вообще сравнение носит относительный характер, поскольку в работе де Бари не указан ряд существенных параметров, характеризующих условия наблюдений. Так, не приводятся ни дальность видимости, ни спектральное альбедо подстилающей поверхности (можно лишь предполагать, что оно находится между 0 и 0,25, так как расчеты де Бари производились именно для этих значений), не говоря уже о вертикальном распределении коэффициента ослабления.

4. Результаты расчетов

В табл. З приведены результаты расчетов интегральной освещенности в тысячах люкс в зависимости от высоты Солнца.

Как видно из таблицы, освещенность зависит главным образом от высоты Солнца. При изменении зенитного расстояния Солнца от 83 до 0° освещенность возрастает примерно в 20 раз. Зависимость освещенности от характера подстилающей поверхности и от фактора Мутности оказывается незначительной, особенно при высоком Солнце. Следует отметить, что рассчитанные величины освещенности завышены по сравнению с экспериментальными [5]. Однако это завышение частично объясняется тем, что расчеты производились для широкого диапазона условий, крайние из которых не встречаются в природе. Так, например, сочетание снежного покрова с зенитным расстоянием Солнца i = 0°

явно нереально. Частично расхождение, по-видимому объясняется не учтенным при расчетах аэрозольным поглс щением.

Таблица

Интеграль́ная освещенность земной поверхности $E_{виз}$ в тысячах люкс для реальных подстилающих поверхностей в зависимости от зенитного расстояния Солнца *i* при различных факторах мутности *T*

Подстилающая		cos i							cos i						
поверхность	0,1	0,2	0,4	0,6	0,8	0,92	1,0	0,1	0,2	0,4	0,6	0,8	0,92	1	
	T = 2					T = 5									
Лес еловый (зима)	7,3	19	45	77	109	127	1 3 9	5,2	13	36	69	102	121	18	
Лес березовый (лето)	7,5	19	4 6	79	111	130	142	5,5	14	39	73	108	128	14	
Почва суглинистая	7,3	19	46	78	109	127	140	5,2	14	37	70	103	122	13	
Трава зеленая	7,4	19	4 6	78	111	128	141	5,3	14	37	71	105	125	13	
Снег с настом	8,0	22	50	82	120	140	153	6,3	16	44	83	123	147	16	
Снег свежевыпавший	8,1	23	50	86	121	142	155	6,6	17	45	85	126	150	16	
Морская вода	7,3	19	46	77	110	127	140	5,2	13	3 6	69	98	121	13	

На рис. 5 и 6 даны спектральные значения освещенности в $\kappa a n/c m^2 m u n \cdot 0, 1 m \kappa$.

Из рис. 5 видно, что спектральный ход освещенности при любых высотах. Солнца почти не зависит от характера подстилающей поверхности. Во всех случаях кривые имеют один максимум около 0,5 *мк*, причем при больших высотах Солнца этот максимум выражен весьма резко, а при малых — почти отсутствует. Небольшое смещение максимума в сторону более коротких длин волн по сравнению с заатмосферной солнечной радиацией объясняется, как известно, вкладом рассеянной радиации. С увеличением зенитного расстояния Солнца (и, следовательно, оптической толщины, проходимой солнечными лучами), происходит одновременное увеличение рассеянной и уменьшение прямой солнечной радиации тем более сильное, чем короче длина волны. В результате взаимной компенсации этих двух противоположных эффектов максимум в спектральном ходе освещенности не меняет

своего положения, чем объясняется широко известный факт «постоянства» спектрального состава суммарной радиации [3]. Однако в действительности следовало бы говорить не о постоянстве, а о симметричности изменения спектрального



Рис. 5. Спектральные значения суммарной освещенности при двух высотах Солнца:

1, 1а – зеленая трава, T=2 и T=5 соответственно; 2, 2а – снег свежевыпавший, T=2 и T=5 соответственно; 3, 3а – морская вода, T=2 и T=5 соответственно

состава суммарной радиации, поскольку, как видно из рис. 5, вид кривых спектрального хода весьма существенно меняется с высотой Солнца.

Рис. 6 иллюстрирует зависимость освещенности при длине волны $\lambda = 0,550$ *мк* от высоты Солнца. Эта зависи мость оказывается точно такой же, как и для интегральной освещенности (см. табл. 3). Более того, отношение инте гральной освещенности к спектральной освещенности при длине волны $\lambda = 0,550$ *мк* практически не зависит ни от вы соты Солнца, ни от фактора мутности, ни от характера под стилающей поверхности, вследствие упомянутой выше сим метричности изменения спектрального состава суммарной



Рис. 6. Зависимость спектральной суммарной освещенности при $\lambda = 0.550 \ mk$ от высоты Солнца.

- (Условные обозначения те же, что и на рис. 5)

радиации. С точностью до одного процента это отношениє равно 545 *тыс.* $n\kappa/\kappa an/cm^2 \cdot muh 0,1 m\kappa$. Разумеется, постоян ство указанного отношения вызвано не только симметричным изменением спектрального состава радиации, но в зна чительной мере резким Максимумом в спектральной чув ствительности глаза, приходящимся на $\lambda = 0,550 m\kappa$.

В табл. 4 приведены величины интегральной, а на рис. 7 и 8 — спектральной интенсивности уходящей радиации.

Так же как и для освещенности, основной зависимостьк для интенсивности уходящей радиации является зависимость от высоты Солнца. Однако здесь эта зависимость выражена слабее вследствие того, что наиболее резко меняющаяся 240 высотой Солнца составляющая (отраженная солнечная адиация) вносит относительно меньший вклад в уходящее излучение, чем прямая радиация в освещенность.

Таблица 4

То дстилающая	cos i							cos i									
поверхность	0,1	0,2	0,4	0,6	0,8	0,92	1,0	0,1	0,2	0,4	0,6	0,8	0,92	1,0			
		T=2								T = 5							
lec еловый (зима)	0,8	1,3	2,0	2,8	3,6	4,2	4,6	0,9	1,8	3,2	4,4	5,7	6,5	7,2			
lec березовый (лето)	1,2	2 ,3	4,4	6,7	9,2	11	12	1,2	2,4	4,8	7,3	10	12	13			
Іочва сугли- нистая	0,9	1,5	2,6	3,8	5,0	5,8	6,3	1,0	2,0	3, 6	5,1	6,7	7,8	8,5			
рава зеленая	1,0	1,8	3,4	5,0	6,8	7,8	8,5	1,1	2,2	4,1	6,1	8.0	9,4	10,3			
нег с настом	2,3	5,0	11	18	25	29	32	2.0	4,4	9,7	17	24	28	31			
нег свеже- выпавший	2,4	5,5	12	20	28	32	35	2,2	4,8	11	18	2 6	31	34			
юрская вода	0,8	1,3	2,2	3,0	3,9	4,5	4,9	1,0	1,8	3,3	4,5	5,9	6,8	7,4			

Интегральная интенсивность уходящей радиации в *mыс. лк/стерад* для реальных подстилающих поверхностей

Зависимость уходящей радиации от характера подстилаэщей поверхности проявляется гораздо резче, чем для освеценности, поскольку в большинстве случаев основной вклад

уходящую радиацию вносит радиация, отраженная от емной поверхности, в то время как на освещенность отракенная радиация влияет лишь косвенно в результате многоратного рассеяния.

Преобладающей ролью отраженной радиации определяетя и спектральный ход уходящей радиации. Для поверхнотей с альбедо, близким к нейтральному, как, например, для нега, спектральная зависимость уходящей радиации близка спектральной зависимости освещенности. Здесь наблюдаетя один максимум при $\lambda = 0,500$ мк. Для поверхностей с сеективным альбедо спектральный ход уходящей радиации

) Зак. 131

существенно зависит от спектрального хода альбедо и от сс отношения между вкладами отраженной и рассеянной ра диации. Так, например, для морской воды с уменьшение: длины волны растет как альбедо, так и вклад рассеянно



Рис. 7. Спектральная интенсивность уходящей радиации при двух высотах Солнца. (Условные обозначения те же, что и на рис. 5)

радиации. Складываясь, оба эти эффекта перекрывают хол прямой солнечной радиации и дают монотонный рост уходя щей радиации с уменьшением длины волны, особенно замет 242 ный при высоком Солнце. Уходящая радиация над подстилающей поверхностью, покрытой зеленой травой, имеет два максимума — при 0,55 *мк* и при 0,8 *мк*. Первый из максимумов вызван сочетанием максимумов альбедо и прямой солнечной радиации с монотонным ростом рассеянной радиации, второй — объясняется резким ростом альбедо с увеличением длины волны на фоне падения как прямой солнечной, так и рассеянной радиации.



Рис. 8. Зависимость спектральной интенсивности уходящей радиации при $\lambda = 0,055$ мк от высоты Солнца. (Условные обозначения те же, что и на рис. 5)

Зависимость уходящей радиации при $\lambda = 0,550~ \kappa$ к от высоты Солнца имеет в общем такой же характер, как и аналогичная зависимость освещенности. Однако различия для разных подстилающих поверхностей весьма велики. Особенно резко отличается от всех остальных случай снежной поверхности. Однако и для уходящей радиации имеет место известная симметричность в изменениях спектрального хода при изменении высоты- Солнца и других факторов. Во всяком $J_{{\scriptscriptstyle \mathrm{B}}{\scriptscriptstyle\mathrm{H}}{\scriptscriptstyle\mathrm{B}}}$ отношение случае и Для уходящей радиации J(0,550)= 520 тыс. лк/кал/см²мин · 0,1 мк с точностью до 6% оказывается постоянным для всех высот Солнца, фактора мутности и подстилающих поверхностей.

16*

Таким образом, е достаточной степенью точности визуальную освещенность и уходящую в зенит радиацию можно рассчитать на основе соответствующих спектральных величин при λ = 0,550 мк. Этот вывод значительно облегчает расчеты визуальных величин, поскольку отпадает необходимость в расчете спектрального распределения с последующим интегрированием по длинам волн для каждой конкретной подстилающей поверхности. Что касается спектральных значений, то для освещенности спектральная зависимость определяется в основном высотой Солнца и выводы, полученные в настоящей работе, можно распространить и на другие подстилающие поверхности. Для уходящей радиации закономерности спектрального распределения значительно варьируют в зависимости от подстилающей поверхности и поэтому расчеты для каждой конкретной поверхности необходимо проводить заново.

ЛИТЕРАТУРА

- 1. Авасте О. А. Яркость воздушной дымки в многослойной атмосфере. Труды ГГО, вып. 109, 1961.
- 2. Абраменко В. С., Глазова К. С., Малкевич М. С., Фейгельсон Е. М. Расчет яркости света в атмосфере при анизотропном рассеянии, ч. 2. Труды ИФА, № 3, 1962.
- 3. Кондратьев К. Я. Лучистая энергия Солнца. Гидрометеоиздат, Л., 1954.
- 4. Фейгельсон Е. М., Малкевич М. С. и др. Расчет яркости света в атмосфере при анизотропном рассеянии, т. 1. Труды ИФА, № 1, 1958.
- 5. Шаронов В. В. Таблицы для расчета природной освещенности и видимости. Изд. АН СССР, М.-Д., 1945.
- 6. Шифрин К. С., Минин И. Н. К теории негоризонтальной видимости. Труды ГГО, вып. 68, 1957.
- 7. d e Bary E. Erster Versuch die Himmelstrahlungs intensität und deren Polarisationsgraa mit theoretische Werten zu vergleichen, bei denen die Mehrfachstrenung durch eine Näherung Berucksichtigung fand, Zeitschrift für Meteorologie, Bd. 17, Supplementheft, 1965.
- 8. Caulson K. L., Dave J. V., Sekera Z. Tables Related to Radiation Emerging from a Planetary Atmosphere with Rayleigh Scattering. Univ. of Calif. Press, 1960.
- 9. Foitzick Z, Zschaeck H. Messungen der spektralen Zerstreungsfunktion bodennahen Luft bei guter Sicht, Dunst und Nebel. Zeitschrift für Meteorologie, 7, № 1, 1953.
- Sekera Z. Recent developments in the study of polarization of light. Advances in Geophysics, v. 3, 43-104, 1956.

М. Г. Евсеева, Э. Л. Подольская

ИНТЕГРАЛЬНАЯ ФУНКЦИЯ ПРОПУСКАНИЯ СОЛНЕЧНОЙ РАДИАЦИИ В БЛИЗКОЙ ИНФРАКРАСНОЙ ОБЛАСТИ СПЕКТРА

1. Введение

При расчетах потоков и притоков радиации в длинноволспектра широко используется интегральная ювой области рункция пропускания. Это дает огромную экономию машинюго времени, по сравнению с расчетами спектральных потоков и притоков с последующим интегрированием по спектру. Эднако в близкой инфракрасной области спектра интеральная функция пропускания до сих пор не была получена. Правда, аппроксимационные формулы для расчета полощения солнечной радиации водяным паром, типа формул Мюгге-Меллера, Кастрова, Ямамото и ряда других авторов, ю существу, дают эквивалент интегральной функции протускания для водяного пара, иногда даже с приближенным учетом рассеяния. Обзор этих работ содержится в статье [1]. З работе [2] на основе детального анализа экспериментальных данных получена формула, позволяющая учесть влияние релеевского и аэрозольного рассеяния на общее поглоцение прямой солнечной радиации во всей атмосфере.

Более точный учет поглощения как водяным паром, так и /глекислым газом, а также первичного релеевского и аэрозольного рассеяния, притом для любых слоев и, в принципе, при любом заданном соотношении количеств поглощающих и рассеивающих компонент атмосферы производился в работах [1, 3]. Однако в этих работах использовались спек-

тральные функции пропускания для отдельных полос поглощения водяного пара и углекислого газа в области от 0,7 до 4,0 мк.

В настоящей статье предлагается интегральная функция пропускания для близкой инфракрасной области спектра (0,7—4,0 мк), учитывающая поглощение углекислым газом и водяным паром, а также первичное релеевское и аэрозольное рассеяние. При этом для облегчения анализа и аппроксимации полученных результатов интегральная функция пропускания рассчитывалась для двух вариантов:

1. Интегральная функция пропускания без учета рассеяния при произвольно заданном (меняющемся в широком диапазоне) сочетании масс водяного пара и углекислогс газа, а также при заданном давлении.

2. Интегральная функция пропускания с учетом как поглощения, так и рассеяния для оптических масс и давлений соответствующих некоторой средней модели атмосферы.

Интегральная функция пропускания рассчитывалась канобычно, путем деления пропущенной интегральной радиации на интегральную заатмосферную радиацию

$$D(u, w, \tau, P) = \frac{\sum_{l} I_{0l} D_{l}(u, P) D_{l}(w, P) D_{l}(\tau_{l}) \Delta \lambda_{l}}{\sum_{l} I_{0l} \Delta \lambda_{l}} .$$
(1)

Здесь $D(u, w, \tau, P)$ — интегральная функция пропускания u + w — массы углекислого газа и водяного пара; τ — суммарная оптическая толщина рассматриваемого слоя атмосферы, P — давление, I_{0I} — поток заатмосферной солнечной радиации при длине волны λ_I .

Суммирование производилось в спектральном интервалє от 0,7 до 4,0 мк. Интервалы $\Delta\lambda_I$ выбраны соответственнс границам полос пропускания водяного пара и углекислогс газа таким образом, что в пределах каждого интервала либс поглощение отсутствует полностью, либо целиком поме щается одна полоса поглощения, либо, в случае перекры вающихся полос, в интервал $\Delta\lambda_I$ попадает целиком полоса поглощения одной субстанции и часть полосы другой суб станции, а остальная часть этой последней полосы заклю чена в соседнем интервале или интервалах. Некоторые про тяженные полосы водяного пара при этом оказываются раз битыми на три-четыре спектральных интервала.

Ослабление в результате рассеяния описывалось экспоненциальным законом

$$D_{l}(\tau) = e^{-\tau (\lambda_{l}) \sec i} .$$
 (2)

Здесь і — зенитный угол солнца;

$$\tau(\tau_i) = \tau_p(\lambda_i) + \lambda_a(\lambda_i),$$

где $\tau_p(\lambda_l)$ и $\tau_a(\lambda_l)$ — релеевская и аэрозольная оптические толщины рассматриваемого слоя атмосферы.

Оптическая модель замутненной атмосферы, а также все спектральные параметры заимствованы из работы [3].

Спектральные функции пропускания $D_l(u, p)$ и $D_l(w, p)$ рассчитывались по формулам Говарда—Бёрча—Вильямса [4], переаппроксимированными О. Авасте [1]

$$D_l(x) = 1 - \frac{x}{a_l x + b_l}, \qquad (3)$$

где a_l и b_l — коэффициенты, полученные при аппроксимации экспериментальных данных;

$$x = \sqrt{m \sec i} P^{\frac{h}{2}}, \qquad (4)$$

здесь $m = \int dm$ — масса поглощающего вещества (и или w соответственно); P — давление в миллиметрах ртутного столба; $\frac{h}{2} = 0,3$ для водяного пара и $\frac{h}{2} = 0,4$ для углекислого газа.

2. Учет зависимости функции пропускания от давления

В случае однородного пути, т. е. при постоянном давлении (принятом в первом варианте расчета интегральной функции пропускания) формулы из работы [4] использовались непосредственно. При переменном давлении вопрос о вычислении функций пропускания по формулам Говардо требует более подробного обсуждения.

Наиболее точно влияние переменного давления на контур линий поглощения можно учесть с помощью двухпараметрической методики Куртиса—Годсона [5]. Согласно этой мето-

дике функция пропускания для неоднородного столба атмо сферы эквивалентна функции пропускания для однородного столба с той же массой поглощающего вещества при по стоянном средневзвешенном давлении *

$$\overline{P} = \frac{\int P \, dm}{\int dm} = \frac{P_0}{m} \int \frac{P}{P_0} \, dm. \tag{5}$$

При этом считается, что в общем случае зависимость функции пропускания от обойх параметров m й \overline{P} такова, что ее приходится учитывать раздельно и нет возможности ввести один синтезирующий параметр — эффективную массу. Однако, как показал Р. М. Гуди [5], при лоренцовском контуре линий в двух предельных случаях — в приближении «слабых» и «сильных» линий — двухпараметрическая методика дает такие же результаты, как и более простая, но обладающая существенными погрешностями однопараметрическая методика, согласно которой для учета переменного давления используется только один параметр — эффективная масса

$$m_{\vartheta\phi} = \int \left(\frac{P}{P_0}\right)^n dm. \tag{6}$$

Действительно, как показывает анализ дисперсионной формулы, описывающей контур отдельной линии, в приближении «слабых» линий зависимость от давления вообще отсутствует (член, содержащий давление, пренебрежимо мал). В этом случае n = 0 и $m_{э\phi} = m$. В приближении «сильных» линий, напротив, сохраняется член, зависящий только

от произведения $m \frac{\overline{P}}{P_0} = \int \frac{P}{P_0} dm$, и тогда учет переменного давления может быть осуществлен путем введения эффективной массы по формуле (6) при n = 1.

^{*} В общем случае следует учитывать также и температурную зависимость интенсивности и контура линий поглощения, что осуществляется путем введения эффективной массы. Однако в формулах Говарда температурная зависимость не учитывается, поэтому можно пользоваться более простым выражением (5).

Если в формулу (4) подставить *P*, рассчитанное согласно истодике Куртиса—Годсона; т. е. по формуле (5), получим

$$x = \sqrt{\sec i \, m^{1-n} P_0^n \left(\int \frac{P}{P_0} \, dm \right)^n} \,. \tag{4a}$$

Однако структура формул Говарда такова, что функция ропускания зависит только от произведения $m\overline{P}^n$, т. е. факически в пределах точности эксперимента при однородном ,авлении справедливо однопараметрическое приближение, отя и не наблюдается предельный случай «сильных» линий, ак как *n* не равно единице.

Если при вычислении величины x исходить из предполокения о справедливости однопараметрического приближеия, получим

$$x = \sqrt{\sec i P_0^n \int \left(\frac{P}{P_0}\right)^n dm} .$$
 (46)

В случае однородного пути, для которого $m_{9\phi} = \left(\frac{P}{P_0}\right)^n m$, $\overline{P} = P$, формулы (4а) и (4б), естественно, оказываются ождественными. Для неоднородного пути величины x, опрецеленные по обеим формулам, различаются весьма незнаительно. Так, для углекислого газа, для которого $lm = \frac{c}{g} dP$, где c — концентрация углекислого газа (по чесу), g — ускорение силы тяжести, из формул (4а) и 4б) юлучаются следующие простые выражения:

$$x \Big|_{P_0}^{p} = \sqrt{\sec i \frac{c}{g} (P_0 - P) \left(\frac{P_0 + P}{2}\right)^{0,4}} =$$
$$= \sqrt{\sec i m} \left(\frac{P_0 + P}{2}\right)^{0,4}, .$$
$$x \Big|_{P_0}^{p} = \sqrt{\sec i \frac{c}{g} (P_0^{0,9} - P^{0,9})} \sqrt{\frac{P_0^{0,9} + P^{0,9}}{1,8}}.$$

Вторая формула дает несколько меньшие значения э однако разница очень мала: 1,3 и 1,7% для слоев 0—1000 м и 0—100 мб соответственно.

Так, в принятой модели атмосферы для водяного пар для указанных выше слоев погрешность составляет 1% и менее 1% соответственно.

Таким образом, формула (4б), вытекающая из однопара метрического приближения, в отношении точности незначи тельно уступает двухпараметрическому приближению (4а) но зато оказывается значительно проще с вычислительно точки зрения. Действительно, согласно формуле (4а), не обходимо вычислять два интеграла: $m = \int dm$ и $m_{э\phi} = \int \frac{P}{P_0} dn$ а согласно формуле (46) — только один $m_{э\phi} = \int \left(\frac{P}{P_0}\right)^n dm$ В настоящей работе вычисления производились по фор муле (4б).

3. Интегральная функция пропускания без учета рассеяния

Интегральная функция пропускания без учета рассея ния рассчитывалась для различных сочетаний масс водяног пара и углекислого газа и для давлений 800, 700, 600, 500 300, 200, 100 *мм рт. ст.* При этом давление считалось оди наковым при расчете функций пропускания водяного пар и углекислого газа, что может иметь место только в слу чае постоянного давления на пути луча. Собственно говоря в этом случае учет давления попросту сводится к пропорцио нальному уменьшению всех поглощающих масс, т. е. прак тически к растягиванию принятой шкалы масс при малы массах.

В таблице для примера приводится интегральная функ ция пропускания в зависимости от масс водяного пари углекислого газа при давлении 800 *мм рт. ст.*

Из таблицы следует, что зависимость интегрально функции пропускания от массы углекислого газа весьма не значительна. Если к тому же учесть, что между массами водяного пара и углекислого газа в рассматриваемом столбе атмосферы должна существовать сильная корреля ция, можно ограничиться рассмотрением значений функции пропускания, обведенных жирной чертой. В этом случае не необходимости учитывать раздельно зависимость от массе

	•						`*	u	-			-	1.1		
W	0	0,0162	0,04	0,1	0,25	0,64	1,61	4,0	10,0	25,0	63,1	100	161	255	316
0	1,0	0,998	0,996	0,995	0,994	0,992	0,990	0,988	0,987	0,985	0,982*	0,981	0,979	0,978	0,977
0, 0001	0,996	0,994	0,992	0,991	0,990	6,988	0,986	0,984	0,983	0,981	0,979	0,977	0,976	0,974	0,973
0,00025	0,994	0,991	0,990	0,989	0,987	0,986	0,984	0,982	0,981	0,979	0,977	0,975	0,974	0,972	0,971
0,00062	0,990	0,988	0,987-	0,985	0,984	0,982	0,981	.0,979	0,977	0,976	0,973	0,972	0,970	0,969	0,968
0,0016	0,984	0,982	0,981	0,980	0,978	0,977	0,975	0,974	0,972	0, 970	0,968	0,967	0,965	0,964	0,963 [:]
0,0040	0,976	0,974	0,973	0,972	0,970	0,969	0,967	0,966	0,964	0,962	0,96 0	0,959	0,958	0,956	0,955
0,0100	0,963	0,961	0,960	0,959	0,958	0,957	0,955	0,954	0,952	0,951	0,949	0,948	0,946	0,944	0,944
0,025	0,945	0,943	0,943	0,942	0,941	0,939	0,938	0,937	0,9 3 5	0,934	0 ,9 3 2	0,931	0,930	0,928	0,92 7
0,062	0,920	0,918	0,918	0,917	0,916	0,915	0,914	0,912	0,911	0,910	0,908	0,907	0, 906	0,904	0,90 3
0,16	0,886	0,885	0,884	0,884	0,883	0,882	0,881	0 ,8 80	0,879	0,878	0,876	0,875	0, 874	0,873	0,872
0,40	0,843	0,842	0,842	0,841	0,840	0,840	0,839	0,838	0,837	0,836	0,835	0,834	0,83 3	0,832	0,831
1,0	0,790	0,789	0,789	0,788	0,788	0,788	0 ,7 87	0,786	0,786	0,785	0,784	0,783	0,782	0,781	0,780
2,53	0,726	0,725	0,725	0,725	0,725	0,724	0,724	-0,723	0.723	0,722	0,721	0,721	0,72 0	0,719	0,718
6, 35	0,652	0,652	0,652	0,652	0,652	0,651	0,651	0,651	0,650	0,650	0,649	0,649	0,648	0,647	0,647
10,0	0,611	9,611	0,611	0,611	0,611	0,610	0,610	0,610	0,610	0,609	0,609	0,608	0,608	0,607	0,606

водяного пара и углекислого газа, а можно считать функции пропускания зависящей только от массы водяного пара, пр этом косвенно учитывается поглощение углекислым газон для встречающихся в атмосфере сочетаний обеих масс. Это вывод подтверждается также существующими полуэмпири ческими формулами для расчета поглощения солнечной ра диации, учитывающими массу только одного водяного пара Это обстоятельство значительно облегчает задачу расчет интегральной функции пропускания.

Путем графической аппроксимации для интегрально функции пропускания получена аналитическая формула

$$D(u, w) = (0.835 \ l^{-0.1 \sqrt{w}} + 0.165 \ l^{-1.68 \sqrt{w}}).$$
 (7)

Погрешность этой формулы составляет несколько процен тов. Расчет коэффициентов методом наименьших квадратое по-видимому, позволит увеличить точность указанной фор мулы.

4. Интегральная функция пропускания с учетом рассеяния

Зависимость интегральной функции пропускания от мас сы углекислого газа оказалась очень слабой. Что касается зависимости от рассеивающей оптической массы, то заране было ясно, что эта зависимость мала, поскольку рассеяни играет незначительную роль в инфракрасной області спектра. Поэтому с целью первоначального анализа функ ция пропускания рассчитывалась не при Различных соотно шениях поглощающих масс и рассеивающих оптических тол щин, а для некоторой типичной модели атмосферы, т. е. прі жестко фиксированной связи между всеми тремя ослабляю щими компонентами. Оптическая модель атмосферы заим ствована из работы [3], а распределение водяного пара взято согласно работе [6], для июля на широте 60°. Расчеть производились с учетом и без учета рассеяния.

Как и предполагалось, учет рассеяния привел к незна чительному уменьшению функции пропускания (примерно на 2% при $w \approx 0.01$ см и на 20%' при $w \approx 2$ см). Предвари тельный анализ полученных результатов показывает, что зависимость от рассеивающей оптической массы не може: быть учтена косвенным образом через массу водяного пара как это удалось сделать в отношении углекислого газа 252
о-видимому, окажется возможным разделить зависимость г обеих переменных w и τ , что должно значительно облегить расчеты. Однако для окончательных выводов необхоимо провести аналогичные вычисления для различных моелей атмосферы.

ЛИТЕРАТУРА

Шифрин К. С., Авасте О. А. Потоки коротковолновой радиации в безоблачной атмосфере. Исследования по физике атмосферы. ИФА АН ЭССР, № 2, 1960.

- Ångström A. On the absorbtion of solar radiation by atmospheric water vapor. II. Arkiv för Geofysik, 4, nr. 24, 1966.
- Авасте О., Мулламаа Ю., Шифрин К. С. Поле уходящей коротковолновой радиации в видимой и близкой инфракрасной областях спектра при неортотропной подстилающей поверхности. Исследования по физике атмосферы. ИФА АН ЭССР, № 6, 1964.
- Hovard J. N., Burch D. E., Williams D. Infrared transmission thronghsinthetic atmosphere. J. Optical Soc. Amer., v. 46, pp. 186, 237, 334, 452, 1956.

Goody R. M. Atmospheric Radiation 1. Theoretical Basis. Oxford, 1964.

Rodgers C. D. The radiative heat budget of the troposphere and lower stratosphere. Mass. Inst. of Techhology, Planetary Circulations Project Rep. No. A 2, 1967.

Я. С. Рабинові

К ВОПРОСУ О ВЛИЯНИИ АТМОСФЕРНОЙ ТУРБУЛЕНТНОСТИ НА УСТОЙЧИВОСТЬ ПОЛЕТА

Вопросы воздействия атмосферной турбулентности и полет и болтанку самолетов приобрели в настоящее врем большую остроту. Уравнения воздушного движения самолет в неспокойной атмосфере (так называемые уравнения в в риациях) можно написать в виде системы:

$$\frac{d\varphi_{i}(t)}{dt} + \sum_{j=1}^{n} p_{ij}(u_{k}, t)\varphi_{j}(t) = \sum_{k=1}^{m} b_{ik}u_{k} + \sum_{k=1}^{m} \sum_{g=1}^{m} c_{ikg}u_{k}u_{g} + F_{i} \quad (i = 1, 2, ..., n), \quad ($$

где φ_i — обобщенное обозначение кинематических пар метров возмущенного движения самолета $\{v_x, v_y, v_z; \vartheta, \psi; \omega_x, \omega_y, \omega_z\}$ [1]; u_k — составляющие пульсационной скорс сти ветра $\left(u_1 = u_x, u_2 = u_y, u_3 = u_z, u_4 = \frac{du_1}{dt}, u_5 = \frac{du_2}{dt}\right)$ $u_6 = \frac{du_3}{dt}, u_7 \dots, u_m$ — дополнительные параметры, связан ные с неоднородностью пульсаций ветра около разных часте самолета) [2]; $p_{ij}(u_k, t) = a_{ij0}(t) + \sum_{k=1}^m a_{ijk}(t)u_k + \sum_{k=1}^m \sum_{r=1}^m a_{ijkg}(t)u_ku_g + \dots$

 $(i, j=1, \ldots, n);$

; — функция, включающая все члены второго и более выюких порядков малости относительно φ_j ; *a*, *b*, *c* — коэффициенты, зависящие, кроме времени, от весовых, геометричеких и аэродинамических характеристик самолета.

В качестве системы отсчета в (1) берутся связанные самолетом оси координат. Для полной системы уравнеиий (1) n = 9, но после линеаризации она обычно распацается на две замкнутых подсистемы из четырех и пяти уравнений [1].

Во всех публикациях, посвященных рассматриваемому опросу (см. [2—6] и др.), в качестве линейного приближеия для системы (1) принимают уравнения:

$$\frac{d\varphi_i(t)}{dt} + \sum_{j=1}^n a_{ij0} \varphi_j(t) = \sum_{k=1}^m b_{ik} u_k \quad (i = 1, \ldots, n), \quad (2)$$

проводя тем самым двойную линеаризацию полных уравнеий (1) как по функциям φ_j , описывающим возмущенное цвижение самого самолета, так и по компонентам пульсационной скорости ветра u_k . При изучении устойчивости гоизонтального полета с постоянной скоростью (a, b — потоянные величины) из дважды линеаризованной системы получаются решения вида [2]:

$$P_{i}(t) = \sum_{\nu=1}^{n} A_{i\nu} e^{\lambda_{\nu}(t-t_{0})} + \sum_{j=1}^{n} \sum_{\nu=1}^{n} B_{ij\nu} \sum_{k=1}^{m} b_{ik} \int_{t_{0}}^{t} u_{k}(\tau) e^{\lambda_{\nu}(t-\tau)} d\tau, \quad (3)$$

з которых показатели λ, == σ, <u>+</u> κ, *i* являются корнями хазактеристического уравнения однородной системы:

$$\frac{d\varphi_i(t)}{dt} + \sum_{j=1}^n a_{ij0} \varphi_j(t) = 0, \qquad (4)$$

255

с. системы дифференциальных уравнений классической инейной теории Ланчестера — Брайена, рассматривающей истойчивость полета по отношению к отдельным разовым зозмущениям, после прекращения действия последних. Используя первую теорему о среднем, произведем оценку интегралов в формуле (3)

$$J_{\nu k} = \int_{t_0}^{t} u_k(\tau) e^{\lambda_{\nu}(t-\tau)} d\tau = \frac{u_k(\xi_t)}{\lambda_{\nu}} [e^{\lambda_{\nu}(t-t_0)} - 1], \qquad (5)$$

$$\begin{array}{c} t_{0} \leqslant \xi_{t} \leqslant t, \\ m_{k} \leqslant u_{k}\left(\xi_{t}\right) \leqslant M_{k}, \end{array} \right\}$$
 (f

М_k и *m_k* — максимальная и минимальная величины *k*-то составляющей порывов ветра.

Полное значение $\varphi_i(t)$ будет

$$\varphi_i(t) = \sum_{\nu=1}^n A_{i\nu} e^{\lambda_{\nu}(t-t_0)} + \cdots + \prod_{n=1}^n A_{i\nu} e^{\lambda_{\nu}(t-t_0)} +$$

$$+\sum_{j=1}\sum_{\nu=1}B_{ij\nu}\sum_{k=1}b_{ik}\frac{u_{k}(\xi_{t})}{\lambda_{\nu}}[e^{\lambda_{\nu}(t-t_{0})}-1]. \qquad (7)$$

Переходя в последнем равенстве к пределу при $t \rightarrow \infty$ и принимая во внимание неравенство (6), можно зафиксиро вать вытекающий из решения (3) вывод, что устойчивості или неустойчивость самолета по отношению к возмущаю щему действию турбулентности полностью определяется в данном случае знаками вещественных частей σ , характе ристических корней λ_{ν} . При этом характеристически корни λ_{ν} совершенно не зависят от составляющих турбу лентных пульсаций ветра u_{k} , поскольку коэффициенты одно родной системы (4), из которых конструируется характери стическое уравнение для неоднородной системы (2):

$$\operatorname{Det} |a_{ij0} + \delta_{ij}\lambda| = 0, \qquad \delta_{ij} = \begin{cases} 1 & \operatorname{при} \quad i = j, \\ 0 & \operatorname{при} \quad i \neq j, \end{cases}$$

не содержат в себе ничего другого, кроме информации о ве совых, геометрических и аэродинамических качествах самогс самолета в стационарных, равновесных условиях.

Оценка по асимптотике обнаруживает сущность фор мул (3), подменяющих критерии устойчивости полета в усло виях турбулентности аналогичными критериями для спокой ной атмосферы. Из любых решений задачи, основанных на уравнениях (2), неизбежно следует, что всякий самолет устойчивый в смысле классической теории при полете в спо койной атмосфере к единичным возмущениям, сохраняет 256 стойчивость по отношению к непрерывно действующим, потурбулентностью возмущенням. Такой вывод ожденным ротиворечит летной практике. Из опыта хорошо известно, то самолеты, устойчивые в классическом толковании этого ермина, как правило, склонны терять устойчивость даже условиях умеренной болтанки, и требуется вмешательство,

подчас и большое умение пилотов, чтобы воспрепятствоать этой опасной тенденции. С точки зрения общей матемаической теории устойчивости [7], решения, подобные (3), югут быть оправданы лишь в очень узких границах, когда озмущающие силы и соответственно правые части уравнеий (1) и (2) настолько малы, что не могут существенно овлиять на характер движения, а зависящие от пульсаций етра и, слагаемые в коэффициентах р_{іі} пренебрежимо алы относительно первого слагаемого a_{10} . Между тем рактический и теоретический интерес представляют как раз тучаи значительного, определяющего влияния постоянно ействующих возмущающих сил турбулентности на процесс эзмущенного движения самолета.

Все эти соображения приводят к необходимости построеия более строгой теории влияния турбулентности на устойявость полета, основанной на подлинных уравнениях перэго линейного (по отношению к функциям ф.) приближеия для системы (1):

$$\begin{array}{l}
\left. \begin{array}{l}
\left. \begin{array}{l}
\rho_{i}(t) \\
\overline{dt} + \sum_{j=1}^{n} p_{ij}\left(u_{k}, t\right) \varphi_{j}(t) = \sum_{k=1}^{m} b_{ik} u_{k} + \sum_{k=1}^{m} \sum_{g=1}^{m} c_{ikg} u_{k} u_{g}, \\
p_{ij} = a_{ij0}\left(t\right) + \sum_{k=1}^{m} a_{ijk}\left(t\right) u_{k} + \sum_{k=1}^{m} \sum_{g=1}^{m} a_{ij\,kg} u_{k} u_{g} + \dots \\
\left(i = 1, \dots, n\right).
\end{array} \right\}$$
(8)

Функции $\varphi_i(t)$, описывающие возмущенное движение саэлета в поле турбулентности, могут быть представлены к сумма сглаженного, упорядоченного возмущенного двиения $\varphi_i(t)$ и колебаний $\varphi'_i(t)$, носящих сугубо случайный рактер, т. е. складывающихся из набора случайных амплид и периодов:

$$\varphi_i(t) = \overline{\varphi_i}(t) + \varphi'_i(t), \qquad (9)$$

Зак. 131

Учитывая, что под непрерывным воздействием случайны возмущающих сил, в нормальном устойчивом полете – а целью теоретического анализа является прежде всег выявление условий, определяющих устойчивый полет, не устойчивость при этом обнаруживается как предельна ситуация, в которой нарушаются условия устойчивости, – самолет совершает в основном сглаженное, упорядоченно движение, величина ϕ'_i должна быть в целом по крайне мере на порядок меньше величины функций ϕ_i :

$0\{|\varphi_i'|\} \ll 0\{|\overline{\varphi_i}|\}.$

В данном случае речь идет именно о порядках величии сопоставляемых в последующей операции осреднения ураг нений. (8), которая позволяет построить корректную, нетри виальную, замкнутую систему уравнений для функций φ_i главного слагаемого возмущенного движения самолет в условиях турбулентности. При этом не исключается, чт в отдельные моменты времени, когда осредненные фуні ф, переходят через свои нули, случайные слага: ЦИИ мые ф' могут не быть нулями, сохраняя лишь свой порядс в целом. Такая интерпретация движения самолета в пол случайных возмущающих сил согласуется с физической суп ностью задачи, поскольку самолет может отвечать своем назначению только в том случае, если его возмущенное дві жение не уподобляется беспорядочным метаниям молекул в броуновском движении, а сохраняет в главном споко ный, сглаженный характер. Возмущенное движение со сл чайными, беспорядочными амплитудами и периодами, ві ходящее за узкие границы действенности гипотезы ст ционарности, на основе которой приходится пока в динамии полета (включая нестационарные задачи) определять аэр динамические реакции, совершенно меняет аэродинамич ские качества самолета и исключает возможность анали: устойчивости существующими математическими методам И не только в теории — на практике потеря самолетом з проектированных аэродинамических качеств, как правил влечет за собой потерю устойчивости. Поэтому необходим обусловливать, что случайная составляющая фі возмуще ного движения самолета должна быть величиной высоко порядка малости и не влиять существенным образом и аэродинамические качества и устойчивость полета. Вмес

: тем рассматриваемое в настоящем случае увеличение эклада сил турбулентности в динамику движения самолета говлекло за собой включение в функции возмущенного дви-

кения φ_i упорядоченного слагаемого φ_i с высоким порядком величины, поскольку возрастания порядка φ_i за счет лучайной составляющей φ'_i , по указанным выше причинам, нельзя было допустить без заведомого нарушения устойчиюсти полета. Изложенная трактовка позволяет подойти с ответу на вопрос: каким комплексом конструктивных и аэродинамических качеств должен обладать и как должен правляться самолет, чтобы сохранять устойчивость движеия и отвечать на непрестанные случайные силовые воздейтвия поля турбулентности сглаженными, не возрастающими ю амплитудам колебаниями с периодами, превышающими некую минимальную величину?

Рассмотрим традиционную задачу устойчивости горизонального прямолинейного полета с постоянной скоростью (*a*, *b*, *c* — постоянные величины). Пусть время *T* — период эсреднения, для которого выполняются условия $\overline{u_k} = 0$, $\overline{v_l} = 0$. В результате операции осреднения уравнений (8) то времени получаем:

$$\frac{d\overline{\varphi_i}(t)}{dt} + \sum_{j=1}^n M_{ij} \overline{\varphi_j}(t) = N_i \quad (i = 1, \ldots, n), \quad (10)$$

ъде

$$M_{ij} = a_{lj0} + \sum_{k=1}^{m} \sum_{g=1}^{m} a_{ij \, kg} \,\overline{u_k u_g} ,$$

$$N_i = \sum_{k=1}^{m} \sum_{g=1}^{m} c_{ikg} \,\overline{u_k u_g} .$$
(11)

Уже сама структура коэффициентов (11) свидетельствует том, что наряду с величинами a_{ij0} , a_{ijkg} , c_{ikg} , содержацими информацию о геометрии, весовых и аэродинамических ачествах самолета, равное влияние на свойства функций φ_i , следовательно, на устойчивость полета оказывают корреяционные моменты второго порядка между пульсациоными составляющими ветра. Корреляционные моменты $\overline{u_k \varphi_i}$ $\overline{u_k u_g \varphi_i}$, имеющие порядки $|\varphi_i| \cdot \overline{|u_k|}, |\varphi_i'| \cdot \overline{|u_k u_g|}$, ввиду '* малости φ'_i , в коэффициентах N_i отброшены. Для однородноизотропной стационарной турбулентности, служащей в ограниченных интервалах времени моделью атмосферной турбулентности на некотором удалении от земной поверхности коэффициенты (11) упрощаются [8]:

$$M_{ij} = a_{ij0} + \sum_{k=1}^{6} a_{ij\,kk} \,\overline{u_k^2} = \text{const},$$
(12)

$$N_i = \sum_{k=1}^{\circ} c_{ikk} \, \overline{u_k^2} = \text{const},$$

и системе (10) удовлетворяет решение

$$\overline{\varphi_j}(t) = \sum_{\nu=1}^n D_{j\nu} e^{\lambda_{\nu}(t-t_0)} + \frac{\Delta_j}{\Delta_0} \qquad (j=1,\ldots,n), \quad (13)$$

в котором показатели устойнивости λ, являются корнями характеристического уравнения

$$\Delta = \text{Det} \left| a_{ij0} + \sum_{k=1}^{0} a_{ij \ kk} \overline{u_k^2} + \delta_{ij} \lambda \right| = 0, \ \delta_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{при } j = i, \\ 0 & \text{при } j \neq i \end{cases}$$
(14)

 Δ_0 Det $|M_{ij}| \neq 0$; Δ_j — детерминант, полученный заменой j столбца в Δ_0 на столбец из свободных членов N_i .

Случай $\Delta_0 = 0$, соответствующий нулевому корню характеристического уравнения (14), выходит за рамки линейной теории. Формула (13) позволяет в каждом конкретном случае делать практические выводы, касающиеся прямого участия статистических характеристик поля турбулентности в формировании динамической устойчивости самолета через величины корней λ , При прогнозировании устойчивости необходимо также учитывать тот факт, что под непрерывным воздействием случайных возмущающих сил, даже при соблюдении условий устойчивости Reel λ , <0, самолет стремится изменить свой балансировочный режим. Новые значения балансировочных параметров движения получаются предельным переходом в формуле (13)

$$\overline{\varphi_{j\infty}} = \lim_{t \to \infty} \overline{\varphi_j}(t) = \frac{\Delta_j}{\Delta_0} \text{ (Reel } \lambda_v < 0 \text{).}$$

Есть вторая сторона физического смысла величин

этносящаяся к использованию их для определения значений соэффициентов D₁. Известно, что в теории разовых возмуцений постоянные коэффициенты решений однозначно свяаны с величинами начальных возмущений. Но когда такая ке связь реализуется между начальными возмущениями $Y_i(t_0)$ и постоянными коэффициентами A_{iy} в формулах (3), о это является выражением не случайной природы функций $\varphi_i(t)$, как принято думать, а скорее математической еопределенности решений, проистекающей из некорректноти заложенного в них толкования устойчивости при потоянно действующих случайных возмущающих силах. Самое онятие «начальные возмущения» теряет всякий смысл при вижении тела среди непрерывных случайных возмущений. 3 некоторых случаях, чтобы избавиться от начальных возгущений в решениях (3), пользуются их асимптотической ьормой [2]:

$$\varphi_i(t) = \sum_{\nu=1}^n \sum_{k=1}^m C_{k\nu i} \int_0^\infty u_k(t-\tau) e^{\lambda_{\nu} \tau} (\operatorname{Reel} \lambda_{\nu} < 0).$$
(3a)

Однако формула (За) не имеет преимуществ перед своим рообразом (З), так как подменяет сложную механическую истему, какой на деле является летящий самолет, элеменарной флюгаркой с запаздыванием. В этом нетрудно убеиться, применив к интегралу (За) уже использованную днажды оценку (5):

$$\varphi_i(t) = -\sum_{\nu=1}^m \sum_{k=1}^m C_{k\nu i} \frac{u_k(t-\tau_i)}{\lambda_{\nu}}$$

ie τ_t зависит от t и $0 \ll \tau_t < \infty$, Reel $\lambda_y < 0$.

В поле непрестанных случайных возмущений приходится зучать не устойчивость движения по отношению к начальим возмущениям, независимо от порождающих их причин, устойчивость состояния уравновешенного движения тела отношению к самим возмущающим силам. С этих позиий вернемся к определению коэффициентов D_{jv} , в фориле (13). Обычная процедура [9] подстановки в уравне-

ния (10) частных решений позволяет определить вели чины D_{fv} с точностью до *n* произвольных постоянных δ_v

$$D_{j\nu} = \delta_{\nu} \gamma_{j\nu} \, .$$

Принимая за начало отсчета времени в (13) момент прс хождения самолета через равновесное состояние $\{\overline{\varphi}_{j}(t_{0}) = 0$ и полагая $t = t_{0}$, получаем систему алгебраических уравне ний:

$$\sum_{\nu=1} \delta_{\nu} \gamma_{j\nu} = -\frac{\Delta_j}{\Delta_0} \quad (j=1,\ldots,n),$$

решение которой однозначно определяет постоянные δ,.

В связи с описанным процессом нахождения коэффициентов D_{jv} , проясняется второй механический смысл параметров $\frac{\Delta_j}{\Delta_0}$: они являются мерой статической несбалансирс

ванности системы «самолет — поле турбулентности» и играю важную роль в прогнозировании болтанки самолетов.

ЛИТЕРАТУРА

- 1. Острославский И. В. Аэродинамика самолета. Оборонгиз, *N* 1957.
- Юдин М. И. Вопросы теории турбулентности и структуры вет с приложениями к задаче о колебаниях самолета. Гидромете издат, Л., 1946.
- 3. Эткин Б. Динамика полета. Изд-во «Машиностроение», М., 1964.
- 4. Дубов А. С. Боковые колебания самолета, обусловленные влияние порывов ветра. Труды ГГО, вып. 98, 1959.
- 5. Liepmann H. W. Extension of the Statistical Approach to Buffetin and Gust Response to Wings of Finite Span. J. Aero, sci., vol. 2 № 3, 1955.
- 6. Clementson G. C. An Investigation of the Power Spectral Density Atmospheric Turbulence. Ph. D. Thesis, MIT, 1950.
- 7. Малкин И. Г. Теория устойчивости движения. Изд-во. «Наука», N 1966.
- 8. Монин А. С., Яглом А. М. Статистическая гидромеханика, ч. Изд-во «Наука», М., 1965.
- 9. Степанов В. В. Курс дифференциальных уравнений, ГОНП М.-Л., 1939.

Р. Л. Струзер

РАСЧЕТ ВЕРТИКАЛЬНОГО РАСПРЕДЕЛЕНИЯ РАДОНА (Rn 222) В ТУРБУЛЕНТНОМ ПОГРАНИЧНОМ СЛОЕ АТМОСФЕРЫ ПРИ РАЗЛИЧНЫХ ВНЕШНИХ УСЛОВИЯХ

Содержащиеся в почве уран, радий и торий в процессе адиоактивного распада образуют сравнительно долгоживуие эманации — радон и торон, которые по почвенным каалярам диффундируют в верхние слои почвы, а затем схалируют в приземный воздух. Скорость эксхаляции заасит, главным образом, от близости урановых и ториевых илежей, от типа подпочвенных пород [1, 2], в какой-то стеэни от метеорологических условий и от ряда других факров [3, 4]. В атмосфере радон и торон распространяются а значительные расстояния, как по вертикали — с упорядоэнными вертикальными токами и с турбулентными вихрями, ик и по горизонтали — с ветром. Одновременно радиоактивие эманации продолжают распадаться, продукты их расада также участвуют в атмосферных движениях различных асштабов.

Независимость распада радиоактивных веществ от меорологических условий и ряд других факторов делают тественные радиоизотопы весьма удобными «метками» для следования процессов, происходящих в атмосфере. В частости, в нижних километрах атмосферы, где важнейшим актором, определяющим вертикальный перенос, является урбулентная диффузия, сведения о пространственном расределении концентрации естественных радиоактивных аэролей могут оказаться полезными для дальнейшего уточне-

ния теории атмосферной турбулентности. Однако для то чтобы стало возможным такое использование сведений о кс центрации, необходимо знать закономерности, связываюш концентрацию с основными метеорологическими величинам которые определяют поле турбулентности в нижних сло тропосферы.

Перенос концентрации радиоактивной субстанции п наличии турбулентности, как известно [1], описывается сл дующим уравнением:

$$\frac{\partial q}{\partial t} + u \frac{\partial q}{\partial x} + v \frac{\partial q}{\partial y} + w \frac{\partial q}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial z} k_z \frac{\partial q}{z} + \frac{\partial}{\partial x} k_x \frac{\partial q}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y} k_y \frac{\partial q}{\partial y} - \lambda q,$$

где q — концентрация в единице объема; k_x , k_y , k_z — коэ фициенты турбулентности по соответствующим ося $\lambda = \ln 2/T_{\frac{1}{2}}$ — постоянная распада; $T_{\frac{1}{2}}$ — период полург пада; x, y, z — координаты; u, v, w — составляющие векто скорости.

Ќ настоящему времени уравнение (1) подробно иссл довано для тех частных случаев, которые допускают анал тическое решение. Так, предполагая, что процесс стацион рен, упорядоченные вертикальные токи малы по сравнени с турбулентным переносом, а эксхаляция одинакова на вс горизонтальной эманирующей поверхности, можно получи следующий частный случай уравнения (1):

$$\frac{d}{dz}k\frac{dq}{dz}-\lambda q+Q=0, \qquad ($$

причем Q = 0 для радона и торона, $Q = \lambda_{i-1} q_{i-1}$ для проду тов их распада (i - 1 — номер предыдущего члена цепоч распада). Естественные граничные условия для этого ура нения:

$$-k \frac{dq}{dz}\Big|_{z=z_0} = E, \qquad q\Big|_{z\to\infty} \to 0,$$

где E — эксхаляция. Задача (2) — (3) решалась для некот рых простейших моделей функции k(z), известных из теори 264

иземного подслоя. Еще в 1918 г. Гесс и Шмидт [5] нашли споненциальное решение для простейшей модели k = const.эзднее [6, 7] были найдены решения для моделей «с излоэм», когда до некоторой высоты h принимались либо лийная функция $k = k_1 z$, либо степенная, либо линейно-логафмическая, а при $z \ge h$ по-прежнему считалось, что = const.

В работе [8] решена цепочка стационарных уравнений (2) я продуктов распада Rn и Tn в предположении k = const.

работах [9, 10] решалось простейшее нестационарное авнение

$$\frac{\partial q}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z} k \frac{\partial q}{\partial z} - \lambda q, \qquad (4)$$

ичем отыскивался суточный ход q(z, t) в зависимости от гочного хода k(t). По высоте по-прежнему принималось = const. В статье [9] при том же предположении k = const йден суточный ход q(z, t) также для продуктов распада, я чего в правой части уравнения (4) добавлялось слагаее $Q = \lambda_{i-1}q_{i-1}$. В работе [10] уравнение (4) решалось предположении k = const (и по высоте и по времени), но давался суточный ход эксхаляции. В работах [11—13] релось стационарное уравнение с учетом адвекции примеси

$$\frac{\partial}{\partial x}k_{x}\frac{\partial q}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial z}k_{z}\frac{\partial q}{\partial z} - u\frac{\partial q}{\partial x} - \lambda q = 0$$
(5)

рассматривалось влияние горизонтальной неоднородности схаляции, причем функция k(z) задавалась в соответствии моделью Юдина—Швеца.

Таким образом, теория распространения радона, торона продуктов их распада в приземном подслое атмосферы строена по существу для всех практически интересных учаев, допускающих аналитическое решение.

Расширение этой теории на большие высоты даже в проейшем случае уравнения (2) требует, очевидно, применея численных методов. До сих пор, однако, лишь в работах 1-16] уравнение (2) для Rn, Tn и их продуктов распада шалось численно. Якоби и Андре в работе [14] используют ть «характерных» профилей k(z), построенных ими для сот от 1 до 30 км и являющихся некоторыми модификаями так называемых «лейпцигских» профилей Леттау.

Гат и Ассаф в статье [15] ведут расчеты по другим проф лям k(z), также построенным на основе «лейпцигских» пр филей, но модифицированным из каких-то других, не соо щаемых авторами соображений. Выводы этих авторов весьм интересны как результаты первых попыток выйти за предел приземного подслоя. Однако профили k(z), используеми ими, получены осреднением экспериментального материа. за много лет, а значит их выводы цосят характер лиц климатологических оценок. Можно было бы пытаться дет лизировать и уточнять такого рода связи между q(z) и k(z)но большие трудности, связанные с непосредственным эк периментальным определением k(z) заставляют искать др гие пути.

Разработанная в последнее время Д. Л. Лайхтмано С. С. Зилитинкевичем и др. [17, 18] замкнутая теория ту булентного пограничного слоя атмосферы позволяет рассч тать основные внутренние характеристики турбулентнос в пограничном слое, в том числе и профили k(z), однознач по заданной совокупности внешних по отношению к погр ничному слою параметров -- по геострофическому ветру широте места φ, параметру шероховатости z₀₀ и парамет χ^2 g - , где *P* — турб термической стратификации μ = - $T \rho c_p$ лентный поток тепла; v_* — динамическая скорость; f — пар метр Кориолиса; $\varkappa = 0,4$ — константа; ρ — плотность воздух с_р — удельная теплоемкость при постоянном давлении; g ускорение силы тяжести; Т --- средняя температура сл

(в градусах Кельвина).

Если воспользоваться этой теорией, то профили q(можно связывать с перечисленными выше внешними пар метрами, которые можно задавать либо из данных прогноз либо из обычных метеорологических наблюдений.

В статье [16] получено решение уравнения (2) при грани ных условиях (3) на основе этой теории. Настоящая стат является развитием этой работы, причем использованы утс ненные профили коэффициента турбулентности.

Вначале проанализируем верхнее граничное услов $q|_{z\to\infty} \to 0$. Для решения задачи необходимо выбрать ту в соту *H*, которую можно принимать с достаточной д. практических приложений точностью за требуемую этим гр ничным условием «бесконечную» верхнюю границу. I 266

равнёния (2) следует, что q = 0 на той высоте, где обрацается в нуль коэффициент турбулентности. Из эксперименов известно, вообще говоря, что по крайней мере в предетах тропосферы на любой высоте k > 0. Однако определить профиль $k_n(z_n)$ выше верхней границы пограничного слоя наче как из конкретных экспериментальных данных пока не удается.

В теории же пограничного слоя [18] граничные условия поставлены так, что на высоте верхней его границы, там; де ветер становится равным геострофическому, коэффициент турбулентности по существу равен нулю. Единственный возможный выход из положения — обрывать профили, получаемые в [18], на каком-то уровне ниже верхней границы, а выше этого уровня считать k = const или задавать какую-либо другую априорную модель. Проведенные нами численные эксперименты показали, что это уточнение не эчень меняет профили концентрации в нижних 2/3 пограничного слоя, и было решено ограничиться расчетами в пределах пограничного слоя, помня, однако, что в верхней части соответствующих профилей q ошибки могут быть значительны.

Итак, решается уравнение (2) при граничных условиях

$$-k \frac{dq}{dz}\Big|_{z=z_0} = E, \qquad q\Big|_{z=H} = 0 \tag{6}$$

с использованием профилей k(z) из работы [18].

Для удобства использования этих профилей введем вместо k и z безразмерные переменные k_n и z_n по тем же соотношениям, какие приняты в [18]:

$$k_n = \frac{k}{\varkappa v_* L}, \qquad z_n = \frac{z}{L}, \qquad L = \frac{\varkappa v_*}{f}, \qquad (7)$$

а для исключения из числа параметров задачи эксхаляции *E* введем безразмерную концентрацию

$$q_n = \frac{xv_*}{E} q. \tag{8}$$

Тогда вместо уравнения (2) и граничных условий (6) получаем:

$$\frac{d}{dz_n} k_n \frac{dq_n}{dz_n} - \frac{\lambda}{f} q_n = 0;$$

$$-k_n \frac{dq_n}{dz_n}\Big|_{z_n = \frac{z_{n_0}}{L}} = 1, \quad q_n\Big|_{z_n = \frac{H}{L}} = 0.$$
(9)

В работе [18] показано, что k_n есть универсальная функция безразмерной высоты, зависящая только от параметра



Рис. 1. Универсальные профили безразмерного коэффициента турбулентности при различных μ_0 : $1-\mu_0 = -10; 2-\mu_0 = 0; 3-\mu_0 = +10$

стратификации $\mu(z_n)$, где $\mu(z_n) = \mu_0 \cdot e^{-2z_n}$. Задача (9) решалась нами численно методом прогонки для $\mu_0 = -40$, -20, -10, 0 + 10. Соответствующие профили $k_n(z_n)$ воспроизведены на рис. 1, где по оси абсцисс отложены значения k_n , а по оси ординат z_n в логарифмическом масштабе. 268 Обращают на себя внимание два обстоятельства. Во-перых, на малых высотах $(z_n < 10^{-2})$ предположение теории риземного подслоя $k_n \sim z_n$ при равновесной стратификации эшолняется точно, а в других случаях профиль коэффичента турбулентности достаточно близок к равновесному. о-вторых, в случае неустойчивой стратификации при разччных значениях μ_0 профили безразмерного коэффициента рбулентности отличаются друг от друга значительно менье, чем при различных μ_0 при устойчивой стратификации.





Перейдем теперь к анализу результатов. На рис. 2 изоажены универсальные профили $q_n(z_n)$ для вышеупомягых значений μ_0 для радона ($\lambda = 2,1 \cdot 10^{-6} \, ce\kappa^{-1}$, период позаспада $T_{\frac{1}{2}} = 3,81$ суток), являющиеся решениями задачи (9). 269 На рис. 2 видна зависимость профилей от устойчивости На уровне $z_n = \frac{z_{00}}{L}$ безразмерная концентрация q_n пр $\mu_0 = +10$ в семь раз превышает q_n при $\mu_0 = -10$. При бо́ли ших z_n различие становится больше. Отмеченные выше осо бенности профилей k_n при устойчивой стратификации отра жаются и на профилях q_n . При $\mu_0 = +10$ устойчивость на столько велика, что уже при $z_n = 0,5$ безразмерный коэффи циент турбулентности обращается в нуль, причем очен



Рис. 3. Сравнение с экспериментом размерных профилей концентрации. Инверсия: 1-µ₀=0, *G*=1 м/сек, z₀₀=5 см; 2-µ₀=+10, *G*=5 м/сек, z₀₀=5 см; 3-µ₀=+10, *G*=1 м/сек, z₀₀=5 см; I-Милин [21]; II-Сисична (6/IX 1960) [2]; III-Сисична (29/IX 60) [2]; IV-Кириченко [13]

резко, а значит и $q_n = 0$. Из рис. 2 видно, что в этом случ получается особо резкий «загиб» кривой $q_n(z_n)$ к нул По-видимому, именно при больших устойчивостях особо лики ошибки за счет задания «бесконечной» верхней грани 270 на уровне обращения k_n в нуль. Этот вывод подтвердился и проведенными численными экспериментами.

При неустойчивых условиях, когда $\mu_0 < 0$, загиб кривых, как видно из рис. 2, далеко не так значителен и вполне объясняется тем, что на этих высотах уже заметно влияние распада на распределение концентрации.

Безразмерные профили $q_n(z_n)$ в принципе зависят не только от стратификации, но и от широты места φ , входящей в выражение для параметра Кориолиса $f = 2\omega \sin \varphi$, где ω — угловая скорость вращения Земли (см. уравнение (9)). Однако расчеты показали, что эта зависимость при изменении φ в пределах 40—70° невелика — значения концентрации

меняются не более, чем на 10%. В настоящей статье приводятся результаты расчетов для широты Ленинграда $\varphi = 60^{\circ}$.

Профили q(z) в размеркоординатах, рассчиных танные для ряда сочетаний z_{00} и G, изображены на рис. 3, 4. Как видно из соотношений (7), влияние изменений z_{00} и G на решение определяется тем, как при этом изменяется параметр $R_0 = G/(fz_{00})$, от которого зависит безразмерная шероховатость z_{on}. Благодаря этому изменения 200 сказываются на профилях q(z)в большинстве случаев несколько меньше, чем изменения G.

К сожалению, сравнение результатов расчета с экспериментальными данными существенно затруднено отсут $\frac{10^{2}}{10^{2}} + \frac{1}{10^{-1}} + \frac{1}{10^$

Рис. 4. Сравнение с экспериментом размерных профилей концентрации. Конвекция:

ствием комплексных измерений одновременно параметров радиоактивности и основных метеорологических характеристик в приземном подслое. При наличии таких комплексных данных удалось бы непосредственно сравнивать безразмерные профили. В данной статье нам пришлось ограничиться вы-

бором профилей k, относящихся к «конвективным», «инверсионным» и «равновесным» условиям. В нашем распоряжении имелись экспериментальные данные из работ [2, 19—21]. В работе [21] приведены осредненные за много дней суточные хода, в [19]— суточные хода за отдельные дни наблюдений, в [2, 21]— осредненные данные за «конвективные» и за «инверсионные» дни, в [13]— отдельные профили: На рис. 3, 4 эти данные нанесены на одних осях с некоторыми размерными профилями. Как можно видеть из этих графиков, имеется определенное совпадение расчетных кривых с экспериментом.

ЛИТЕРАТУРА

- 1. Сисигина Т. И. Эксхаляция радона с поверхности нескольких типов почв ЕТС и Казахстана. В сб. «Радиоактивные изотопы и их использование в метеорологии». Атомиздат, М., 1965.
- 2. Сисигина Т. И. Вертикальное распределение радона в слое 0—300 м в связи с изменением метеорологических условий. Изв. АН СССР, сер. геофиз., № 3, 1964.
- 3. Marquardt W. Einflusse auf die natürliche Radioaktivität in der bodennahen Luftschift. Zt. Met., 19, 7, 1967.
- 4. Wilkening M. H. a. oth. Radon-daughter ions and their relation to some electrical properties of the atmosphere. Tellus, 18 2--3, 1966.
- 5. Hess V. F. und Schmidt W. Über die Verteilung radioaktiver Gase in der freien Atmosphäre. Phys. Z., № 6, 1918.
- 6. Малахов С. Г. Вертикальное распределение радиоактивных эманаций в атмосфере. Изв. АН СССР, сер. геофиз., № 9, 1959.
- 7. Бакулин В. Н. Вертикальное распределение радона, торона и короткоживущих продуктов их распада в атмосфере в стационарных условиях. Изв. АН СССР, физика атмосферы и океана. т. II, № 4, 1966.
- 8. Бакулин В. Н. Влияние суточного хода коэффициента обмена на концентрацию Rn, Tn и продуктов их распада в атмосфере. Изв. АН СССР, физика атмосферы и океана, т. III, № 2, 1967.
- 9. Staley D. O. The diurnal oscillations of radon and thoron and their decay products. J. Geoph. Res., 71, 14, 1960.
- 10. Малахов С. Г., Бакулин В. Н. Влияние колебаний эксхаляции радона и торона на изменение концентрации этих эманаций и их дочерних продуктов в атмосфере. Изв. АН СССР, физика атмосферы и океана, т. III, № 7, 1967.
- Гандин Л. С., Соловейчик Р. Э. О распределении радиоактивной примеси в атмосфере. Ученые записки Ленинградского горного института, т. 37, вып. 3, 1960.
- Гандин Л. С., Соловейчик Р. Э. О распространении радиоактивных эманаций в приземном слое атмосферы. Изв. АН СССР, сер. геофиз., № 7, 1960.

- 13. Кириченко Л. В. Изменение поля концентрации радона в атмосфере при наличии участков с неоднородной величиной эксхаляции. В сб.: «Радиоактивные изотопы и их использование в метеорологии». Атомиздат, М., 1965.
- 14. Jacobi W. and Andre K. The vertical distribution of radon. thoron and their decay products in the atmosphere. J. Geoph. Res., 68, 13, 1963.
- 15. Gat J. R. and Assaf G. Atmospheric Bismuth-212, measurement and some meteorological applications. Science, 159, 3818, 1968.
- 16. Гисина Ф. А., Рейнюк В. И. Вертикальное распределение радона в атмосфере при разных метеорологических условиях. Труды ЛГМИ, вып. 27, 1968.
- 17. Лайхтман Д. Л., Зилитинкевич С. С. Турбулентный режим в приземном слое атмосферы. Изв. АН СССР, физика атмосферы и океана, т. I, № 2, 1965.
- 18. Бобылева И. М., Зилитинкевич С. С., Лайхтман Д. Л. Турбулентный режим в термически стратифицированном планетарном пограничном слое атмосферы. Сб. «Международной коллоквиум по микроструктуре атмосферы и влиянию турбулентности на распространение радиоволн». Изд-во «Наука», М., 1968.
- 19. Pearson J. E. and Moses H. Atmospheric Rn-222 concentration variation with height and time J. Appl. Met., 5, 2, 1966.
- 20. Fontan J. a. oth. Measurement of the diffusion of Rn, Tn and their radioactive daughter products in the lower layers of the earth's atmosphere. Tellus, 18, 2-3, 1966.
- 1. Милин В. Б. и др. Концентрация радона и вертикальное турбулентное перемешивание в приземном слое атмосферы. В сб.: «Радиоактивные изотопы и их использование в метеорологии» Атомиздат, М., 1965.

Э. Г. Палагин, Н. Г. Самотеева, В. М. Шапаес

О НЕКОТОРЫХ ВОЗМОЖНОСТЯХ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ СТАТИСТИЧЕСКОЙ ЭНТРОПИИ В КЛИМАТОЛОГИИ

Понятие энтропии возникло в классической термодина мике. Энтропия, являясь функцией состояния, отражает мер необратимости процесса. Можно также отметить, что энтро пия дает количественную меру вероятности состояния си стемы. В этом качестве она находит применение и в теори информации, где служит мерой неопределенности реализаци какого-либо случайного процесса. При этом, по аналоги с известной формулой Больцмана, статистическая энтропи может быть определена [3] как

$$\vartheta(p_i) = -\sum_{i=1}^n p_i \lg p_i, \qquad (1$$

где p_i — вероятность наступления события (при дискретно распределении);

$$\sum_{i=1}^{n} p_i = 1.$$

Если процесс строго детерминирован, так, что может при нзойти только одно событие, то естественно $\mathcal{P}(p_i) = 1$ и в этом случае неопределенность равна нулю. Использу функционал Лагранжа для выражения (1), легко показат 274], что максимум \mathcal{P} достигается в случае равновероятности сходов рассматриваемой полной системы, т. е. если $p_i = \frac{1}{n}$.

Взяв за основу многолетний режим какого-нибудь метеоологического элемента, можно на основе [3] в различных очках его пространственного распределения рассчитать веичину \mathcal{P} , определяя p_i как частоту появления значений мееоэлемента в каких-либо заданных интервалах (числом n).

Полученные величины могут быть использованы в качетве характеристики устойчивости полей рассматриваемых лементов *. Это связано с тем, что в случае, например, резих колебаний или частой смене значений величины в какойибо точке или районе значения энтропии будут выше, чем ри наличии плавного хода. В пределе для последнего слуая будет иметь место одно и то же значение элемента, что цает $\mathcal{P}(p_i) = 0.$

Указанное свойство энтропии может быть использовано ля уточнения климатологического районирования, так как, примеру, зоны с резко выраженным континентальным хаактером климата будут обладать большей энтропией, чем ийоны с морским климатом.

Для иллюстрации указанных положений по данным 9 метеорологических станций, расположенных в различных лиматических областях Советского Союза, были вычислены одовые значения энтропии поля температуры воздуха, веюятность характеристик которого определялась как повтоуяемость различных значений температуры воздуха через 2°,

: е. $p_i = \frac{n_i}{N}$, где N — общее число локальных наблюдений.

Результаты расчетов, объединенные в 11 групп в зависимоти от степени устойчивости поля температуры воздуха, призедены в табл. 1, из которой видно, что наибольшие годовые начения энтропии поля температуры воздуха свойственны айонам Западной и Восточной Сибири с резко выраженным сонтинентальным климатом, особенно в северо-восточной Кутии, где наблюдается большой годовой ход температуры зоздуха.

* Различные возможности использования понятия статистической интропии в метеорологии рассматриваются в работах [1], [2], [5]. 8* 275

Тавлица

Годовые значения энтропии поля температуры воздуха				
I группа	<i>Э</i> ≥1,60	VI группа	$ 1,40>\Im \ge 1,$	
Верхоянск	1,62	Мурманск	1.38	
Сеймчан	. 1,60	Кандалакша	1.38	
II группа	1,60>∂≥1,55	Петрозаводск	1,39	
Вилюйск	. 1,59		1,01	
Игарка	. 1,56	VII группа	$1,35 > \mathcal{P} \ge 1,$	
Тура	. 1,57		1	
Жиганск	. 1,55	Чимкент	1,33	
Олекминск	1,56	Ашхабад	1,33	
III группа	1.55>3>1.50	Владивосток	1,34	
-		Ростов-на-Дону	1,30	
Оленек	. 1,53	Хорог.	1,31	
Чита	. 1,53	Фергана	1,31	
Дудинка	. 1,53	о. Гогланд	1,31	
Омск	. 1,52	о. Колгуев	1,30	
Курган	. 1,51			
Красноярск	. 1,50	VIII группа	1,30> 3>1,3	
IV группа	1,50≥∂≥ 1,54		<u> </u>	
Николаевск-на-Амуре.	1,49	Ереван	1,26	
Сыктывкар	1,47	IX гоуппа	1.25 > 3 > 1.25	
Воркута	1,45		.1	
Караганда	1,47	Сулак высокогорная.	1,23	
Горно-Алтайск	1,46			
V группа	1,46>3>1,40	Х группа	1, 20> <i>Э</i> ≥1,1	
Киров	1,44	Махачкала	1,15	
Охотск	1,42		1.15 > 9 > 1 1	
Аральск	1,44	AI IPYIIIA		
Архангельск	1,43	Сухуми	1.10	
Хабаровск	1,43		-,	

В районах, отличающихся климатом переходным от коннентального к морскому, которому свойственно уменьшее (сглаживание) годового хода температуры воздуха, веичина энтропии является средней между значениями этого казателя для местностей с резко выраженным континенльным и морским климатами.

Обращают на себя внимание сравнительно небольшие говые значения энтропии в Средней Азии и Южном Қазахане, указывающие на относительную устойчивость полей мпературы воздуха, объясняемую особенностями годового уа этого метеорологического элемента. К ним относятся продолжительность зимнего периода и малая повторяеость низких температур воздуха по сравнению с высокими ачениями летних температур, наблюдаемыми в течение интельного времени. Величина энтропии поля температуры здуха и отразила устойчивость высоких температур в пролжительный теплый период [5].

Небольшие значения энтропии в умеренной зоне харакрны для побережий морей и островов.

В южных районах СССР и особенно в зоне субтропичеого климата величина энтропии резко уменьшается, достия минимальных значений, что указывает на большую тойчивость полей температуры воздуха в районе влажных 'бтропиков.

Определенный интерес представляют климатические райол горных систем Кавказа и Памира. В Хороге (Памир) Ереване (Малый Кавказ) годовые значения энтропии нелики. Причина заключается не только в расположении уканных пунктов на большой высоте относительно уровня оря (Хорог — 2098 м, Ереван — 1112 м), но и в том, что районах местонахождения обеих метеостанций продолжильность периода устойчивых положительных температур эдуха достигает 9 месяцев в году.

Таким образом, использование энтропии, как нам предавляется, позволит устранить элемент субъективизма оценке континентальности климата и следует полагать, что на вполне может быть использована как оценочный параэтр.

Расчет энтропии на основе наблюдений над относительй влажностью воздуха проводился по данным 18 метеоанций из указанных выше 39. При этом по формуле (1) ределялась повторяемость каждого процента относитель-

ной влажности воздуха. Полученные величины энтропии при ведены в табл. 2.

Таблица

І группа	2,00≥ <i>Э</i> >1,90	IV группа	1,70≥ <i>Э</i> >1,
Ашхабад	1,93 1,91 1,95	Игарка Петрозаводск Мурманск	1,65 1,62 1,61
II группа	1,90≥ <i>Э</i> >1,80	V группа	$1,60 \ge \Im > 1,$
Владивосток . Николаевск-на-Амуре Охотск .	1.84 1,81 1,80	Воркута Дудинка	1,59 1,58
III группа	1,80≥ <i>Э</i> >1,70	VI группа	$1,50 \ge \Im > 1,$
Верхоянск Сеймчан Тура Қиров	1,78 1,77 1,74 1,72	о. Гогланд . о. Колгуев Сухуми	1,49 1,45 1,50

Годовые значения энтропии поля относительной влажности воздуха

Отметим, что устойчивость поля относительной влажност над некоторыми районами СССР имеет специфические осс бенности. Так, наименьшей устойчивостью поля относительно елажности воздуха отличаются высокогорные районы, а так же территории с сухим субтропическим и муссонным клима тами. Наибольшим консерватизмом поля относительно влажности воздуха обладают области на севере ЕТС с ти пично морским климатом и влажные субтропики. В послед нем случае это объясняется влиянием моря, ибо высока влажность воздуха здесь наблюдается в течение всего год: Необходимо также отметить, что устойчивость поля относи тельной влажности воздуха не совпадает с устойчивость поля температуры воздуха в соответствующих районах. 278 Аналогичные вычисления энтропии были проведены и для гачений атмосферного давления. Использовались данные ? метеостанций из упомянутых 39. Повторяемость подсчитыилась с интервалом в 1 мб (табл. 3).

Таблица 3

Годовые значения	я энтропии г	оля атмосферного дан	зления
I группа	1,75≥ ∂>1,65	III группа	$1,55 \ge \Im > 1,45$
рхоянск ймчан ра	1,73 1,71 1,69	Ашхабад Владивосток.	1,50 1,50
II группа	1 ,65≥∂>1,5 5	ту группа Сулак высокогорная.	1,45 ≥ 3 > 1,35
ров	1,62 1,61	V группа	1,35≥ <i>Э</i> >1,25
гогланд Колгуев	1,58	Сухуми Ереван	1,34 1,31

Анализируя содержание табл. 3, можно констатировать, о распределение энтропии атмосферного давления в общем юдно с распределением энтропии поля температуры возуха. Минимальные значения энтропии указывают на значильную устойчивость поля атмосферного давления, харакрную для зоны субтропических пустынь (район Ашхабада), уссонного климата умеренных широт (Владивосток) и влажого субтропического климата (Сухуми).

В субтропической зоне суша значительную часть года плее моря, и устойчивые области повышенного давления на эртах многолетних средних располагаются над морями, пониженного давления — над сушей. И в целом этот эфект определяется наиболее продолжительным периодом тойчивого барического режима.

Таким образом, можно отметить, что изменчивость полей ассмотренных метеорологических элементов, по данным агропии, различна. Так, например, относительная влажность течение года может значительно изменяться в тех районах, е устойчив барический и термический режим.

На основании приведенных данных можно считать, ч энтропия дает объективный количественный критерий, хара теризующий устойчивость метеорологических элементс В этом смысле она может быть полезна для целей климат логического районирования. Помимо этого самостоятельны интерес представляет вопрос «о приведении коротких ряд к длинному периоду. Корректность результатов такой р боты зависит от устойчивости и аналогичности сравниваемь метеостанций. Естественно, что этим определяется и выбс опорной станции. Показателем же ее репрезентативности м жет вполне служить величина энтропии

В итоге следует отметить, что использование статистич ской энтропии в климатологии может быть значительно ра ширено. Поскольку в классической климатологии обычи принято рассматривать распределение различных метеоэл ментов как независимое, то это не позволяет заложи в основу климатологических оценок факторы, учитывающи их взаимовлияние. В этом плане весьма интересные вывод можно получить с помощью вычисления совместной энтропи двух или более элементов, что позволяет выявить степень с ществующей между ними связи и взаимозависимости.

В заключение авторы считают своим приятным долго выразить признательность проф. Д. Л. Лайхтману, по ин циативе которого была выполнена эта работа.

ЛИТЕРАТУРА

- 1. Багров Н. А. Статистическая энтропия как мера неопределеннос и связанности случайных явлений. Метеорология и гидрология, № -1957.
- 2 Багров Н. А. Статистическая энтропия как показатель сходства ил различия метеорологических полей. Метеорология и гидрологи № 1, 1963.
- 3. Бриллюэн Л. Наука и теория информации. Пер. с англ., ГОНТИ, 1960.
- 4. Бриллюэн Л. Научная неопределенность и информация. Пер. с анг М., изд-во «Мир», 1966.
- 5. Борисов А. А. Климаты СССР. М., изд-во «Просвещение», 1967.

СОДЕРЖАНИЕ

Стр.

И. М. Бобылева. Расчет характеристик турбулентности в плане- тарном пограничном слое атмосферы	3
Д. Л. Лайхтман, И. Ю. Мелкая. О расчете турбулентных потоков по градиентным измерениям	64
Ф. А. Гисина, С. Н. Каплан. Пульсационные характеристики ско- рости ветра в приземном слое атмосферы при разных метео- рологических условиях	74
С. М. Пономарева. О расчете некоторых характеристик турбулентности в пограничном слое по аэрологическим данным .	88
С. Н. Каплан, Ж. Н. Михайлова. Повторяемость метеорологических параметров, определяющих пульсационные характеристики ветра в приземном слое атмосферы	101
К. Мурти. Нормирование орошения посевов пшеницы в Индии	121
К. Мурти. Методы расчета суховея и оценка суховейного эффекта для Индии	127
А. М. Данович, Д. Л. Лайхтман. О распространении нагретого газа в стратифицированном турбулентном потоке	135
Ф. А. Гисина, С. Н. Каплан, В. Н. Кирнос, Э. И. Котова. Учет статистических закономерностей при расчете высоты нижней границы облаков по наземным данным	153
К. Л. Егоров. Влияние внешних параметров на ветровой дрейф льда и характеристики турбулентности в подледном слое моря	16 7
Н. М. Лифшиц. Простая модель нестационарного взаимодействия пограничных слоев атмосферы и океана	177
В. И. Воробьев, В. М. Радикевич. Расчет номограмм для прибли- женной оценки потоков длинноволновой радиации в атмо- сфере.	187
Э. Л. Подольская, В. А. Самойленко. Влияние проективного уве- личения облачности к горизонту на средний наблюдаемый балл облачности и планетарное альбедо Земли	201
7. М. Анисимова, В. Е. Михайлова, Э. Л. Подольская, В. Г. Тере- щенко. Расчет интегральной функции пропускания для водя- ного пара и исследование ее зависимости от давления и тем-	
пературы	2 06
	281

С. Ф. Аверина, Э. Л. Подоль	ономарева. О влиянии
модели атмосферы на	счетов рассеянной ра-
диации.	
Л. А. Горячева, Н. А. Дмитри	сайлова, Э. Л. Подоль-
ская. Методика и рез	ов уходящей коротко-
волновой радиации и	земной поверхности
в замутненной атмосфер	
М. Г. Евсеева, Э. Л. Подольс	ная функция пропуска-
ния солнечной радиаци	инфракрасной области
спектра	
Я. С. Рабинович. К вопросу	осферной турбулентно-
сти на устойчивость по	
Р. Л. Струзер. Расчет вертика	ления радона (Rn 222)
в турбулентном погран	мосферы при различ-
ных внешних условиях	
Э. Г. Палагин, Н. Г. Самотен	аев. О некоторых воз-
можностях использован	ой энтропии в клима-
тологии	

