

МИНИСТЕРСТВО ВЫСШЕГО И СРЕДНЕГО СПЕЦИАЛЬНОГО
ОБРАЗОВАНИЯ РСФСР

ЛЕНИНГРАДСКИЙ ГИДРОМЕТЕОРОЛОГИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

Научно-исследовательский сектор

ТРУДЫ

выпуск 52

РАСПРОСТРАНЕНИЕ ПРИМЕСЕЙ ОТ ПРОМЫШЛЕННЫХ ИСТОЧНИКОВ

(Математическое моделирование
и расчет некоторых инженерных задач)

Под редакцией канд. физ.-мат. наук доц. Э. Г. ПАЛАГИНА

ЛЕНИНГРАД

1975

Ленинградский
Гидрометео

*Одобрено Ученым советом
Ленинградского гидрометеорологического института*

Научное содружество ЛГМИ с Нововоронежской атомной станцией позволило составить настоящий сборник.

Сборник содержит материалы методического и прикладного характера по вопросам распространения примесей, поступающих в атмосферу от промышленных источников, их накоплению на подстилающей поверхности и миграции. Даны рекомендации инженерного характера, а также представлен экспериментальный материал.

Труды Ленинградского гидрометеорологического института

Выпуск 52

Распространение примесей от промышленных источников

Редактор *И. Г. Максимова*

По плану изданий 1974 г.

М-17091 Сдано в набор 30.07.74 г. Подписано к печати 11.03.75 г. Зак 356
Объем 7¹¹/₁₆ п. л. Формат 60×90 1/16 Тираж 500 Цена 1 р. 05 к.

РАСЧЕТ ПРИЗЕМНОЙ КОНЦЕНТРАЦИИ И ПОТОКА, ПРИМЕСИ, СОЗДАВАЕМЫХ ВЫСОТНЫМ ИСТОЧНИКОМ

В статье собран материал, который, как нам представляется, может быть полезным в плане инженерных оценок, необходимых на первом этапе проектирования промышленных объектов. Здесь не затронуты многие практически важные вопросы, например расчет среднесезонных и среднегодовых доз, определение обеспеченности выбранной высоты трубы и т. п.

Однако простейшие формулы и приведенные расчетные кривые позволяют без значительных усилий представить себе картину будущего уровня загрязнений в функции от закладываемых в проект параметров предприятия. Это, в свою очередь, дает возможность скорректировать их таким образом, чтобы уровень загрязнений не превосходил предельно допустимых концентраций. На дальнейших этапах проектирования эти данные могут быть уточнены путем более детальных расчетов, но необходимость принятия принципиально новых решений с этой точки зрения уже отпадает.

Вначале рассмотрим факторы, определяющие уровень загрязнения окружающей среды выбросами предприятия.

Примесь, поступающая в атмосферу от какого-либо постоянно действующего промышленного источника, например вентиляционной трубы атомной электростанции, в дальнейшем распространяется за счет переноса ветром и турбулентной диффузии. Распределение ее в пространстве в основном определяется параметрами выброса (высота трубы, начальная скорость и перегрев выходящих из нее газов, характер и количество поступающего вещества), состоянием атмосферы (скорость ветра, термическая стратификация), характером подстилающей поверхности (ее топография и шероховатость). Ясно, что для расчета поля концентраций или потока (в случае, если примесь тяжелая) примеси на подстилающую поверхность необходимо располагать детальными сведениями о структуре нижнего (толщиной порядка 1 км) слоя атмосферы, в пределах которого имеет место диффузионный процесс.

При получении излагаемых ниже результатов использовалась нелинейная модель строения пограничного слоя С. С. Зилитинкина — Д. Л. Лайхтмана [1]. Задача о распространении примеси решалась в постановке, соответствующей методу расчета диффу-

зии Д. Л. Лайхтмана [1]. Конкретные уравнения и подробное изложение методической стороны вопроса можно найти в [2], в силу чего мы на этом останавливаться не будем, а сконцентрируем внимание на результатах, которые получены путем численного решения соответствующих уравнений [3]. Но прежде остановимся на смысле используемых в дальнейшем понятий.

Так, под точечным источником имеется в виду реальная труба, градирня и т.п. объекты, выходные отверстия которых пренебрежимо малы в сравнении с масштабом распространения примеси. Для большинства задач это выполняется с большим запасом.

Высота источника H складывается из проектной высоты H_n и дополнительного подъема струи ΔH , обусловленного действием сил Архимеда (возникают за счет перегрева выходящих газов по отношению к атмосферному воздуху), и наличия импульса сил (появляется ввиду наличия начального количества движения в выходящем потоке). Для оценки ΔH и $H = H_n + \Delta H$ можно рекомендовать упрощенные зависимости, справедливые для случая нейтральной стратификации атмосферы, которые получены методом анализа размерностей.

Холодная струя (тепловой выброс Q мал)

$$\Delta H_1 = \frac{1.5}{u} \sqrt{Wv}. \quad (1)$$

Конвективная струя (мал первоначальный импульс $W \cdot v$)

$$\Delta H = 2,8 \frac{Q}{u^3}. \quad (2)$$

В формулах (1) и (2) обозначения следующие*:

ΔH — подъем, м; Q — поступление тепла от источника, ккал/с; W — секундный объем выходящих газов, м³/с; v — скорость газов на срезе трубы, м/с; u — скорость ветра на флюгере, м/с.

Параметр стратификации μ^{**} характеризует термическую устойчивость атмосферы: $\mu < 0$ соответствует неустойчивому, $\mu = 0$ безразличному и $\mu > 0$ устойчивому состоянию атмосферы. Для грубой оценки будем полагать, что $\mu = -50$ отвечает условиям неустойчивости, которые в основном наблюдаются днем и в летний период, а $\mu = +20$ — условиям устойчивости, характерным для зимнего периода, $\mu = 0$ соответствует некоторым средним условиям.

Концентрация q отнесена к единице объема (м³) и рассчитана на единичную мощность выброса (за секунду), так что размерность q с/м³. Для получения фактических значений необходимо проводимые ниже величины q (рис. 1, 2). умножить на реальную

* Формулы аналогичного вида приведены в [4].

** Параметр μ введен Д. Л. Лайхтманом и в [1] содержатся исчерпывающие сведения о его структуре и физическом смысле.

мощность выброса интересующего компонента. Наибольшие значения q наблюдаются на оси струи ($y=0$), направленной по ветру, куда направлена и ось x .

Кроме того, поскольку наибольший интерес представляют приземные концентрации ($z=0$), то ниже даны кривые, соответствующие значениям $y=z=0$, т. е. $q=q(x, 0, 0)$. При этом в некоторой точке $x=x_m$ величина q достигает своего максимального значения $q_m=q_m(x_m, 0, 0)$. С инженерной точки зрения именно $M \cdot q_m$ (M — мощность выброса за секунду) представляет наибольший интерес, ибо сравнивая ее с предельно допустимой концентрацией (определяемой органами санэпиднадзора) можно судить о степени опасности загрязнения воздуха.

В случае невесомой примеси ориентировочные значения x_m и q_m можно получить с помощью простейших формул, приводимых ниже.

$$q_m = \frac{8 \cdot 10^{-3}}{uH^2}, \quad (3)$$

$$x_m = 20H. \quad (4)$$

Оба приведенных соотношения справедливы для случая безразличной стратификации.

Тяжелая примесь, в отличие от невесомой, перемещается в атмосфере не только за счет сноса ветром и турбулентного рассеяния, но подвержена еще действию гравитационных сил, которые вызывают ее оседание. В этом случае можно говорить не только о концентрации примеси, но и о потоке ее Π ($[\Pi]=\text{м}^{-2}$) на подстилающую поверхность. Оценочные формулы, которые мы приводим, получены для безразличного состояния атмосферы, причем максимальный поток дается для единичной мощности выброса:

$$\Pi_m = 0,6 \frac{W_0}{uH^2}, \quad (5)$$

$$x_m = 0,7 \frac{uH}{\omega_0}, \quad (6)$$

ω_0 — скорость гравитационного оседания частиц $[\omega_0]=\text{м} \cdot \text{с}^{-1}$.

Теперь обратимся к рассмотрению кривых $q=q(x)$. На рис. 1 приведены значения концентраций невесомой примеси для различных μ при высоте источника $H=100$ м и скорости ветра на флюгере $u=5$ м/с. Анализируя приведенные данные, легко убедиться, что наиболее высокие значения q_m наблюдаются при неустойчивой стратификации ($\mu=-50$), причем точка максимума расположена ближе всего от источника. При устойчивой стратификации ($\mu=+50$) q_m является наиболее низким, но одновременно и наиболее удаленным.

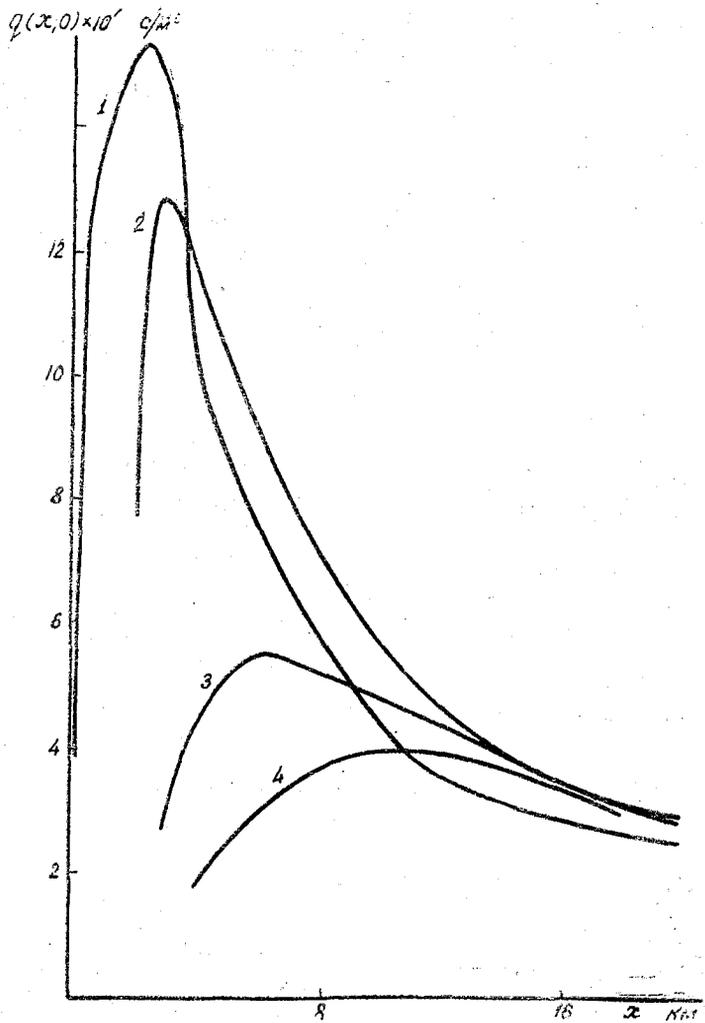


Рис. 1. Зависимость приземных концентраций от метеорологических условий:

1 - $\mu = -50$; 2 - $\mu = -20$; 3 - $\mu = 20$; 4 - $\mu = 50$

Поскольку нас интересуют наивысшие значения q_m , то в дальнейшем будем рассматривать q только при $\mu = -50$. В частности, на рис. 2 приведены $q = q(x)$ при различных высотах источников ($u = 10$ м/с). Как и следовало ожидать, с увеличением H наблюдается уменьшение q .

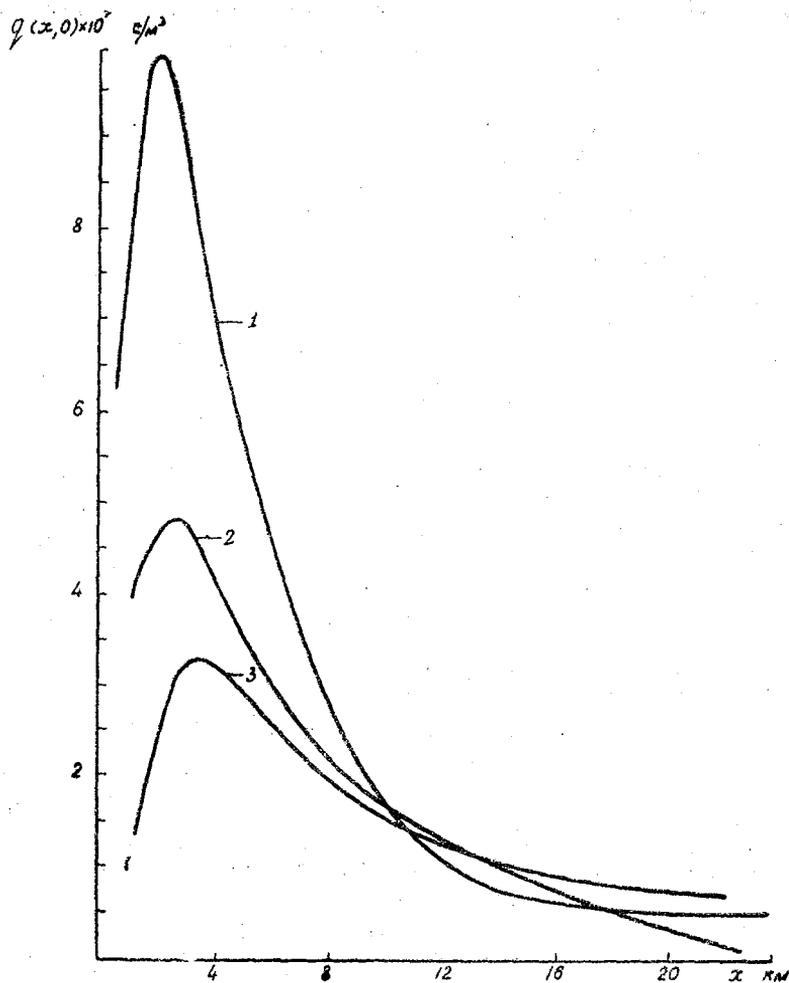


Рис. 2. Распределение приземной концентрации примеси при различных высотах труб:

1 — $H = 100$ м; 2 — $H = 150$ м; 3 — $H = 200$ м

Что касается ветра, то, сравнивая значения q_1 (кривая 1 рис. 1, $\mu = -50$, $H = 100$ м, $u = 5$ м/с) и q_2 (кривая 1 рис. 2, $\mu = -50$, $H = 100$ м, $u = 10$ м/с), убеждаемся, что $q_1 \approx 2q_2$, т. е. с увеличением скорости ветра вдвое концентрация вдвое уменьшается.

Более подробный анализ показывает, что это обстоятельство носит характер общей закономерности. А именно, концентрация приблизительно меняется обратно пропорционально скорости ветра.

На рис. 3 представлены суммарные данные о зависимости $H=f(q_m)$. Для получения проектной высоты трубы от величины H , снятой с графика, необходимо отнять высоту подъема ΔH

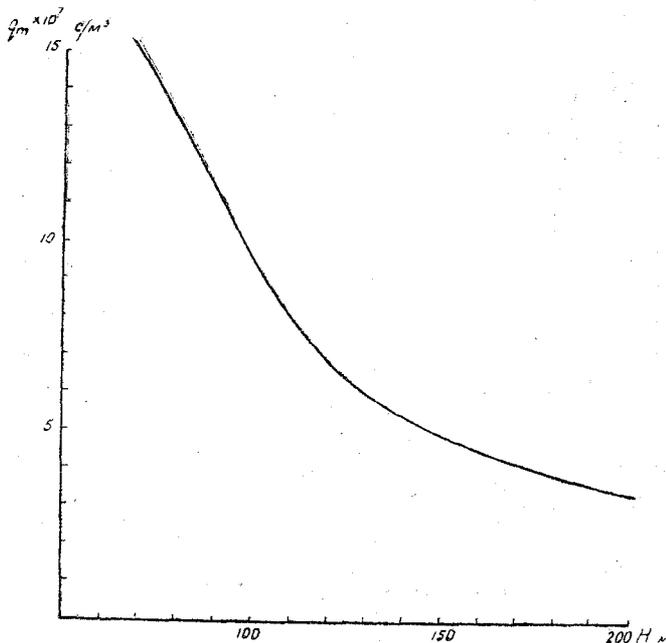


Рис. 3 Максимум приземной концентрации как функция высоты трубы

Наконец, на рис. 4 даны значения $\Pi = \Pi(x)$ при различных w_0 и $H=110$ м для случая тяжелой примеси. Как и следовало ожидать, спад кривых происходит тем быстрее, чем больше скорость выпадения, т. е. чем тяжелее частица примеси.

В настоящее время большой интерес приобретают вопросы, касающиеся захвата радиоактивной примеси капельным облаком, создаваемым градирней. Методика расчета концентрации радиоактивности в воздухе и загрязнения ею подстилающей поверхности с учетом влияния градирен была разработана ранее [2]*. Так как имеющиеся в литературе данные о коэффициенте захвата β ($[\beta] = \text{м}^3 \cdot \text{с}^{-1}$) лишь весьма ориентировочны, а количество капель, поступающих из градирен, может меняться в достаточно широких

* Отметим, что в отличие от рассмотренного ранее потока Π на землю тяжелой примеси, ниже будет обсуждаться поток P на землю радиоактивной примеси, захваченной водным аэрозолем.

пределах, то целесообразно исследовать влияние этих факторов на загрязнение окружающей среды выбросами АЭС, вводя следующий безразмерный параметр:

$$\beta_n = \frac{3\beta M \cdot 10^{18}}{0,2 (L_x)^{0,9} (V \pi D)^3 v_*^2}, \quad (7)$$

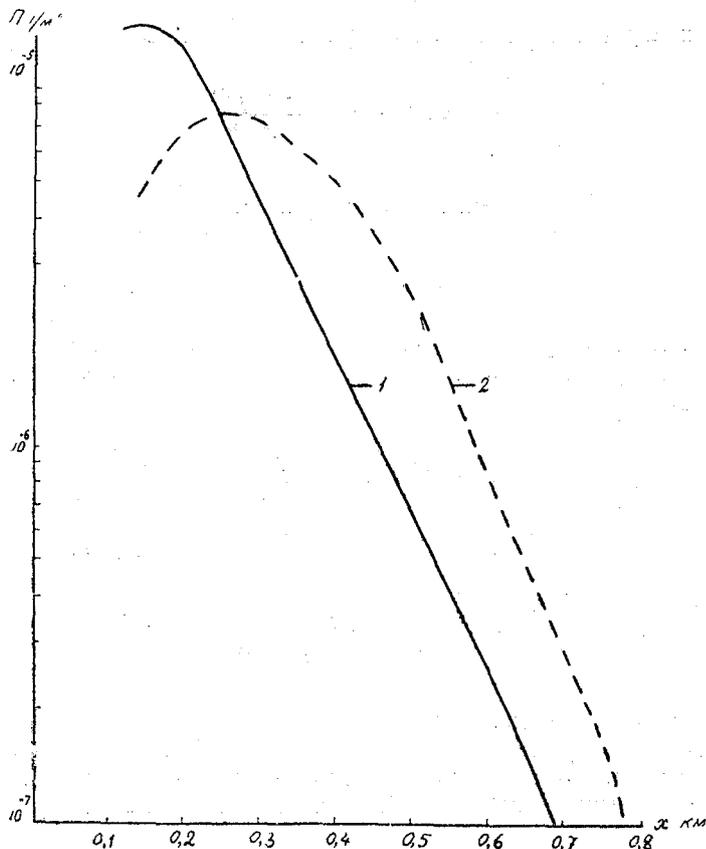


Рис. 4. Влияние скорости оседания на поток тяжелой примеси на землю:

1 — $w_0 = 2$ м/с; 2 — $w_0 = 0,75$ м/с

здесь M — мощность выброса воды градирней; $[M] = \text{м}^3/\text{с}$, D — диаметр капли, $[D] = \text{м}$; горизонтальный масштаб L_x связан с динамической скоростью v_* соотношением.

$$L_x = \frac{v_*}{\kappa \lambda},$$

где $\kappa = 0,4$ — постоянная Кармана, $\lambda = 1,26 \cdot 10^{-4}$ — параметр Кориолиса для средних широт.

Конкретные вычисления проводились для капель диаметром 200 и 500 мкм со скоростью оседания ω_0 соответственно 0,75 и 2 м/с. Градирия высотой $h=110$ м расположена на расстоянии $l=400$ м от трубы ($H=150$ м). Предполагалось, что ветер дует в направлении труба — градирия. Как показали расчеты, при $\beta_n=10$ величина максимума потока* и общее количество $\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} P dx dy$ осевшей примеси пропорциональны параметру β_n :

$$P_m = 1,6 \cdot 10^{-2} \frac{\beta_n \gamma \omega_0^{3/2}}{h^2 u^{3/2}}, \quad (8)$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} P dx dy = 3\gamma \beta_n u^{3/2} \omega_0^{-3/2} \cdot 10^{-3}. \quad (9)$$

Здесь через γ обозначена часть примеси, захватываемая капельным облаком в условиях насыщения, т. е. при настолько больших мощностях градирии, что их дальнейшее увеличение уже не сказывается на величине потока. Для оценки параметров γ и β_n можно воспользоваться следующим соотношением:

$$\gamma = \begin{cases} 1 - \exp\left(-\frac{H-h-183}{l}\right) & H < h+183 \\ 0 & H > h+183 \end{cases} \quad (10)$$

и

$$\beta_n = 2 \cdot 10^3 \frac{M}{D^3 u^{3/2}}. \quad (11)$$

При получении соотношения (11) для коэффициента захвата β был взят его верхний предел $\sim 10^{-10}$ м³/с. Положение максимума потока радиоактивной примеси при $\beta_n < 10$ совпадает с положением максимума потока капель и определяется равенством

$$x_m = 0,7 \frac{hu}{\omega_0} + l. \quad (12)$$

При значениях параметра β_n , больших 10, максимум несколько смещается к градирие. Некоторое уменьшение величины x_m с ростом β_n может быть объяснено тем, что при больших β_n практически вся примесь в окрестности градирии захватывается и выпадает на землю еще до того, как оседет основная масса капель.

* Поток P рассчитывается на единичный выброс трубы и имеет размерность $[P]=1/\text{м}^2$.

Учитывая, что при насыщении ($\beta_n > 10$) загрязнение подстилающей поверхности максимально, исследуем этот случай несколько подробнее. На рис. 5 и 6 приведены потоки радиоактивности на землю на разных расстояниях x от трубы при скорости ветра u

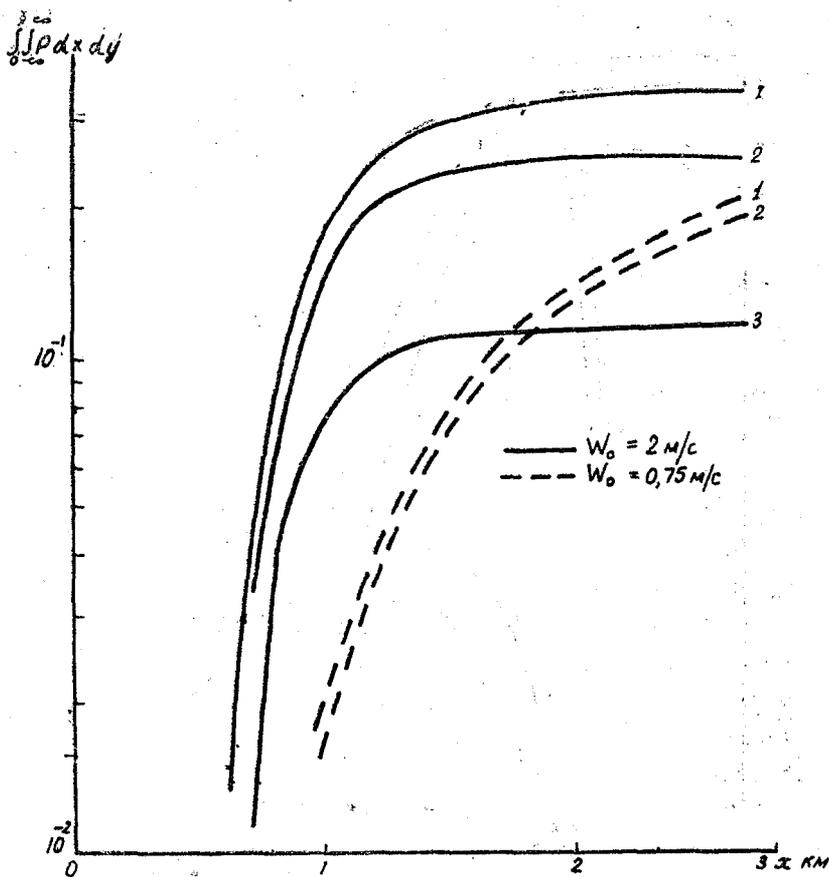


Рис. 5. Потоки радиоактивности на землю в условиях насыщения и ветре 5 м/с.
 1 - $\beta_n = 1000$; 2 - $\beta_n = 100$

соответственно 5 и 10 м/с. Анализируя приведенные данные, еще раз убеждаемся, что уменьшение скорости оседания при сохранении концентрации капель в воздухе приводит к заметному уменьшению максимума потока и увеличению расстояния, на котором он наблюдается. Кривые, характеризующие изменение потока с расстояниями, оказываются более пологими, что свидетельствует о загрязнении радиоактивностью более удаленных от источника участков. Общее количество радиоактивного вещества, за-

хваченные каплями малого радиуса, при этом сравнимо (рис. 7) или даже больше (рис. 8), чем для крупных капель, оседающих со- значительно большей скоростью. Аналогичное влияние на загряз- нение подстилающей поверхности оказывает и увеличение ско- рости ветра. Действительно, как следует из приведенных графи-

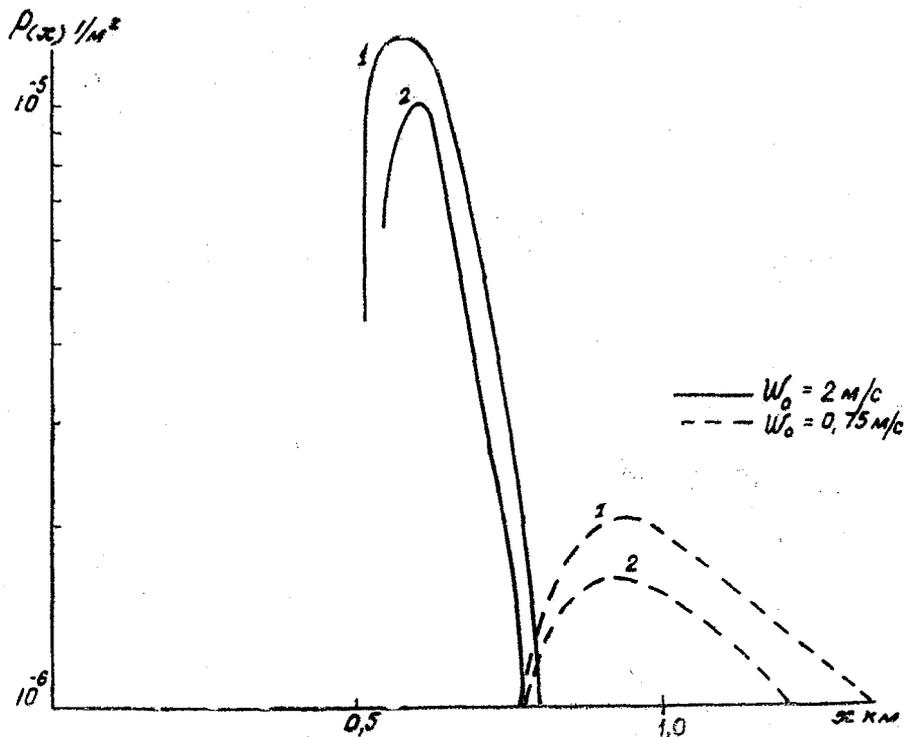


Рис. 7. Общее количество осевшей примеси в условиях насыщения и ветре 10 м/с:

1 - $\beta_n = 1000$; 2 - $\beta_n = 100$; 3 - $\beta_n = 10$

ков, максимум потока при этом уменьшается, однако спад потока радиоактивности на землю происходит, по мере удаления от гра- дирни, заметно медленнее. Интересно отметить, что в условиях насыщения величина P_m с увеличением размера капли возрастает пропорционально квадрату скорости оседания, а именно

$$P_m = 0,5 \frac{w_0^3 \gamma}{u h^2} \quad (13)$$

Формулу (13) следует использовать вместо равенства (8) при $\beta_n > 10$.

Что касается концентрации в воздухе сухой радиоактивной примеси, то при насыщении ход кривой приземной концентрации $q(x)$ качественно меняется. Так, при $\beta_n \gg 100$ вблизи градири практически вся радиоактивность у поверхности земли оказывает-

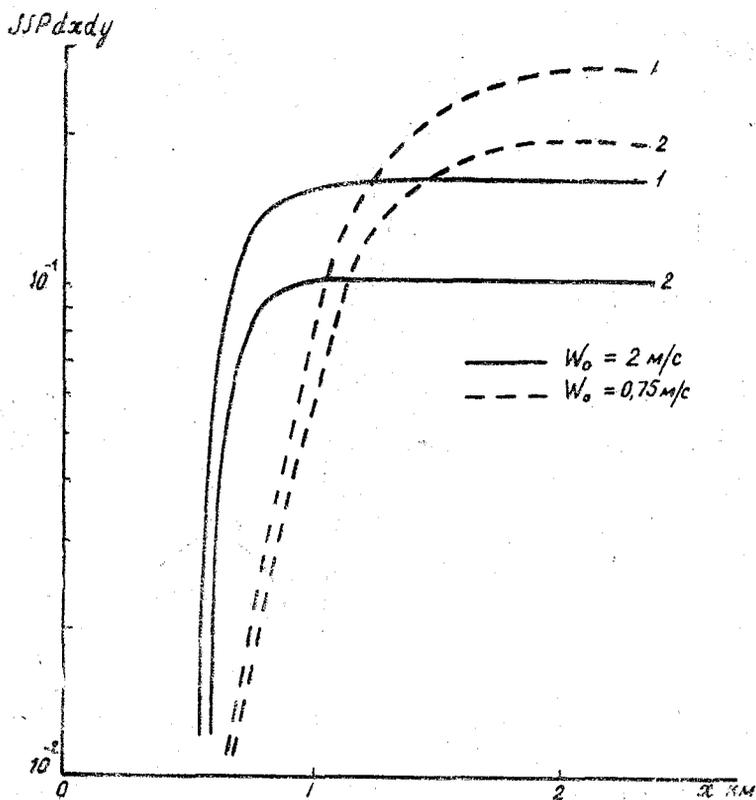


Рис. 8. Общее количество осевшей примеси в условиях насыщения, и ветре 5 м/с

1 — $\beta_n = 1000$; 2 — $\beta_n = 100$

ся захваченной водным аэрозолем (рис. 9) в то время, как при $\beta_n \approx 100$ на кривой концентрации $q(x)$ имеется ярко выраженный минимум. На больших расстояниях от градири концентрация у земли сухой примеси снова возрастает и достигает значений, сравнимых по порядку с концентрацией примеси в отсутствие градири. Последнее обстоятельство связано со сравнительно небольшим захватом ($\gamma \sim 0,3$), так как часть радиоактивной примеси проносится ветром над капельным облаком и лишь затем за счет турбулентного обмена оседает на землю.

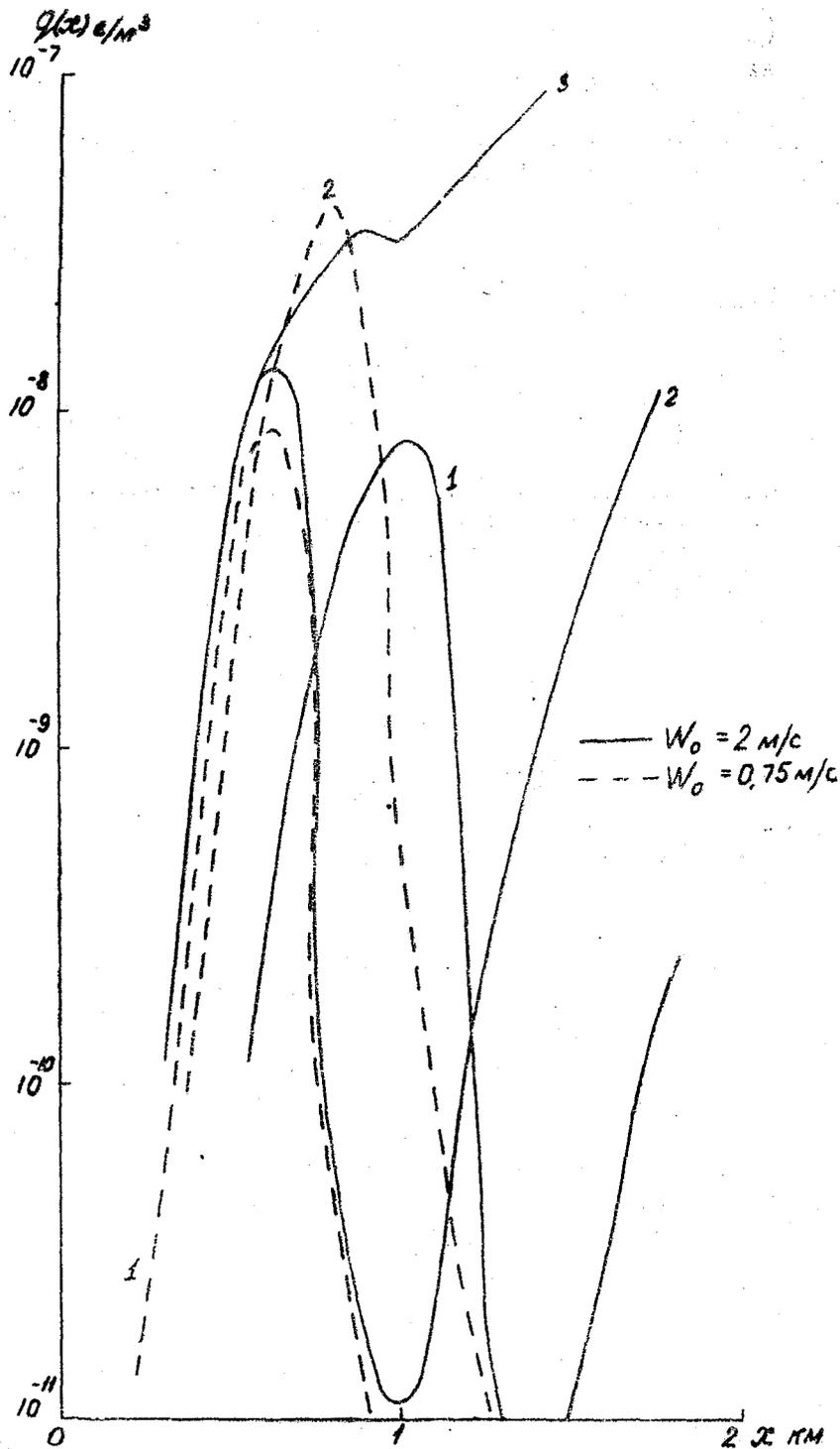


Рис. 9. Распределение приземной концентрации радиоактивной примеси в условиях насыщения

1 - $\beta = 1000$; 2 - $\beta = 100$; 3 - $\beta = 10$

В случае потока радиоактивных частиц максимально возможная плотность заражения поверхности ϵ_m должна быть определена из условия баланса поступления и распада [2], который устанавливается за весьма большое время. Величина ϵ_m может быть найдена по формуле

$$\epsilon_m = 1,5 P_m \tau, \quad (14)$$

где τ — период полураспада.

ЛИТЕРАТУРА

1. Лайхтман Д. Л. Физика пограничного слоя атмосферы. Гидрометеоздат, Л., 1970, 341 с.
2. Гисина Ф. А., Натанзон Г. А., Палагин Э. Г., Попов А. М. Влияние градиентов на загрязнение земной поверхности выбросами атомных электростанций. «Электрические станции», № 1, 1974, с. 4—7.
3. Натанзон Г. А., Палагин Э. Г. Поток тяжелых частиц от линейного высотного источника. Тр. ЛГМИ, вып. 49, 1974, с. 100—105.
4. Метеорология и атомная энергия. Гидрометеоздат, Л., 1971, 648 с.

*Н. Г. ГУСЕВ, И. Г. АРХАНГЕЛЬСКАЯ, А. С. ЗЫКОВА,
А. Д. ТУРКИН, Ф. Я. ОВЧИННИКОВ, М. А. БАРАНОВ*

РАDIАЦИОННАЯ БЕЗОПАСНОСТЬ ПРИ ЭКСПЛУАТАЦИИ АТОМНЫХ ЭЛЕКТРОСТАНЦИЙ

В настоящее время намечена широкая программа строительства АЭС как в СССР, так и за рубежом [1]. Предполагается, что к 1980 г. мощность АЭС во всем мире достигнет 300 тыс. Мвт и составит 15% от мощности всех электростанций.

Как известно, в СССР в 1954 г. была пущена первая в мире АЭС мощностью 5 Мвт. В апреле 1964 г. и в декабре 1967 г. вступили в строй первый и второй блоки Белоярской АЭС мощностью 100 и 200 Мвт. Два первых реактора БАЭС, так же как и первая в мире АЭС, относятся к классу энергетических уран-графитовых реакторов с водяным охлаждением, построенных на принципе канальных конструкций. С 1968 г. на БАЭС начались работы по сооружению реактора на быстрых нейтронах для третьего блока БАЭС мощностью 600 Мвт (БН-600) с натриевым теплоносителем [2]. Разработке реактора БН-600 предшествовала работа по сооружению экспериментального реактора БОР-60 в Димитровграде и реактора на быстрых нейтронах БН-350 с двухцелевым назначением в г. Шевченко [2—3]. Однако как в отечественном, так и в мировом энергетическом реакторостроении в настоящее время считаются наиболее распространенными АЭС с водо-водяными реакторами на тепловых нейтронах (ВВЭР). В сентябре 1964 г. введен в эксплуатацию I блок Нововоронежской АЭС электрической мощностью 210 Мвт. В настоящее время успешно эксплуатируются II блок (365 Мвт), III и IV блоки НВАЭС мощностью 440 Мвт каждый [4]. Реакторы ВВЭР-440 являются типовыми и используются не только на НВАЭС, но и на других АЭС (Кольская, Армянская). Ведутся работы по созданию более мощных реакторов [1, 2]. В Нововоронеже ведется строительство пятого блока АЭС с реактором ВВЭР-1000. Работают и вступают в строй многочисленные экспериментальные энергетические реакторы. Намечена широкая комплексная программа строительства АЭС в странах — членах СЭВ. Широкое развитие атомной энерге-

тики ставит вопрос о радиационной безопасности как персонала, обслуживающего АЭС, так и населения, проживающего вблизи их. Некоторым вопросам этой проблемы и посвящена настоящая статья.

1. Радиационная безопасность персонала

Требования для обеспечения безопасности как на существующих, так и на проектируемых АЭС определяются «Основными санитарными правилами проектирования АЭС» [5] и «Нормами радиационной безопасности» (НРБ-69) [6].

Контроль за уровнями и источниками внешнего и внутреннего облучения осуществляется работниками отделов техники безопасности, радиационной безопасности АЭС и органами госсаннадзора. Дозиметрический контроль в помещениях АЭС в настоящее время включает в себя измерения следующих характеристик:

- мощностей доз гамма-излучения с помощью стационарных и переносных приборов;
- плотности потоков нейтронного излучения;
- интегральных доз гамма-излучения;
- концентраций радиоактивных газов и аэрозолей;
- уровней загрязненности радиоактивными веществами рабочих, поверхностей оборудования полов, стен, одежды, обуви;
- загрязненности радиоактивными веществами тела работающего;
- концентраций и величины суточных отходов инертных радиоактивных газов, а также аэрозолей, удаляемых в атмосферу через большую трубу.

Эпизодически проводятся измерения содержания радиоактивного йода в щитовидной железе, определяется содержание радиоактивных веществ в выделениях и при необходимости — измерения активности излучения всего тела человека. Более тщательный научный анализ радиационной обстановки и оценка факторов радиационной опасности периодически производятся квалифицированными специалистами соответствующих институтов, которые работают в тесной связи с отделом радиационной безопасности и медсанчастью.

Опыт эксплуатации показывает, что основным фактором радиационного воздействия на персонал АЭС является гамма-излучение. Мощность дозы гамма-излучения на рабочих местах в постоянно обслуживаемых помещениях, как правило, ниже предельно допустимой величины. Соответственно не превышаются и годовые допустимые дозы облучения персонала.

Среднегодовые дозы гамма-облучения не превосходят установленных ПДД (5 бэр/год). Облучаемость персонала определяется прежде всего его контактом с оборудованием во время всевозможных ремонтных работ: при проведении планово-профилактических осмотров и ремонта технологического оборудования, при ревизии и замене отдельных элементов оборудования. Объем этих работ особенно возрастает в период частичной перегрузки ядерного горючего, а также при проведении планово-предупредительных работ и работ по модернизации реактора.

Роль других факторов радиационного воздействия на человека значительно меньше, чем гамма-радиации. Так, уровни нейтронного излучения в помещениях центральных залов в период нормальной эксплуатации составляют сотые доли установленных ПДУ. Концентрации радиоактивных газов и аэрозолей в воздухе рабочих помещений АЭС значительно ниже установленных СДК. Например, концентрации радиоактивных аэрозолей лежат в пределах $(2-5) \cdot 10^{-12}$ кюри/л, инертных радиоактивных газов от 10^{-11} до 10^{-10} кюри/л [1].

Основной вклад среди долгоживущих аэрозолей вносят изотопы наведенной активности: Cr^{51} , Fe^{59} , Co^{58} , Co^{60} , Mn^{54} , Mn^{56} . Состав короткоживущих изотопов (до 70%) определяется Rb^{88} и Cs^{138} , а также изотопами радиоактивного йода. При этом следует отметить, что концентрация парообразной фазы йода-131, как правило, значительно превосходит концентрацию аэрозольной фазы. Это налагает определенные требования к методам измерения данного изотопа.

Содержание йода-131 в щитовидной железе персонала НВАЭС обычно не превосходит 1% от предельно допустимой дозы.

Существующая система санитарно-пропускного режима и обязательного дозиметрического контроля полностью исключает возможность выхода с работы с загрязненным телом или загрязненной личной одеждой. Таким образом, все факторы радиационной опасности на действующих АЭС лежат существенно ниже установленных регламентов для профессиональных рабочих. Однако имеются еще резервы дальнейшего улучшения радиационной обстановки на АЭС и прежде всего снижения уровней гамма-излучения. Рассмотрим их более подробно.

1. Требуется разрешения проблема ремонта АЭС. Настоятельно необходимо, чтобы в проектах новых АЭС были предусмотрены специализированные цеха для дезактивации и проведения крупного ремонта загрязненного оборудования, а также должна быть предусмотрена возможность имитации ремонта внутрикорпусных устройств на макетах из защитных камер (боксов) с кратностью ослабления излучения порядка 10^4-10^5 . Разумеется, эти «защитные домики» должны позволять проводить ремонт и ревизию внутрикорпусных устройств действующих реакторов после длительной кампании. Наличие централизованного цеха по ремонту не исключает, конечно, надобности в специализированных мастерских при

каждом блоке для проведения мелкого ремонта оборудования с высокими уровнями загрязнения.

2. Кроме ремонтных работ, значительная доля облучения связана с проведением смены ядерного горючего. В настоящее время на НВАЭС существует так называемый «мокрый» и «сухой» способы перегрузки. Каждый из них имеет свои достоинства и недостатки. Требуется радиационно-гигиеническая оценка этих методов. Это же относится и к системе контроля герметичности оболочек ТВЭЛ.

3. Как известно, на III и IV блоках НВАЭС система теплоносителя — коммуникации, парогенераторы, главные циркуляционные насосы и т. д. — расположена не в отдельных боксах, а в общем помещении для всех петель. Кроме того, оба блока являются смежными и имеют общий центральный зал. Предстоит оценка такой компоновки оборудования и помещений, в особенности в период проведения ремонтных работ. Но уже сейчас очевидно, что в этих условиях следует предусмотреть повышенные требования к герметичности оборудования I контура и самих помещений.

4. Необходима механизация процесса дезактивации полов, стен и внешних поверхностей установленного на АЭС оборудования.

5. Требуется радиационно-гигиеническая оценка различных систем очистных установок — выпарных аппаратов, ионообменных фильтров, газгольдеров, установок по подавлению активности и т. д.

6. Необходимо улучшить систему оперативного контроля за состоянием радиационных характеристик I контура. До последнего времени действующий спектр гамма-излучения коммуникаций и оборудования I контура измеряется эпизодически. При проектировании защиты необходимо предусмотреть дистанционный непрерывный контроль за растворами спектрометрическими методами, позволяющий оперативно измерять действующий спектр гамма-излучения коммуникаций I контура с выводом показывающего прибора (самописца) на центральный (технологический) пульт управления.

7. Необходимо разработать для каждого типа АЭС количественные критерии радиационных аварий, при которых персонал должен принимать неотложные решения — расхолаживание, остановку реактора и другие мероприятия. Такими критериями могут быть, например: 10-кратное увеличение мощности дозы γ -излучения от трубопроводов I контура или 100-кратное превышение содержания инертных радиоактивных газов, а также изотопов йода в боксах I контура, 5-кратное увеличение течи из I контура; появление в растворе I контура относительно высокого содержания осколочных элементов, обнаруженных спектрометрическими методами, и т. д. Количественные значения этих критериев подлежат обсуждению.

8. Одними из основных источников загрязнения I контура за счет наведенной активности продолжают оставаться изотопы Co^{58} и Co^{60} , генерируемые главным образом за счет активации никеля и кобальта в стали разных марок. Нужно продолжать исследования по поискам таких композиций конструкционных материалов внутрикорпусных устройств и оборудования I контура, которые свели бы к минимуму накопление этих изотопов.

9. Нельзя назвать удачной с радиационной точки зрения практику применения в качестве теплоизоляционного материала на коммуникациях I контура стекловолокна и стеклотканей, поскольку при частичном разрушении или ремонте они могут быть источником загрязнения воздушной среды и поверхностей. Необходимы поиски новых теплоизоляционных материалов.

10. Хорошим критерием анализа облучаемости персонала АЭС является оценка отдельных операций, выраженная в единицах человек. бэр/операция. К таковым в первую очередь относятся: перегрузка ядерного горючего, ремонт главных и вспомогательных насосов, ремонт и ревизия выпарных аппаратов или ионообменных фильтров, проведение контроля герметичности оболочек ТВЭЛ, ремонт и ревизия приводов СУЗ, всевозможные работы при проведении планово-предупредительного ремонта, модернизации и т. д. Естественно, что сюда входят и работы, связанные с возможной аварийной ситуацией.

11. В свете новых норм радиационной безопасности требуется научное обоснование объема и организации дозиметрии на АЭС. В частности, необходимо увеличить роль гамма-спектрометрических измерений дистанционными датчиками.

Перечисленными задачами, конечно, не исчерпываются проблемы радиационной безопасности персонала АЭС. Несомненно имеются и другие вопросы, вытекающие из чисто технологических и конструктивных характеристик активной зоны и систем теплоносителя, которые оказывают серьезное влияние на радиационную обстановку на АЭС.

2. Газоаэрозольные выбросы при нормальном режиме работы АЭС

Радиационная безопасность населения при нормальной эксплуатации АЭС зависит, как известно, по крайней мере от следующих параметров:

- количества и изотопного состава радиоактивных отходов, поступающих в атмосферный воздух и в открытые водоемы;
- параметров внешней среды — метеорологических условий распространения;
- расстояния до населенных пунктов;
- плотности населения;
- характера сельскохозяйственного использования окружающих земель и т. д.

Количественные и качественные характеристики газоаэрозольных выбросов отечественных АЭС приведены в ряде работ [1, 4, 7, 8].

Поэтому мы ограничимся иллюстрацией фактических выбросов лишь для НВАЭС (см. табл. 1).

Таблица 1

Среднесуточные выбросы радиоактивных аэрозолей и газов на НВАЭС в 1972 г., кюри/сутки

Изотоп	I блок	II блок	III блок
J ¹³¹	$4,5 \cdot 10^{-4}$	$2,3 \cdot 10^{-4}$	$4,5 \cdot 10^{-6}$
Co ¹³⁷	$1,0 \cdot 10^{-4}$	$9,3 \cdot 10^{-6}$	$4,4 \cdot 10^{-7}$
Si ⁹⁰	$3,5 \cdot 10^{-5}$	$1,8 \cdot 10^{-6}$	$6,0 \cdot 10^{-8}$
Ce ^{141, 144}	$7,5 \cdot 10^{-5}$	$6,7 \cdot 10^{-6}$	$3,5 \cdot 10^{-7}$
Co ⁶⁰	$4,8 \cdot 10^{-5}$	$9,3 \cdot 10^{-6}$	$1,1 \cdot 10^{-6}$
ИРГ	55,6	55,6	1,1

Напомним, что предельно допустимые газоаэрозольные выбросы (ПДВ), установленные в СССР [5], равны: для J¹³¹ — 0,1, для Si⁸⁹ + Si⁹⁰ — 0,001, для смеси изотопов с периодом полураспада более 1 суток — 0,5 и для смеси инертных радиоактивных газов — 3500 кюри/сутки.

Сравнение этих величин с фактическими выбросами подтверждает исключительно высокую степень безопасности АЭС, как источников загрязнения внешней среды. Особенно это относится к серийным блокам ВВЭР-440, где коэффициент безопасности достигает 10^4 — 10^5 .

Поэтому население, проживающее вблизи АЭС, практически не получает дополнительных дозовых нагрузок от газоаэрозольных выбросов.

Однако окончательный вывод о радиационной безопасности АЭС, как источников загрязнения внешней среды, можно сделать лишь в последующие годы, когда накопится опыт более длительного времени эксплуатации существующих АЭС и вступят в строй новые реакторы разного типа и больших мощностей.

Мы затронули лишь часть вопросов, входящих в проблему радиационной безопасности АЭС. Требуют решения и такие вопросы: как локализация и обезвреживание жидких и твердых радиоактивных отходов, система газовой очистки на реакторах большой мощности, поиски методов оценки статистической вероятности аварий определенного масштаба, противоаварийные мероприятия, правильный выбор критических изотопов и критических путей воздействия на население и окружающую среду для отдельных АЭС,

выбор метеорологической модели рассеяния радиоактивных примесей в атмосфере, радиологическая емкость окружающей среды, экономические последствия тепловых эффектов на внешнюю среду, социальные аспекты применения атомной энергетики, в том числе концепция общественного риска и другие. Все эти вопросы требуют специального рассмотрения.

ЛИТЕРАТУРА

1. Атомной энергетике XX лет. М., Атомиздат, 1974.
2. Петросьянц А. М. «Атомная энергия», т. 27, вып. 4, 263, 1969.
3. Лейпунский А. И. и др. «Атомная энергия», т. 25, вып. 5, 403, 1968.
4. Десятилетний опыт эксплуатации Нововоронежской АЭС. Труды научно-технической конференции. Нововоронеж, 1974.
5. Основные санитарные правила проектирования АЭС № 38/3 — 68.
6. Нормы радиационной безопасности (НРБ-69). Атомиздат, М., 1970.
7. Козлов В. М. и др. Источники образования газообразных радиоактивных выбросов, методы обезвреживания их и характеристика состава выбросов на действующих АЭС в СССР. Симпозиум МАГАТЭ, г. Вена, 3—7 апреля, 1967 г.
8. Гусев Н. Г. и др. Радиационная безопасность населения при эксплуатации АЭС. Труды III Международного Конгресса по радиационной защите. Вашингтон, 9—14 сентября 1973. Доклад № 157.

О РАСЧЕТЕ ДОЗЫ ОБЛУЧЕНИЯ РАДИОАКТИВНЫМ ОБЛАКОМ

Известно, что расчет приземной, (разовой и сезонной), концентрации радиоактивной примеси дает представление о радиоактивной загрязненности местности при эксплуатации АЭС. Однако биологический эффект воздействия радиоактивного источника определяется суммарной дозой, полученной рецептором.

С этой точки зрения наибольший интерес представляют гамма-лучи с их большой проникающей способностью, когда опасность представляют радиоактивные источники не только в непосредственной близости от рецептора, но и достаточно от него удаленные.

Вопрос о взаимодействии гамма-квантов со средой хорошо изучен [1, 2]. В интервале энергий, свойственных радиоактивному распаду изотопов, выделяемых атомными реакторами, важен эффект комптоновского рассеяния гамма-кванта, т. е. упругое его столкновение с электроном, при котором электрон выбивается из атома, а гамма-кванта теряет часть своей энергии и меняет направление движения. Но за счет многократного рассеяния поток гамма-излучения, проходящего в данную точку, будет несколько увеличен за счет источников, лежащих «в стороне». Этот эффект

принято оценивать фактором накопления $B_r = 1 + \frac{D_r}{D}$. Здесь D_r —

поток рассеянного излучения, D — поток проходящего излучения.

Если реальное, ограниченное облако радиоактивной примеси рассматривать как множество точечных изотропных источников гамма-излучения, то для расчета излучения от всего облака следует проинтегрировать по всему его объему излучение элементар-

ного объема, равное
$$\frac{E_\gamma \chi(x, y, z)}{4\pi r^2},$$

Тогда мощность дозы облучения D' для наблюдателя, находящегося в точке с координатами (x_1, y_1, z_1) , можно представить в виде

$$D'(x, y, z_1) = \frac{\beta \mu_a \bar{E}_\gamma}{4\pi\rho_0} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{Br e^{-\mu r} \chi(x, y, z)}{r^2} dx dy dz, \quad (1)$$

где β — отношение электронных плотностей ткани и воздуха, равное отношению коэффициентов поглощения гамма-излучения в ткани и в воздухе; μ_a, μ — соответственно коэффициенты поглощения и полного ослабления гамма-излучения в воздухе; \bar{E}_γ — энергия гамма-излучения; ρ_0 — плотность воздуха; Br — фактор накопления; χ — удельная активность в данной точке облака; причем, $\chi = Q \cdot q$, q — концентрация радиоактивной примеси; Q — мощность выброса трубы; $r = \sqrt{(x-x_1)^2 + (y-y_1)^2 + (z-z_1)^2}$ — расстояние от данной точки облака до наблюдателя.

Все известные методы расчета гамма-доз основаны на интегрировании выражения (1) при тех или иных упрощениях, касающихся, с одной стороны, процесса взаимодействия гамма-излучения с атмосферой и оценок удельной активности облака с другой.

Выбрасываемая с определенной скоростью из вентиляционной трубы АЭС радиоактивная примесь далее распространяется за счет переноса ветром и турбулентной диффузии. Современное состояние физики нижних слоев атмосферы позволяет для расчета распределения концентраций радиоактивной примеси использовать физически обоснованный достаточно точный метод, учитывающий изменение характеристик турбулентности при разных метеорологических условиях. В частности, в работе [3] на основании нелинейной модели пограничного слоя атмосферы Зилитинкевича С. С. — Лайхтмана Д. Л. предложен метод расчета концентрации радиоактивной примеси.

Фактор накопления обычно рассчитывается при решении уравнения переноса гамма-излучения от разных источников в любых средах. Для наших целей фактор накопления в воздухе заимствован из работы [4] в следующем виде:

$$Br = 1 + c \mu \cdot r \cdot \exp(d \cdot \mu \cdot r). \quad (2)$$

Коэффициенты c и d представлены в табл. 1.

Таблица 1

Значения коэффициентов c и d для расчета фактора накопления гамма-излучения в воздухе

E , КЭВ	20	30	40	50	60	70	80	90
c	0,048	1,26	2,19	2,90	3,20	3,18	3,08	2,90
d	-0,055	-0,0016	0,074	0,138	0,188	0,228	0,247	0,258

E , КЭВ	100	150	250	500	1000	2000	4000	6000
c	2,75	2,30	1,78	1,33	1,05	0,8257	0,6020	0,5080
d	0,270	0,278	0,238	0,173	0,097	0,02407	0,00323	-0,00289

При расчете дозы облучения следует иметь в виду, что существует некий линейчатый спектр гамма-излучения, свой для каждого радиоактивного изотопа. Каждой линии этого спектра свойственна своя энергия излучения, которая определяет коэффициенты поглощения и ослабления гамма-излучения в среде. Для учета всего спектра гамма-излучения данного изотопа и его вероятностного характера целесообразно получить некоторую эффективную энергию гамма-излучения, например, в виде

$$\bar{E}_\gamma = \frac{\sum_{i=1}^m E_{\gamma_i} n_i}{\sum_{i=1}^m n_i}, \quad (3)$$

где m — число линий спектра γ -излучения, n_i — квантовый выход для данной линии излучения, т. е. число γ -квантов на один распад.

Расчет мощности гамма-излучения по формуле (1) можно выполнить для любого изотопа. Несобственный тройной интеграл в (1) существует (подинтегральная функция ограничена: $f(r) < \frac{A}{r^2}$ — см. [5]) и принципиальных трудностей при интегрировании (1) нет.

Однако приближенный расчет тройного интеграла по бесконечно большой области с высокой степенью точности очень трудоемок. Для сокращения времени счета ограничим область интегрирования без значительной потери точности. С этой целью на ЭВМ М-222 были выполнены численные эксперименты для изотопа Ag-41.

Входные данные принимались следующие: $\mu = 7,41 \cdot 10^{-3}$ 1/м, $\mu_a = 3,43 \cdot 10^{-3}$ 1/м, $\bar{E}_\gamma = 1,21$ МэВ; метеорологические условия характеризовались параметрами: $\mu_0 = -50$, $G = 10$ м/с, $z_0 = 10^{-2}$ м; интегрирование в направлении оси ou ограничиваем условием

$$\frac{q(x, y, z)}{q(x, 0, z)} = \varepsilon. \quad (4)$$

Интегрирование излучения облака выполнялось при значениях ε , равных 0,01 и 0,2 для точки ($x_1=1$ км, $y_1=0$, $z_1=0$). Различия результатов не превышают 5%. С увеличением расстояния от трубы ошибка не возрастает. Поэтому в дальнейших расчетах ограничимся значениями $\varepsilon=0,1$.

На рис. 1 представлена кривая распределения влияния радиоактивной примеси в вертикальном столбе воздуха толщиной 9×91 м² на мощность дозы в точке $x_1=500$ м. Аналогичные кривые были получены в других точках. Любопытна некоторая асимметрия кривых распределения в направлении ветра, связанная, вероятно, с «разбуханием» облака при удалении от трубы.

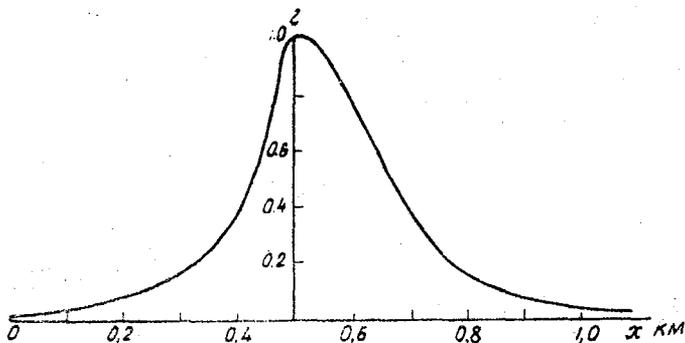


Рис. 1. Вклад в мощность гамма-дозы радиоактивной примеси в вертикальном столбе сечением 9×91 м² на разном расстоянии от наблюдателя

С точностью до 10% можно ограничиться влиянием примеси, находящейся на расстоянии 300—350 м. Это можно использовать в дальнейшем.

На основании введенных выше упрощений было получено распределение интеграла $J=D'/Q$, характеризующего мощность дозы гамма-излучения для условий неустойчивой стратификации атмосферы и среднего ветра (рис. 2). На расстоянии 500 м от трубы наблюдается максимум мощности дозы облучения. Вокруг этой точки располагается наиболее опасная зона. Сравнение с кривой приземной концентрации при этих же условиях показывает, что положение их максимумов не совпадает.

Положение максимума приземной концентрации при данной мощности выброса трубы определяется только метеорологическими условиями. Мощность дозы гамма-излучения — интегральная характеристика всего облака — она не столь сильно зависит от перераспределения концентрации в пространстве, больше — от ослабления излучения при взаимодействии со средой. Положение ее максимума определяется длиной свободного пробега гамма-лучей в воздухе.

Расчет дозы гамма-излучения за промежуток времени Δt (при данном направлении ветра) можно выполнить из соотношения:

$$D_{\gamma} = D' \cdot \Delta t \cdot k_1 \cdot k_2. \quad (5)$$

Здесь k_1 — вероятность данного направления ветра, k_2 — вероятность данной градации метеоусловий.

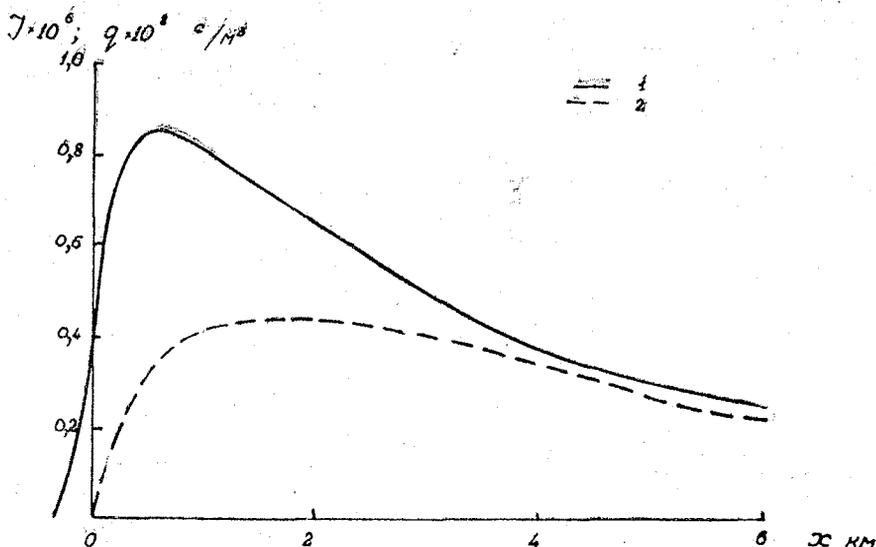


Рис. 2. Распределение мощности гамма-дозы при устойчивой стратификации атмосферы:

(1) — мощность дозы нормированная на мощность выброса $I = \frac{D'}{Q}$; (2) — приземная концентрация, нормированная на мощность выброса

ЛИТЕРАТУРА

1. Лейпунский О. И., Новожилов Б. В., Сахаров В. Н. Распространение гамма-квантов в веществе. Физматгиз, М., 1960, 280 с.
2. Гусев Н. Г., Кимель Л. Р., Машкович В. Л., Пологих Б. П., Суворов А. П. Физические основы защиты от излучений. Атомиздат, М., 1969, 157 с.
3. Гисина Ф. А., Натанзон Г. А., Палагнн Э. Г., Попов А. М. Учет градиен для работы АЭС. Электрические станции, вып. 1, 1974, с. 7—9.
4. Врубель М. Н., Сиднева С. Н., Стрелкова А. С. Факторы накопления рассеянного гамма-излучения от точечного источника в безграничной воздушной среде. Атомная энергия, № 1, т. 34, 1973, с. 47—48.
5. Смирнов В. И. Курс высшей математики, т. 2, «Наука», М., 1965, с. 260—267.

МЕТОД ЧИСЛЕННОГО РЕШЕНИЯ УРАВНЕНИЯ ТУРБУЛЕНТНОЙ ДИФФУЗИИ ПРИМЕСИ В ПОГРАНИЧНОМ СЛОЕ АТМОСФЕРЫ

1. Формулировка задачи

Турбулентную диффузию примеси в атмосфере при стационарных и горизонтально-однородных условиях на достаточном удалении от источника принято описывать уравнениями [1]:

$$u(z) \frac{\partial S}{\partial x} - w \frac{\partial S}{\partial z} - \frac{\partial}{\partial z} \left(k(z) \frac{\partial S}{\partial z} \right) = 0, \quad (1)$$

$$q = \frac{\exp\left(-\frac{y^2}{2\sigma_y^2}\right)}{\sqrt{2\pi\sigma_y^2}} S, \quad (2)$$

где $q(x, y, z)$ — объемная концентрация примеси, $u(z)$ — скорость ветра, $k(z)$ — коэффициент вертикального турбулентного обмена (коэффициент диффузии), $w > 0$ — скорость гравитационного оседания примеси. Ось x выбрана вдоль направления вектора скорости ветра, ось z — вертикально вверх, σ_y — дисперсия примеси в направлении, перпендикулярном скорости ветра.

Естественно потребовать, чтобы

$$S(x, \infty) \equiv 0, \quad (3)$$

а на поверхности земли выполнялось соотношение

$$(w - \beta) S(x, 0) + k \frac{\partial S}{\partial z} \Big|_{z=0} = 0, \quad (4)$$

где β — коэффициент адсорбции примеси землей, зависящей как от рода примеси, так и от состава почвы. При больших значениях

коэффициента адсорбции приток примеси к земле определяется в основном турбулентным обменом в то время, как при $\beta \sim \omega$ существенно лишь гравитационное оседание примеси. При дальнейшем уменьшении коэффициента β накопление примеси у земли приводит к тому, что концентрация примеси вблизи земной поверхности начинает несколько уменьшаться с высотой. Поэтому, если значение коэффициента адсорбции неизвестно, как это чаще всего и бывает на практике, то для нахождения максимально возможных наземных концентраций целесообразно принять $\beta = 0$. Несколько сложнее обстоит дело с потоком примеси на землю

$$p(x, y) = -k \left. \frac{\partial q}{\partial z} \right|_{z=0} - \omega q(x, y, 0),$$

так как в зависимости от соотношения между скоростью седиментации и вертикальных турбулентным потоком величина коэффициента адсорбции, отвечающая максимально допустимому потоку, может меняться.

Так как гравитационное оседание необходимо учитывать в основном для капельно-жидкой примеси с коэффициентом адсорбции $\beta \gg 0$, то в настоящей работе будут рассмотрены лишь два типа граничных условий: $\beta = \infty$ и $\beta = \omega$. Первый из них позволяет оценить поток для легких капель, а второй — для тяжелых*. Если диффундирует невесомая примесь ($\omega = 0$), то условиям $\beta = \infty$ и $\beta = 0$ отвечают, соответственно, максимальный поток и максимальная приземная концентрация. Случай $\beta = 0$, $\omega = 0$ представляет также самостоятельный интерес, например, при загрязнении местности радиоактивными изотопами инертных газов, доминирующими в выбросах атомных электростанций.

Наличие источника можно учесть, вводя в правую часть уравнения (1) соответствующую плотность распределения выброса. В этом случае левое краевое условие по x должно иметь вид

$$S(-\infty, z) = 0. \quad (5)$$

Однако для сильно локализованных источников численное решение неоднородного уравнения затруднено появлением вблизи источника больших градиентов, что может привести к значительным погрешностям. Поэтому расчет распределения примеси в атмосфере для точечных источников целесообразнее проводить на основе однородного уравнения (1) с левым краевым условием

$$S(0, z) = \frac{Q}{u(H)} \delta(z - H), \quad (6)$$

где Q — мощность выброса, H — высота, на которой расположен источник, $\delta(z - H)$ — дельта-функция Дирака.

* Так как приземная концентрация капель мала, то ее расчет особой ценности не представляет.

В простейшем случае постоянных k и u уравнение (1) с граничными условиями (3, 4, 6) допускает точное решение [2], которым полезно воспользоваться для аналитического представления δ -функции при численных расчетах реальных концентраций [3]. Использование начального условия

$$S(x, z)|_{x=x_0} = Q \exp\left(-\frac{\omega^2 x_0}{4u_H k_H} - \frac{\omega(z-H)}{2k_H}\right) \times \\ \times \left[\exp\left(\frac{-u_H(z-H)^2}{4k_H x_0}\right) \pm \exp\left(\frac{-u_H(z+H)^2}{4k_H x_0}\right) \right], \quad (7)$$

где $k_H = k(H)$, $u_H = u(H)$ позволяет более точно рассчитать поле концентраций вблизи источника. Знак перед второй экспонентой (знак плюс для $\beta = \omega$, и минус для $\beta = \infty$) существенен при диффузии от наземного источника. Для высотного источника вклад от экспонент такого типа неизвестен, однако естественно предположить, что им можно пренебречь по сравнению с первым членом.

2. Схема численного решения задачи

Решение сформулированной задачи будем искать численным интегрированием в конечных разностях, центральных по вертикали и направленных назад по горизонтали, т. е. представим уравнение (1) в виде

$$u_{i,j} \frac{S_{i,j} - S_{i,j-1}}{\Delta x} - \omega \frac{S_{i+1,j} - S_{i-1,j}}{2\Delta z} - \frac{1}{2(\Delta z)^2} [(k_{i+1} + \\ + k_i) \cdot (S_{i+1,j} - S_{i,j}) - (k_i + k_{i-1}) \cdot (S_{i,j} - S_{i-1,j})] \quad (8)$$

или

$$A_i S_{i+1,j} - B_i S_{i,j} + C_i S_{i-1,j} + D_i = 0, \quad (9)$$

здесь

$$A_i = (k_{i+1} + k_i) + \omega \Delta z,$$

$$C_i = (k_{i-1} + k_i) - \omega \Delta z,$$

$$B_i = A_i + C_i + 2 \frac{u_i}{\Delta x} (\Delta z)^2,$$

$$D_i = 2 \frac{u_i}{\Delta x} (\Delta z)^2 S_{i,j-1}.$$

Аналогично запишем граничные условия (3) и (4)

$$S_{n,j} = 0 \quad (10)$$

и

$$(\omega - \beta) S_{i,j} + \frac{1}{2} (k_2 + k_1) (S_{2,j} - S_{1,j}) / \Delta z. \quad (11)$$

Решение системы линейных неоднородных уравнений (9)–(11) будем искать методом прогонки [4]. Если представить это решение в виде

$$S_{i-1, j} = X_i S_{i, j} + Y_i, \quad (12)$$

то для коэффициентов X_i и Y_i можно получить следующие рекуррентные соотношения:

$$\begin{aligned} X_i &= A_{i-1} / (B_{i-1} - C_{i-1} X_{i-1}), \\ Y_i &= X_i (C_{i-1} Y_{i-1} + D_{i-1}) / A_{i-1}. \end{aligned} \quad (13)$$

Коэффициенты X_1 и Y_1 определяются из граничного условия (11). В частности, $X_1=0$, $Y_1=0$ при $\beta = \infty$ и $X_1=1$, $Y_1=0$ при $\beta = \omega$. После того, как коэффициенты X_i и Y_i получены, решение системы уравнений (9)–(11) находится непосредственно из равенств (10) и (12) обратной прогонкой по i . Для устойчивости используемой численной схемы достаточно выполнение неравенств

$$A_i > 0, C_i > 0, B_i \geq A_i + C_i.$$

3. Выбор параметров численной схемы

Как и следовало ожидать, благодаря использованию условия (7) варьирование параметра x_0 в пределах от 1 до 5 м практически не сказывается на распределении концентрации, даже на расстояниях, сравнительно близких к источнику (см. табл. 1).

Таблица 1

Концентрация примеси вблизи источника ($H=150$ м)
при различных значениях параметра x_0

z (м)		x (км)				
		0,6	1,2	1,8	2,4	3
0	$x_0 = \begin{cases} 2 \text{ м} \\ 5 \text{ м} \end{cases}$	$0,21 \cdot 10^{-17}$	$0,56 \cdot 10^{-11}$	$0,95 \cdot 10^{-8}$	$0,75 \cdot 10^{-6}$	$0,12 \cdot 10^{-4}$
		$0,74 \cdot 10^{-18}$	$0,43 \cdot 10^{-11}$	$0,87 \cdot 10^{-8}$	$0,71 \cdot 10^{-6}$	$0,12 \cdot 10^{-4}$
10	$x_0 = \begin{cases} 2 \text{ м} \\ 5 \text{ м} \end{cases}$	$0,12 \cdot 10^{-14}$	$0,47 \cdot 10^{-9}$	$0,23 \cdot 10^{-6}$	$0,84 \cdot 10^{-5}$	$0,80 \cdot 10^{-4}$
		$0,50 \cdot 10^{-15}$	$0,33 \cdot 10^{-9}$	$0,22 \cdot 10^{-6}$	$0,80 \cdot 10^{-5}$	$0,79 \cdot 10^{-4}$
25	$x_0 = \begin{cases} 2 \text{ м} \\ 5 \text{ м} \end{cases}$	$0,30 \cdot 10^{-12}$	$0,23 \cdot 10^{-7}$	$0,42 \cdot 10^{-5}$	$0,78 \cdot 10^{-4}$	$0,48 \cdot 10^{-3}$
		$0,14 \cdot 10^{-12}$	$0,20 \cdot 10^{-7}$	$0,40 \cdot 10^{-5}$	$0,76 \cdot 10^{-4}$	$0,48 \cdot 10^{-3}$
60	$x_0 = \begin{cases} 2 \text{ м} \\ 5 \text{ м} \end{cases}$	$0,82 \cdot 10^{-7}$	$0,96 \cdot 10^{-4}$	$0,18 \cdot 10^{-2}$	$0,87 \cdot 10^{-2}$	$0,22 \cdot 10^{-1}$
		$0,58 \cdot 10^{-7}$	$0,94 \cdot 10^{-4}$	$0,13 \cdot 10^{-2}$	$0,86 \cdot 10^{-2}$	$0,22 \cdot 10^{-1}$

На основании проведенных расчетов можно также дать некоторые рекомендации относительно выбора шагов Δx и Δz . Так, для получения искомых величин с точностью $\sim 5\%$ достаточно взять $\Delta x \lesssim 20$ м, $\Delta z \lesssim 3$ м.

4. АЛГОЛ — программа

Предлагаемая ниже программа написана на универсальном алгоритмическом языке АЛГОЛ-60 и может быть реализована на любой ЭВМ, обладающей АЛГОЛ-транслятором. Программа состоит из двух независимых процедур, которые можно включить в неизменном виде в любую программу, использующую расчеты турбулентной диффузии примеси в атмосфере по описанной методике. В программу не включены блоки, содержащие подготовку необходимой информации, а также блок печати результатов. Основными входными параметрами являются значения u и k , заданные в виде массивов. Эти значения необходимо получить на основе подходящей модели пограничного слоя атмосферы при заданных метеорологических условиях (см., например, [5]). Значения этих величин можно задавать как функции от x , что делает алгоритм пригодным к расчетам диффузии примеси при неоднородных по горизонтали условиях.

Процедура source вычисляет и заносит в массив «s» размерности «n» значения функций $S(x, z)$ на нулевом шаге x_0 по X . Процедура difusion служит для вычисления функции $S(x, z)$ на каждом последующем шаге. Рассчитанные таким образом величины S заносятся в тот же массив «s». Обе процедуры используют следующие формальные параметры:

- «u» — массив профиля скорости ветра,
- «k» — массив профиля коэффициента турбулентной диффузии,
- «n» — размерность массивов,
- «w» — скорость гравитационного оседания,
- «dz» — расстояние между узлами сетки по вертикали,
- «dt» — расстояние между узлами сетки по горизонтали,
- «H» — высота, на которой расположен источник примеси,
- «q» — мощность выброса,
- «f» — параметр, определяющий тип граничного условия ($f=0$ при $\beta = \infty$ и $f=1$ при $\beta = w$).

Значения параметров «dz» и «n» при последующих обращениях к процедуре difusion изменять не допускается.

```

procedure source (s, u, k, w, n, dz, f, xo, q, h);
value u, k, w, n, dz, f, xo, q, h; integer n;
real w, dz, f, xo, q, h; array s, u, k;
begin real r, r1, r2, r3; integer i, l;
f:=2×f-1; for i:=1, i+1 while dz×(i-1) < h do
l:=i; r1:=h/dz-1; r2:=u[l]+r1×(u[l+1]-u[l]);
r3:=k[l]+r1×(k[l+1]-k[l]); r1:=4×r2×r3;

```

```

r:=q/sqrt(3.14159×x0×r1)×exp(-w↑2×x0/r1);
r2:=r2/(x0×4×r3); r3:=w/(2×r3);
for i:=1 step 1 until n-1 do begin r1:=dz×(i-1)-h;
s[i]:=r×exp(-r1×(r3+r1×r2)×(1+exp(-4×h×(r1+h)×r2)×
×i) end end source;
procedure difusion (s, u, k, w, n, dz, dx, f);
value u, k, w, n, dz, dx, f; integer n, f;
real w, dz, dx; array s, u, k;
begin integer i; real r1, r2, r3, r4, r5, r6, r7;
array x, y [1:n]; x[1]:=f; y[1]:=s[n]:=0;
r5:=w×dz; r7:=2×dz↑2/dx;
for i:=2 step 1 until n-1 do begin
r1:=(k[i+1]+k[i])+r5; r3:=(k[i-1]+k[i])-r5;
r6:=u[i]×r7; r2:=r1+r5+r6; r4:=r6×s[i];
x[i]:=r1/(r2-r3×x[i-1]);
y[i]:=x[i]×(r3×y[i-1]+r4)/r1 end;
for i:=n-1 step -1 until 1 do
s[i]:=s[i+1]×x[i]+y[i] end difusion;

```

ЛИТЕРАТУРА

1. Лайхтман Д. Л. Физика пограничного слоя атмосферы. Гидрометеонадат, Л., 1970, с. 341.
2. Smoke propagation in the surface layer of the atmosphere. *Adv. Geophys.*, 1959, 6 (Atmospheric diffusion and air pollution), 331-343. (русский перевод в сб. «Атмосферная диффузия и загрязнение воздуха», М., ИЛ, 1962, 477-478 с.).
3. Арраго Л. Р., Швеиц М. Е. К вопросу распространения тяжелой однородной примеси из высотного источника. Труды ЛГМИ, вып. 15, 1963, с. 47-51.
4. Годунов С. К., Рябенский В. С. Введение в теорию разностных схем. Физматгиз, М., 1962, 340 с.
5. Бобылева И. М. Расчет характеристик турбулентности в планетарном пограничном слое атмосферы. Труды ЛГМИ, вып. 40, 1970, с. 3-63.

К ОЦЕНКЕ ЗАГРЯЗНЕНИЯ ПОВЕРХНОСТИ ЗЕМЛИ РАДИОАКТИВНЫМИ ВЫБРОСАМИ АТОМНЫХ ЭЛЕКТРОСТАНЦИЙ

В последние годы в связи с развитием атомной энергетики все большее внимание уделяется обеспечению безопасной работы атомных электростанций (АЭС). Радиоактивные газы и пыль возникающие при эксплуатации АЭС, выбрасываются в атмосферу через вентиляционную трубу. При этом загрязнению подвергаются не только воздушная среда, но и земная поверхность. Накапливая радиоактивные вещества, земля сама становится источником радиоактивного излучения. С этим фактом необходимо считаться.

Настоящая работа предпринята с целью оценки возможного загрязнения земной поверхности. Этими оценками можно воспользоваться при проектировании АЭС.

Пусть нам известен поток радиоактивных веществ на земную поверхность $P(x, y, t)$. Зависимость потока от времени определяется нестационарностью выброса и атмосферных процессов. Будем полагать выброс стационарным и считать известными значения разового потока P_0 и среднее значение потока, осредненное за время T . Под разовым потоком понимаем значение потока при стационарных условиях. (Мы рассматриваем все величины уже осредненные по микрометеорологическому масштабу порядка 10—60 мин. Изучаются флуктуации величин синоптического временного масштаба порядка 10 ч. и более, связанные, в основном, с нестационарностью направления ветра).

Запишем уравнение баланса радиоактивности на земной поверхности

$$\frac{\partial \varepsilon(x, y, t)}{\partial t} = P(x, y, t) - R,$$

здесь $\varepsilon(x, y, t)$ — плотность загрязнения поверхности. R — скорость радиоактивного распада, которая принимается пропорциональной плотности загрязнения

$$R = \frac{\varepsilon}{\tau},$$

где τ — постоянная распада.

Итак, мы получили уравнение

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial t} = P - \frac{\varepsilon}{\tau}. \quad (1)$$

Решение этого уравнения есть

$$\varepsilon = \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) \left[\varepsilon_0 + \int_0^t P(t') \exp\left(\frac{t'}{\tau}\right) dt' \right], \quad (2)$$

где $\varepsilon_0 = \varepsilon(x, y, 0)$ — начальное значение концентрации примеси на поверхности.

Рассмотрим стационарные метеорологические условия. В этом случае величина потока постоянна во времени $P(t) = P_0$ и решение (2) примет вид

$$\varepsilon = P_0 \tau \left[1 - \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) \right] + \varepsilon_0 \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right). \quad (3)$$

Переходя к пределу $t \rightarrow \infty$, получим

$$\varepsilon = P_0 \tau. \quad (4)$$

Этот случай реализуется, если время, характеризующее устойчивость метеорологических условий, много больше периода полураспада. Получим для этого случая статистические характеристики. Для этого осредним уравнение (1) за время T .

$$\frac{\varepsilon}{T} = \frac{1}{T} \int_0^T P(t) dt - \frac{1}{T \cdot \tau} \int_0^T \varepsilon(t) dt. \quad (5)$$

Введем обозначение среднего за период осреднения T :

$$\langle \varepsilon \rangle_T \equiv \frac{1}{T} \int_0^T \varepsilon(t) dt.$$

Переходя к пределу $T \rightarrow \infty$, из (5) получим

$$\langle \varepsilon \rangle_\infty = \tau \langle P \rangle_\infty. \quad (6)$$

Умножая уравнение (1) почленно один раз на ε , другой раз на P и осредняя, получим

$$\langle \varepsilon^2 \rangle_\infty = \tau \langle P \varepsilon \rangle_\infty = \tau^2 \langle P^2 \rangle_\infty. \quad (7)$$

Напомним, что оценки (4) — (7) получены для $T \gg \tau$.

Теперь рассмотрим случай $T \sim \tau$. Осредним (3)

$$\begin{aligned} \langle \varepsilon \rangle_T = \tau \langle P \rangle_T - \frac{\tau}{T} \left[e^{-\frac{T}{\tau}} \int_0^T P(t) \cdot e^{\frac{t}{\tau}} dt + \varepsilon_0 (e^{-\frac{T}{\tau}} - 1) \right] \approx \\ \approx \left(\tau \langle P \rangle_T + \varepsilon_0 \frac{\tau}{T} \right) \left(1 - e^{-\frac{T}{\tau}} \right) \end{aligned} \quad (8)$$

Если исходить из начального состояния $\varepsilon_0 = 0$, то

$$\langle \varepsilon \rangle_T \approx \tau \left(1 - e^{-\frac{T}{\tau}} \right) \langle P \rangle_T \quad (9)$$

При $T \gg \tau$ отсюда снова получаем (6), а при $T \ll \tau$

$$\langle \varepsilon \rangle_T \approx T \langle P \rangle_T$$

Для получения конкретных результатов необходимо знать среднее значение потока, которое можно получить, решая задачу о турбулентной диффузии радиоактивной пыли в атмосфере и осредняя полученные разовые значения по времени, используя конкретный ряд наблюдений [1]. При этом наиболее сильная зависимость потока от времени связана с нестационарностью направления ветра. (См. [2], [3]).

ЛИТЕРАТУРА

1. Лайтман Д. Л. Физика пограничного слоя. Гидрометеоздат, Л., 1970, 341 с.
2. Гарифулин К. К. Изменчивость ветра в свободной атмосфере. Гидрометеоздат, Л., 1967, 143 с.
3. Артемова Н. Е. Возможный метод оценки средней суточной концентрации примеси в приземном слое воздуха. Труды ИПГ, вып. 4, 1967, с. 65—73.



ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПАРАМЕТРА УСТОЙЧИВОСТИ μ_0 ПО СТАНДАРТНЫМ МЕТЕОРОЛОГИЧЕСКИМ НАБЛЮДЕНИЯМ И СРАВНЕНИЕ ЕГО С НЕКОТОРЫМИ ДРУГИМИ ПАРАМЕТРАМИ СТРАТИФИКАЦИИ

Для решения многих практических задач, в том числе для метеорологического обеспечения авиации, расчета загрязнения атмосферы примесями, поступающими из труб предприятий и т. д., необходимы сведения о вертикальном распределении средней скорости ветра и ряда характеристик турбулентности в пограничном слое атмосферы в заданный момент времени. Теория пограничного слоя, развитая в ряде работ [1, 2 и др.], позволяет рассчитать указанные характеристики на основе некоторых «внешних» параметров. К этим параметрам относятся скорость геострофического ветра на верхней границе пограничного слоя, характеристики данного места, т. е. широта, и шероховатость подстилающей поверхности, а также приток тепла к земной поверхности. Под влиянием указанных факторов в нижних слоях атмосферы создается определенный режим турбулентности, параметрами которого в модели пограничного слоя служат число R_0 и параметр стратификации μ_0 , который является комбинацией указанных факторов:

$$\mu_0 = - \frac{g}{T} \frac{P_0 \rho C_p}{l \chi^2 G^2}, \quad (1)$$

где g — ускорение силы тяжести, P_0 — турбулентный поток тепла у земли, ρ , C_p — плотность и удельная теплоемкость воздуха соответственно, T — средняя абсолютная температура воздуха,

$l = 2 \omega \cdot \sin \varphi$ — параметр Кориолиса, χ — функция μ_0 и $R_0 = \frac{G}{\lambda z_0}$,

приведенная в [2], z_0 — параметр шероховатости, G — скорость геострофического ветра.

Таким образом, для данного места с фиксированными φ и z_0 по G и μ_0 можно получить необходимые сведения о характере турбулентности и вертикальной структуре пограничного слоя. Поскольку определение скорости геострофического ветра производится по полю давления, то основную трудность представляет оценка для фиксированного момента времени величины параметра страти-

фикации. Трудности его определения связаны с тем, что турбулентный поток тепла (см. (1)) непосредственно не измеряется.

В данной работе предлагается методика определения параметра стратификации μ_0 и рассматривается соотношение между μ_0 и известными характеристиками устойчивости Пасквила, Тернера, Улига [4, 5, 8].

Для определения параметра μ_0 могут быть предложены два способа. Первый основан на использовании данных несложных градиентных наблюдений. С этой целью формула (1), согласно [3], преобразуется к виду:

$$\mu_0 = \frac{\kappa^2}{\lambda} \frac{g}{T} \frac{\Delta t / \Delta t_n}{\Delta u / \Delta u_n} \quad (2)$$

где $\kappa=0,4$ — постоянная Кармана, t — температура воздуха, u — скорость ветра, Δt_n и Δu_n — известные функции, [2]. Остальные обозначения приведены выше.

По формуле (2) рассчитана номограмма (рис. 1), представляющая зависимость μ_0 от разностей температуры t и скорости ветра

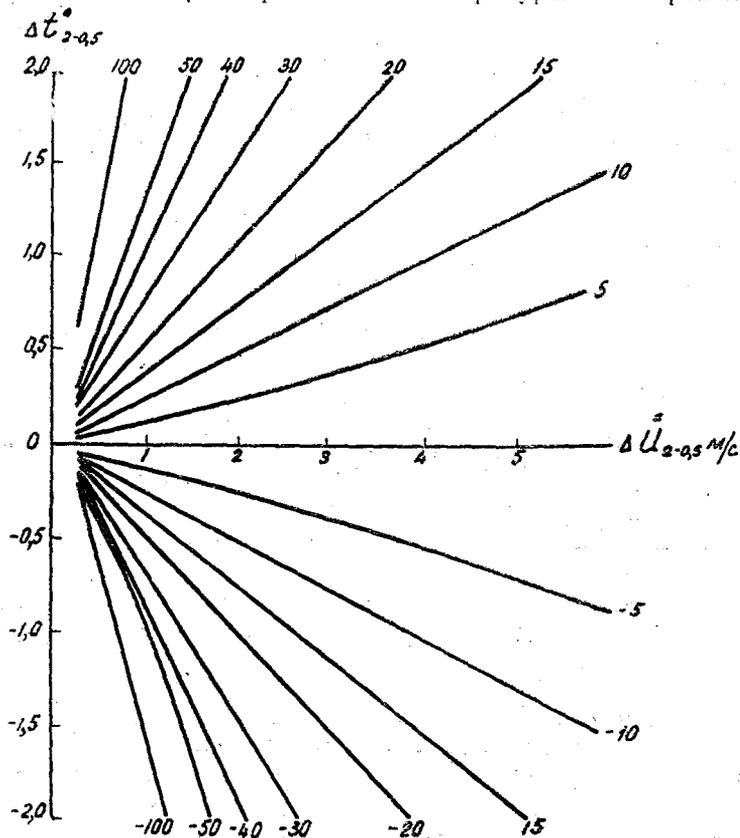


Рис. 1. Номограмма для определения μ_0 по градиентным наблюдениям

u на двух уровнях 2 и 0,5 м. Определив из наблюдений разности Δt и Δu , можно найти μ_0 по рис. 1 (номограмма рассчитана для широты $\varphi = 55^\circ$ с. ш. и в пределах $\varphi = \pm 10^\circ$ не требует уточнения μ_0).

При отсутствии данных о температуре и скорости ветра на двух уровнях вблизи земли, т. е. при невозможности организации таких измерений, предлагается методика определения μ_0 на основе стандартных метеорологических наблюдений, включающих данные о температуре и влажности в психрометрической будке ($z = 2$ м) и наблюдения за облачным покровом. Подробно эта методика описана в работе Б. М. Гальперин, С. Н. Каплан [6]. Здесь, без ущерба для точности определения μ_0 произведено некоторое упрощение предложенного в работе [6] метода. Более детально об этом будет сказано ниже. Как видно из (1), для расчета μ_0 необходимо при известной скорости геострофического ветра иметь значение турбулентного потока тепла P_0 , которое можно найти из уравнения теплового баланса:

$$P_0 = \frac{R_n - B}{1 + F}, \quad (3)$$

где R_n — радиационный баланс, B — поток тепла в почву, $F = \frac{LE}{P_0}$ — параметр Боуэна.

Принимая, как и в [6], $B = 0,1 R_n$, можно, подставив (3) в (1), получить

$$\mu_0 = - \frac{g}{T} \frac{0,9 R_n}{\lambda \chi^2 G^2 \rho c_p (1 + F)}. \quad (4)$$

На основе (4) для условий открытого ровного места в средней части ЕТС, рассчитана номограмма (рис. 2). По оси ординат в верхней части рисунка отложены значения G . Кривые представляют изолинии μ_0 . Прерывистые линии соответствуют условиям устойчивости ($\mu_0 > 0$), сплошные — условиям неустойчивости ($\mu_0 < 0$).

В нижней части рис. 2 на ординате нанесены величины параметра F , по оси абсцисс — радиационный баланс, причем, также как и в верхней части рисунка, прерывистые кривые — это изолинии R_n при устойчивости ($R_n < 0$) и сплошные — изолинии R_n при неустойчивости ($R_n > 0$). На изолиниях μ_0 проведены линии равной скорости ветра на уровне флюгера (u_ϕ) и при отсутствии сведений о геострофическом ветре можно использовать для определения μ_0 величину u_ϕ .

Таким образом, вычисление μ_0 требует определения, кроме скорости геострофического ветра G или u_ϕ , величин F и R_n .

Параметр $F = \frac{LE}{P_0}$ является характеристикой увлажненности данного района. В зонах пустыни, где поверхность сухая, затраты тепла на испарение практически равны нулю, поэтому $F \cong 0$.

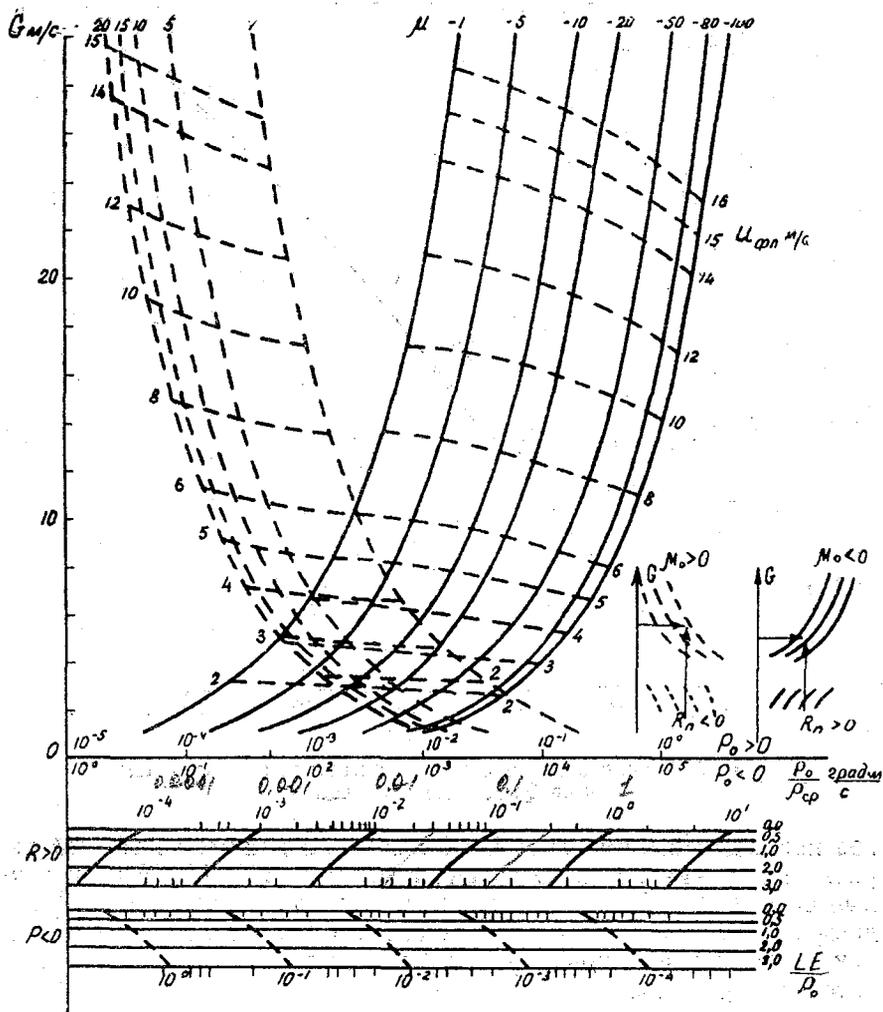


Рис. 2. Номограмма для определения μ_0 по данным о радиационном балансе R_n или турбулентном потоке тепла P_0 и скорости ветра G ($u_{\text{фл}}$)

В районах с достаточным увлажнением почвы, например на северо-западе ЕТС, величина F изменяется от 2—3 до нуля и может принимать даже небольшие отрицательные значения.

Статистическая обработка 430 случаев по данным о потоках тепла на ст. Колтуши за период с I по VI 1966 г. показала, что величина F связана с относительной влажностью воздуха, измеренной в психрометрической будке. Для установления этой связи все данные были осреднены по группам. В группе I осреднены значения F для зимнего периода (январь, февраль) независимо от хро-

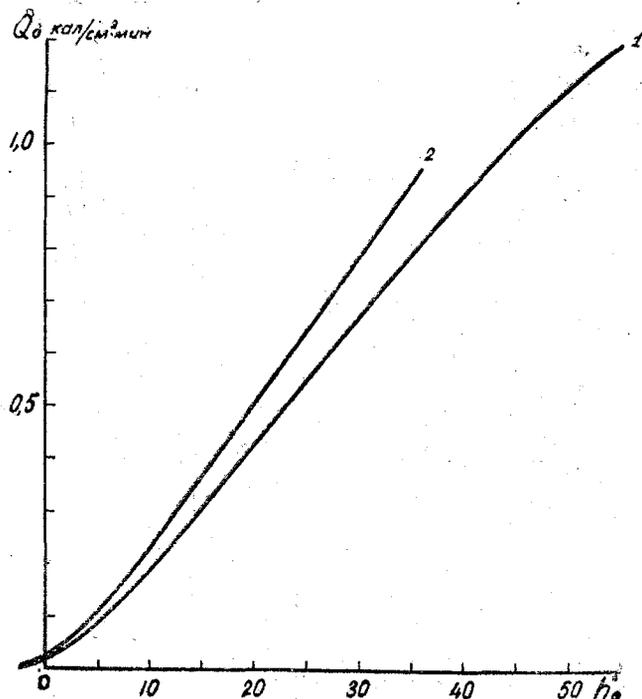


Рис. 3. Зависимость суммарной радиации при безоблачном небе Q_0 от высоты солнца h_0

ков наблюдений. Группы II и III включали данные за теплый период (март — июнь), но отдельно в дневные (10, 13, 16 ч) и ночные часы (1, 7, 19 ч) соответственно. Поскольку в теплый период днем диапазон изменения влажности воздуха был предельно широк, то осреднение параметра F производилось по градациям относительной влажности.

Распределение величины F в зависимости от r описывается в первом приближении прямой

$$F = 3(1 - r), \quad (5)$$

r — в долях единицы.

Как видно из (5), при небольшой влажности днем летом затраты тепла на испарение возрастают и F стремится к максимальному значению. Для реальных величин r порядка 20—30% при до-

статочном увлажнении поверхности F достигает значения около 2. Летом ночью и зимой независимо от времени суток при высокой относительной влажности $F \rightarrow 0$.

Таким образом, остается указать еще способ определения величины радиационного баланса:

$$R_n = Q_0 a (1 - \alpha) - E_0 N. \quad (6)$$

Здесь R_n — радиационный баланс при учете облачности, Q_0 , E_0 — коротковолновая радиация и эффективное излучение при безоблачном небе, α — альbedo подстилающей поверхности, a , N — коэффициенты, учитывающие влияние облачности соответственно на коротковолновую и длинноволновую радиацию.

Для определения Q_0 служит график (рис. 3), представляющий зависимость количества поступающей коротковолновой радиации Q_0 от высоты солнца h_0 в теплый и холодный период (h_0 — функция времени суток, года определяется, например, по номограмме Набокова [7]). При облачности коротковолновая радиация уменьшается на некоторую величину $Q_n = a Q_0$.

Коэффициент a можно найти по табл. 1 в зависимости от высоты солнца и от количества и формы облачности.

Таблица 1

Значения коэффициента $a = \frac{Q_n}{Q_0}$ в зависимости от облачности и высоты солнца

Валл	Форма облачности	h_0^p		
		< 15	15—35	35—60
2—5	для всех форм	0,84	0,90	0,93
6—9	Ci;	0,77	0,86	0,93
	Ac, Sc, Cu; Ac; } Sc;	0,77	0,73	0,73
	Cu;	0,86	0,81	0,79
	Cb;	0,71	0,65	0,65
10	Ci;	0,76	0,76	0,78
	Ac; Sc; As; Cu;	0,46	0,48	0,54
	Cb;	0,29	0,27	0,24
10	Ac, Sc, Cu; Ac; Cs;	0,32	0,42	0,50
	As op; Sc op; ≡	I 0,29	0,24	0,28
		II 0,42	0,51	—
	St op; Ns;	I 0,19	0,16	0,16
		II 0,35	0,45	—
	Cb	I 0,22	0,21	0,18

I — теплый период,

II — холодный период.

В табл. 1, по сравнению с аналогичной таблицей в [6], произведено осреднение a по более крупным градациям высоты солнца и при объединении некоторых градаций количества отдельных форм облачности. Изменение величин коэффициента a не превосходит при этом 10—20%. Альbedo поверхности приведено в табл. 2.

Таблица 2

Отражающая способность (альbedo) различных типов подстилающей поверхности

Вид поверхности	Величина альbedo
Снег, лед	
	(α)
Свежий сухой снег	$0,88 \pm 0,07$
Чистый влажный снег	$0,65 \pm 0,05$
Загрязненный снег	$0,45 \pm 0,05$
Морской лед	$0,35 \pm 0,05$
Обнаженная почва	
Темные почвы, влажные серые почвы	$0,12 \pm 0,07$
Сухие глинистые или серые почвы	$0,27 \pm 0,07$
Сухие светлые песчаные почвы	$0,35 \pm 0,10$
Поля, луга, тундра	
Поля ржи, пшеницы, картоф. поля, тундра	$0,17 \pm 0,07$
Хлопковые поля, луга	$0,20 \pm 0,05$
Сухая степь	$0,25 \pm 0,05$
Древесная растительность	
Хвойные леса	$0,12 \pm 0,02$
Лиственные леса	$0,17 \pm 0,02$

Для определения эффективного излучения E_0 при безоблачном небе построена номограмма (рис. 4), позволяющая найти E_0 (e_0 , t_0) по данным о температуре и влажности воздуха. Полученная номограмма отличается от предложенных ранее методов определения E_0 тем, что при ее расчете использовались типичные дневные и ночные профили температуры. Таким образом, учитывалась перестройка температурной стратификации в пограничном слое при переходе от дня к ночи в различные сезоны.

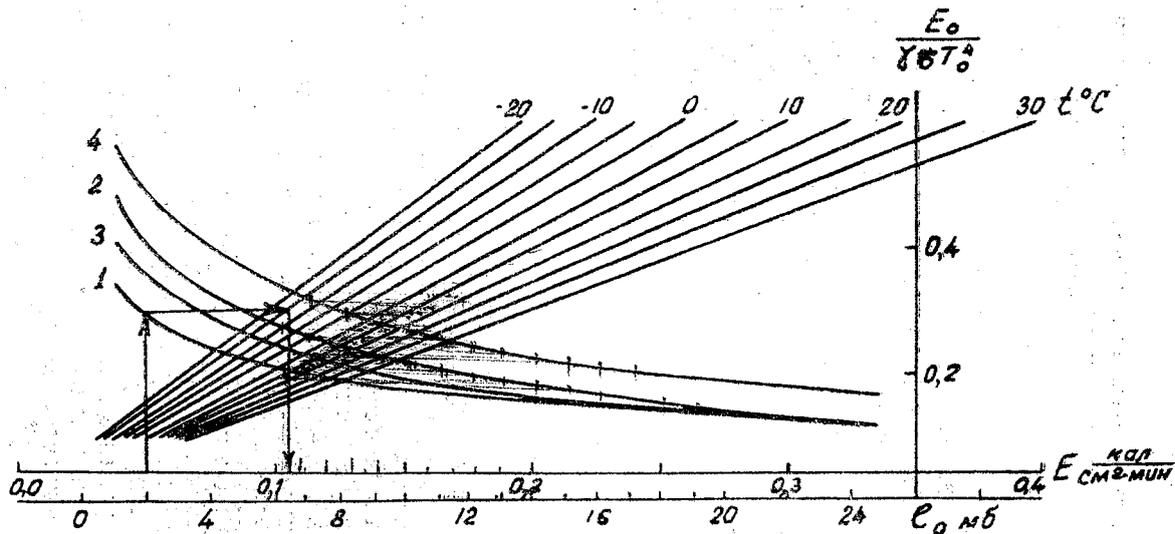


Рис. 4. Номограмма для определения эффективного излучения E_0 по температуре t° и влажности воздуха v_0

1 — зима (день, ночь); 2 — весна (день), лето (ночь); 3 — осень (день, ночь), весна (ночь); 4 — лето (день)

Коэффициент N в зависимости от количества общей и нижней облачности можно найти в табл. 3.

Таблица 3

Значения коэффициента N , учитывающего влияние облачности на величину E_0

Облачность нижняя, балл.	Облачность общая, балл.										
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0	1,0	0,96	0,93	0,90	0,86	0,82	0,79	0,75	0,72	0,69	0,65
1		0,92	0,88	0,85	0,82	0,78	0,74	0,71	0,68	0,64	0,61
2			0,84	0,80	0,77	0,74	0,70	0,66	0,63	0,60	0,56
3				0,76	0,72	0,69	0,66	0,62	0,58	0,55	0,52
4					0,68	0,64	0,61	0,58	0,54	0,50	0,47
5						0,60	0,56	0,53	0,49	0,46	0,42
6							0,52	0,48	0,45	0,41	0,38
7								0,44	0,40	0,37	0,34
8									0,36	0,32	0,29
9										0,28	0,24
10											0,20

Следовательно, имея данные стандартных наблюдений за температурой, влажностью и облачностью можно рассчитать величину радиационного баланса по формуле (6). Проверка методики определения радиационного баланса произведена в [6] путем сравнения с измерениями полного радиационного баланса, а также его составляющих. Анализ результатов сравнения свидетельствует о достаточной надежности метода расчета R_n .

Изложенная методика была использована для вычисления μ_0 и сравнения его с известными характеристиками устойчивости атмосферы Улига и Пасквила — Тернера. Для этой цели послужил экспериментальный материал (95 случаев) по ст. Воейково и Колтуши (под Ленинградом) а также 56 случаев наблюдений Р. Кларка в Австралии в июле — августе 1967 года [10]. Данные по ст. Воейково содержали обычные стандартные наблюдения за температурой, влажностью воздуха, облачностью, видимостью, а также величины скорости геострофического ветра, полученные по шаропилотным подъемам. Наблюдения в Австралии состояли из данных о составляющих теплового баланса R_n , B , скорости геострофического ветра, скорости на уровне флюгера, температуры и влажности воздуха.

Расчеты параметра μ_0 произведены в нескольких вариантах. По наблюдениям в Воейково параметр μ_0 определен как функция радиационного баланса и G или u_{ϕ} , т. е. $\mu_0(R_n, G)$ и $\mu_0(R_n, u_{\phi})$. Данные Кларка позволили рассчитать в каждом случае турбулентный поток тепла и затем, с учетом скорости G и u_{ϕ} , определить μ_0 , т. е. $\mu_0(P_0, G)$ и $\mu_0(P_0, u_{\phi})$ соответственно. При этом была использована зависимость $F(r)$.

По тем же данным получены классы устойчивости Пасквила — Тернера и Улига. Сравнение последних можно найти в работе [8]. Поэтому в табл. 4 приводим результаты сопоставления параметра μ_0 и типа стратификации по Улигу.

Таблица 4

Соотношение между значениями параметра μ_0 и типами стратификации по Улигу

Тип стратификации (по Улигу)		I	II	III	IV	V	VI	VII	Σ случ.
$\mu_0(G, R_n)^*$	$\frac{n}{\mu_0}$	2	12	11	44	25	3	—	95
	$\bar{\mu}_0$	+35	+14,3	+8,7	-8,8	-35,5	-42		
	σ_{μ_0}	± 5	± 8	± 6	± 18	± 30	± 13		
$\mu_0(u_{\phi}, R_n)^*$	$\frac{n}{\mu_0}$	1	12	10	39	26	3	—	91
	$\bar{\mu}_0$	+50	+33	+16	+ 3	-45	-87		
	σ_{μ_0}	—	± 15	± 13	± 37	± 27	± 26		
$\mu_0(G, P_0)^{**}$	$\frac{n}{\mu_0}$	—	—	—	26	26	4	—	56
	$\bar{\mu}_0$				-13	-23	-11		
	σ_{μ_0}				± 10	± 13	± 4		
$\mu_0(u_{\phi}, P_0)^{**}$	$\frac{n}{\mu_0}$	—	—	—	26	26	4	—	56
	$\bar{\mu}_0$				-10	-27	-22		
	σ_{μ_0}				± 15	± 16	± 7		

*) По данным наблюдений в п. Воейково.

***) По данным наблюдений в Австралии, [10].

Из табл. 4 следует:

1. Безразличной стратификации, IV типу (по Улигу) соответствует некоторый интервал изменения средних μ_0 от -13 до +3, т. е. при этом заметна тенденция к слабо неустойчивой стратификации по μ_0 .

2. Все данные о средних $\bar{\mu}_0$, рассчитанные в различных вариантах, лежат в пределах наибольшего из среднеквадратических отклонений, σ_{μ_0} .

Следует также отметить, что использованные экспериментальные данные позволили выделить с достаточной статистической обеспеченностью средние значения $\bar{\mu}_0$ лишь в условиях, близких к равновесным (см. табл. 4, где n — число случаев). Приведенные значения $\bar{\mu}_0$ для условий умеренной и сильной устойчивости и неустойчивости ориентировочны и требуют дальнейшего уточнения.

ЛИТЕРАТУРА

1. Бобылева И. М., Зилитинкевич С. С., Лайхтман Д. Л. Турбулентный режим в термически стратифицированном планетарном пограничном слое атмосферы. Сб. Атмосферная турбулентность и распространение радиоволн. «Наука», М., 1965, с. 179—189.
2. Бобылева И. М. Расчет характеристик турбулентности в планетарном пограничном слое атмосферы. Труды ЛГМИ, вып. 40, 1970, с. 3—63.
3. Лайхтман Д. Л., Пономарева С. М., Радикевич В. М. Особенности обмена теплом и количеством движения в нижних слоях атмосферы. Труды ЛГМИ, вып. 39, 1970, с. 91—100.
4. Pasquill F. The Estimation of the Dispersion of windborne material. Meteorol. Magazine, vol. 90, N 1063, 1961, pp. 33—49.
5. Uhlig S. Bestimmung des Stabilitätsgrade der Luft an Hand von Wettermeldungen. Mitteilungen des Deutschen Wetterdienstes, N 35, 1965, s. 52.
6. Гальперин Б. М., Каплан С. Н. Определение параметра стратификации по стандартным метеорологическим наблюдениям, Труды ЛГМИ, вып. 49, 1972, с. 63—75.
7. Янишевский Ю. Д. Актинометрические приборы и методы наблюдений. Гидрометеоздат, Л., 1957, 415 с.
8. Бызова Н. Л., Машкова Г. Б. Об определении устойчивости приземного слоя атмосферы по данным сетевых метеорологических наблюдений. Метеорология и гидрология, № 10, 1971, с. 96—102.
9. Pasquill F., Smith F. The Physical and Meteorological Basis for the Estimation of the Dispersion Paper N ME-20A, presented at the Second Internat. Clean air Congress of the Internat. Union of air Pollution Prevention Association. Washington, December, 1970, pp. 6—11.
10. Clarke R. H. The Wangara Experiment: Boundary Layer Data. Division of Meteorol. Phys. Techn. Paper, № 19, 1971, 463 p.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ТЕМПЕРАТУРЫ ПОДСТИЛАЮЩЕЙ ПОВЕРХНОСТИ С ПОМОЩЬЮ ГРАДИЕНТНЫХ МЕТЕОНАБЛЮДЕНИЙ

Температура поверхности почвы или снега является одной из важнейших гидрометеорологических характеристик, знать которую необходимо для решения целого ряда практических задач. Методам ее экспериментального или теоретического определения посвящен целый ряд работ (см., например, [1]—[6]). Однако в этом плане окончательное решение вопроса наталкивается на затруднения принципиального характера. Прежде всего, непосредственные измерения отличаются невысокой точностью, ибо получаемые данные относятся не к поверхности, а к слою конечной толщины, где наблюдаются наибольшие градиенты температур. Кроме того, в дневное время они искажаются солнечной радиацией. С другой стороны, необходимость упрощающих предположений, полагаемых в основу теоретических схем расчета температуры поверхности по метеоданным, также не позволяет достигнуть удовлетворительной точности. Кроме того, оперативному использованию предлагаемых методов препятствуют громоздкость вычислительных операций; а также необходимость иметь предварительно рассчитанные таблицы и номограммы, что далеко не всегда прилагается авторами.

В принципе, используя сведения о структуре приземного слоя атмосферы, можно, привлекая данные градиентных наблюдений, рассчитать и температуру подстилающей поверхности. Поскольку теория приземного слоя к настоящему моменту разработана с достаточной полнотой, то представляется целесообразным использовать этот подход для определения интересующей нас характеристики. В данном случае не требуется каких-либо дополнительных теоретических построений, а точность определяется лишь теми допущениями, которые положены в основу модели строения приземного слоя, ибо точность градиентных наблюдений в целом вполне удовлетворительна. Ниже мы будем опираться на нелинейную модель приземного слоя С. С. Зилитинкевича — Д. Л. Лайхмана [7].

Для решения поставленной задачи в нашем распоряжении должны иметься данные о скорости ветра и температуре на уровне стандартных высот измерений $z_1=0,5$ м и $z_2=2$ м. Кроме того, уровень шероховатости также должен быть известен. Будем считать, что $z_0=10^{-2}$ м, что соответствует наличию снежного покрова на подстилающей поверхности. Этот случай дает возможность прямо использовать приводимые ниже рабочие формулы для определения температуры поверхности при решении задачи о промерзании грунта.

Поскольку нас интересуют высоты до 2 м, то для большинства случаев справедлива формула [8], применимая для диапазона

$$\frac{z}{|L|} \leq 0,2.$$

$$T = \frac{-P_0}{\rho c_p \times v_* \alpha_T(0)} \left(\ln \frac{z}{|L|} + \frac{3}{8} \frac{z}{L} \right) + \text{const}, \quad (1)$$

T — температура
 $L = - \frac{\rho c_p T v_*^3}{\alpha P_0 g}$ — масштаб Монина — Обухова.

(Обозначения общепринятые, см. [8]).

Имея данные о температуре на $z_1=0,5$ м, т. е. T_1 и на $z_2=2$ м, т. е. T_2 , на основе (1) легко получить выражение.

$$T_0 = T_1 + (T_2 - T_1) \frac{8L \ln \frac{z_0}{z_1} + 3(z_0 - z_1)}{8L \ln \frac{z_2}{z_1} + 3(z_2 - z_1)} \quad (2)$$

(T_0 — температура поверхности).

Поскольку $z_0 \ll z_1$, то, пренебрегая во втором слагаемом числителя величиной z_0 и учитывая численные значения z_0 , z_1 и z_2 , формулу (2) можно переписать в виде

$$T_0 = T_1 - (T_2 - T_1) \frac{20,8L + 1}{7,4L + 3,5}. \quad (3)$$

Для определения возможности использования этой формулы следует проверить условие $z \leq 0,2|L|$. Для верхнего предела $z=2$ м имеем $|L| \geq 10$ м. Тогда с достаточной для практических целей точностью можно вместо (3) рассчитывать по упрощенной зависимости:

$$T_0 = T_1 - 2,8 (T_2 - T_1). \quad (4)$$

(Вклад вторых слагаемых в числителе и знаменателе мал).

Найти L , а следовательно, и оценить возможность использования формулы (4), также можно на основе градиентных наблюдений через посредство номограмм, приводимых в [9] и [10].

Если неравенство $|L| > 10$ не выполняется или указанных номограмм не имеется в распоряжении, то возможен еще один подход. А именно, в приземном слое турбулентные потоки тепла и количества движения постоянны, т. е.

$$P_0 = -\rho c_p \alpha_T k \frac{dT}{dz} = \text{const.}$$

$$v_*^2 = k \frac{du}{dz} = \text{const.}$$

Тогда, составляя отношение, будем иметь

$$-\frac{P_0}{\rho c_p v_*} du = \alpha_T dT.$$

Интегрируя последнее равенство от уровня поверхности до $z_1 = 1$ м и от z_1 до z_2 и составляя отношение результатов, получим:

$$\frac{u_1}{u_2 - u_1} = \frac{\int_{T_0}^{T_1} \alpha_T dT}{\int_{T_1}^{T_2} \alpha_T dT}.$$

Вынося по теореме о среднем $\alpha_T = \frac{k_T}{k}$ из-под знака интеграла и сокращая, после простейших преобразований получим рабочую формулу в виде:

$$T_0 = T_1 - u_1 \frac{T_2 - T_1}{u_2 - u_1}. \quad (5)$$

Анализ данных, приведенных на рис. 1—2, показывает, что расчеты, проведенные по формулам (4) и (5) дают практически одинаковые результаты. Кроме того, в зимний период с устойчивыми отрицательными температурами воздуха расчетные и наблюдаемые значения температуры подстилающей поверхности (см. рис. 1) совпадают в пределах точности наблюдений. Однако в марте в дневное время (14 час) расхождение измеренных и рассчитанных данных является весьма значительным. Можно с достаточной уверенностью утверждать, что причина этого кроется в неучете фазовых переходов на подстилающей поверхности, протекающих в период интенсивного снеготаяния. Это подтверждается второй серией кривых (рис. 2) за 02 часа, когда за счет ночного понижения фазовые переходы прекращаются и вновь наблюдается хорошее совпадение обоих результатов. Указанное обстоятельство позволяет сделать вывод о необходимости ввести в рассмотрение фазовые переходы на земной поверхности при построении соответствующей расчетной модели, ибо положения, положенные в основу вывода формул (4) и (5) не включают этого фактора.

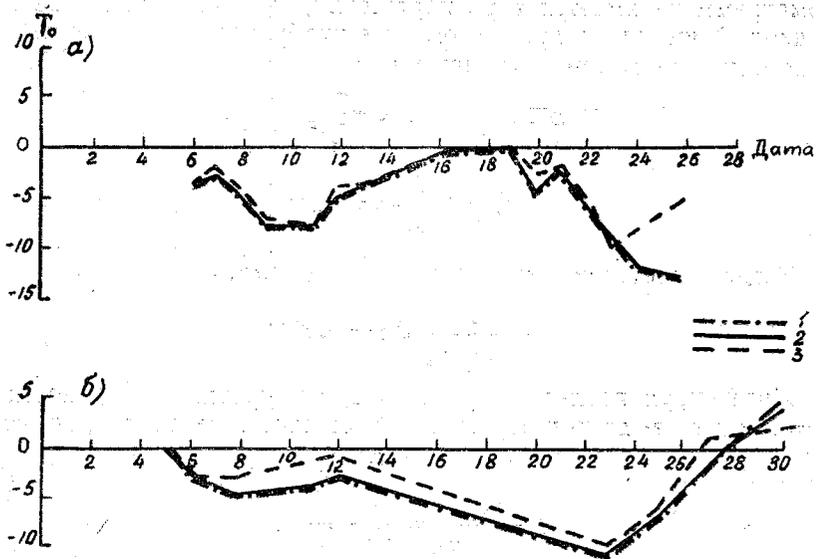


Рис. 1. Сравнение рассчитанных значений температуры поверхности с экспериментально измеренными в декабре 1970 г.

а) 0,2 часа; б) 14 часов

1 - $T_0 = T_1 - 2,8(T_2 - T_1)$; 2 - $T_0 = T_1 - u_1 \frac{T_2 - T_1}{u_2 - u_1}$; 3 - экспериментальная

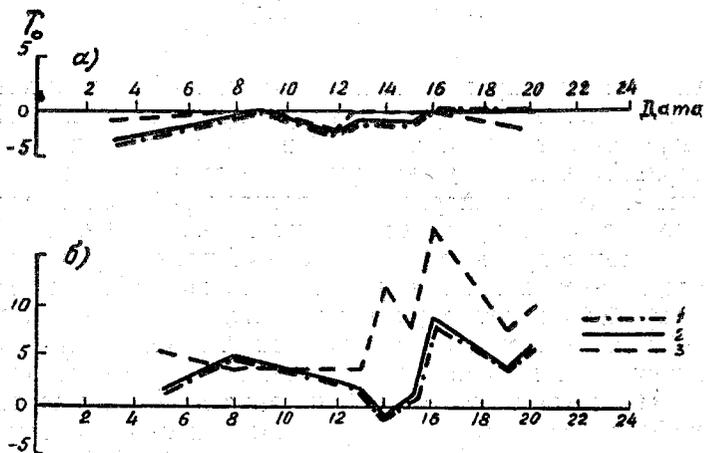


Рис. 2. Сравнение рассчитанных значений температуры поверхности с экспериментально измеренными в марте 1971 г.:

а) 0,2 часа; б) 14 часов. Обозначения см. рис. 1

В целом можно констатировать, что предлагаемый метод определения температуры поверхности позволяет проследить ход температуры поверхности до начала снеготаяния, а следовательно, дает возможность рассчитать глубину промерзания по методу, излагаемому в следующей статье настоящего сборника.

ЛИТЕРАТУРА

1. Дюбюк А. Ф., Монин А. С. К прогнозу температуры почвы под снежным покровом. Труды ЦИП, вып. 21, 1950, с. 60—73.
2. Баев В. К., Монин А. С. Пример расчета температуры под снежным покровом Труды ЦИП, вып. 21, Л., 1950, с. 74—82.
3. Цейтин Г. Х., Чудновский А. Ф. Определение температуры почвы по заданной температуре воздуха. Труды ГГО, вып. 37, 1952, с. 20—27.
4. Шехтер Ф. Н., Цейтин Г. Х. Глубина промерзания и температура почвы в зимнее время. Труды ГГО, вып. 53, 1955, с. 44—65.
5. Гутман Л. Н. К теории расчета температуры почвы. Труды Геофиз. ин-та АН СССР, М., 1956, с. 3—49.
6. Цейтин Г. Х. О связи между температурами деятельной поверхности и воздуха в метеообудке. Труды ГГО, вып. 94, 1960, с. 62—75.
7. Зилитинкевич С. С., Лайхтман Д. Л. Турбулентный режим в приземном слое атмосферы. Изв. АН СССР, сер. ФАО, т. 1, № 2, 1965, с. 150—156.
8. Лайхтман Д. Л. Физика пограничного слоя атмосферы. Гидрометеиздат. Л., 1970, с. 341.
9. Лайхтман Д. Л., Пономарева С. М., Радикевич В. М. Особенности обмена теплом и количеством движения в нижних слоях атмосферы. Труды ЛГМИ, вып. 39, 1970, с. 91—100.
10. Зилитинкевич С. С. Динамика пограничного слоя атмосферы. Гидрометеиздат, Л., 1970, с. 290.

К ВОПРОСУ О ДВИЖЕНИИ ГРАНИЦЫ РАЗДЕЛА ФАЗ В МНОГОСЛОЙНЫХ СРЕДАХ

Предметом данной работы является разработка алгоритма, позволяющего рассчитывать поле температур и движение границы раздела фаз при сезонном промерзании (протаивании) водоемов или крупнозернистых грунтов, находящихся в состоянии полного увлажнения. В последнем случае можно полагать, что все поры заполнены влагой, а количество воды, связанной со скелетом грунта адсорбционными силами и замерзающей в спектре температур, является пренебрежимо малым. Таким образом, можно с достаточным основанием полагать, что процесс протекает при наличии четкой границы с нулевой изотермой.

Подобного рода задачи были предметом рассмотрения целого ряда работ. Достаточно полные обзоры можно найти в [1—3], причем в [1] большое внимание уделено вопросам чисто математического характера в связи с доказательством существования и единственности решения. Мы не ставим перед собой цель дать обзор и анализ существующих подходов и решений. Отметим только, что значительное число их к настоящему моменту имеет, в основном, исторический интерес, и даже наиболее актуальные получены при различных ограничительных условиях, которые в значительной мере снижают практическую ценность достигаемых результатов. Попытки же расширить диапазон задания краевых условий наталкиваются на непреодолимые к настоящему моменту математические трудности. Последнее является вполне естественным следствием сложности рассматриваемой задачи, в формулировке которой имеет место нелинейное условие на поверхности раздела.

В предлагаемой работе предпринята попытка унифицировать задачу применительно к конкретно намеченной цели, учитывая реально встречающиеся ситуации, а также разработать достаточно простой алгоритм, реализация которого не встречала бы принципиальных затруднений.

1. Математическая формулировка задачи

Будем рассматривать одномерный случай, располагая начало координат $x=0$ на поверхности среды и направляя ось x вниз. Пусть в момент времени $t=0$ на плоскости $x=0$ устанавливается отрицательная температура, изменяющаяся по закону $T_{1/x=0}=f(t) < 0^\circ\text{C}$ *. В итоге появится закристаллизовавшийся слой и возникнет граница раздела фаз $x=y(t)$. Поскольку при этом

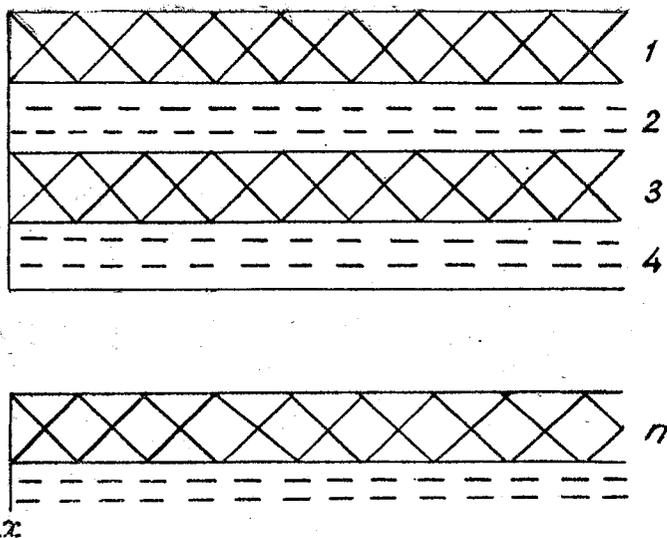


Рис. 1. n — слойная среда

вполне возможна смена знака температур на поверхности, то по ходу процесса среда может оттаять вновь полностью или частично. В последнем случае будет иметь место трехслойная среда, причем границы промерзшего слоя будут двигаться по законам $x=y_1(t)$ и $x=y_2(t)$. Если подобная картина повторяется неоднократно, то среда будет многослойной, причем в ней будут чередоваться талые и промерзшие зоны. Ввиду того, что в нашем случае вполне оправдано предположение о постоянстве теплофизических констант сред, то в целом задача будет сводиться к решению системы уравнений теплопроводности с граничным условием первого рода на поверхности $x=0$ и заданным значением температуры при $x \rightarrow \infty$ в талой нижней части.

Обратимся к математической постановке. Пусть к моменту $t=0$ имеем n -слойную среду (рис. 1) с известными начальными

* В случае протаяния $f(t) > 0^\circ\text{C}$. Все рассуждения при этом сохраняют силу, но кристаллизация заменяется плавлением.

распределениями температур $\varphi_i(x)$ ($i=1, 2, \dots, n$). Для каждого слоя справедливо уравнение Фурье:

$$\frac{\partial T_i}{\partial t} = a_i^2 \frac{\partial^2 T_i}{\partial x^2}, \quad (1)$$

где a_i^2 — коэффициент температуропроводности,

$$T_{i/x=0} = f(t), \quad (2)$$

$$T_{i/t=0} = \varphi_i(x), \quad (3)$$

$$T_n/x \rightarrow \infty \rightarrow T_{n0}. \quad (4)$$

$$T_{i/x=y_i(t)} = T_{i+1/x=y_i(t)} = 0^\circ \text{C} \quad (5)$$

Помимо (5) на каждой границе раздела фаз выполняется условие баланса тепла, которое в общем случае (при наличии верхнего закристаллизовавшегося слоя) имеет вид:

$$(-1)^{i+1} \left[\lambda_i \frac{\partial T_i}{\partial x} \right]_{x=y_i(t)} - \lambda_{i+1} \left. \frac{\partial T_{i+1}}{\partial x} \right|_{x=y_i(t)} = L\gamma_i \frac{dy_i}{dt}, \quad (6)$$

где $i=1, 2, \dots, n-1$ — номер слоя; λ_i — коэффициент теплопроводности. Четные значения показателя степени при -1 соответствуют верхнему мерзлому слою, нечетные — талому. $L\gamma_i = L\gamma_{ci}$ ($\omega_i - \omega_0$) — количество тепла, выделенного (поглощенного) при замерзании (протаивании) единицы объема грунта. Если рассматривается элемент с единичной площадью, то эта величина эквивалентна количеству тепла, возникающему (исчезающему) при продвижении фронта на единицу расстояния в единицу времени; L — теплота плавления льда; γ_c — удельный вес скелета грунта; ω_i — влажность, представляющая собой отношение веса влаги к весу сухого грунта; ω_{i0} — количество влаги, не замерзшей при прохождении фронта.

Если влага при прохождении фронта полностью обращается в лед ($\omega_0 = 0$), а $\gamma_{ci} = \text{const}$ и $\omega_i = \text{const}$, то $L\gamma_i = L\gamma = \text{const}$. (Именно это заложено в наших предположениях). При промерзании водоемов $\gamma_i = \gamma_v$, где γ_v — удельный вес воды.

Целью решения (1) с условиями (2)–(6) служит определение поля температур в каждой из сред, а также законы движения границ раздела фаз.

Точное решение записанной задачи как в силу ее сложности, так и ввиду многообразия встречающихся в природе крайевых условий, не представляется возможным и тем более представимым в обозримом и удобном для практики виде. Поэтому целесообразно вести решение по шагам, выбирая интервалы времени в соответствии с ходом температуры на поверхности, который также

разбивается на участки, на которых температуру можно считать монотонно изменяющейся или постоянной. Скорость движения фронта на каждом m -ом шаге будем полагать постоянной, т. е. $\frac{dy_{i,m}}{dt} = k_{i,m} = \text{const}$. На $m+1$ -ом шаге величина $k_{i,m+1}$ определяется через условие (6), которое в этом случае принимает вид:

$$(-1)^{i+1} \left[\lambda_i \frac{\partial T_{i,m}}{\partial x} \Big|_{x=l_m+k_m t_m} - \lambda_{i+1} \frac{\partial T_{i+1,m}}{\partial x} \Big|_{x=l_m+k_m t_m} \right] = = Ly k_{i,m+1}, \quad (7)$$

где m — номер шага, t_m — время, являющееся предельным для m -го шага.

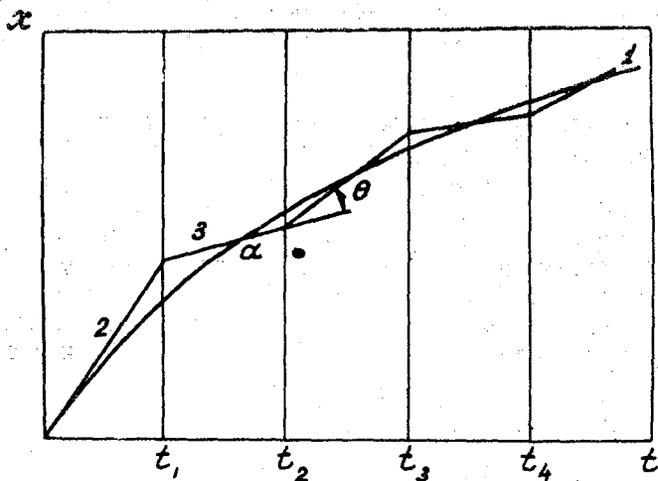


Рис. 2. Иллюстрация расчетной схемы:

1 — кривая плавления $x = y(t)$; 2 — касательная $x = k, t$; 3 — аппроксимирующая ломаная

Производные в (7) находятся на основании найденного на m -м шаге распределения температур. В такой постановке кривые плавления $y_i(t)$ аппроксимируются отрезками ломаных (рис. 2).

Можно констатировать, что на каждом шаге отыскание поля температур в каждой из сред представляет собой самостоятельную задачу. Так, например, для первого слоя она сводится к решению уравнения теплопроводности для неограниченной по горизонтальной координатам пластины, у которой температура поверхности $x=0$ есть известная функция времени, а другая поверхность движется по известному линейному закону и имеет нулевую температуру. Начальное распределение задано. В каждом из последующих слоев ($i=2, 3, \dots, n-1$) имеем дело с определением поля темпе-

ратур (при заданных начальных условиях) в пластине, обе границы которой перемещаются с постоянной скоростью и имеют нулевую температуру. Наконец, в n -м слое следует решать задачу для полупространства с заданным исходным распределением температуры, граница которого движется с постоянной скоростью и на ней задано нулевое граничное условие. Как уже упоминалось, скорость на каждом последующем шаге определяется с помощью условия (7), а начальными распределениями служат полученные на предыдущем шаге температурные поля, фиксированные для конечного момента времени.

Следует отметить, что заменив отрезок истинной кривой отрезком прямой, касательной к ней, мы на протяжении интервала Δt несколько отдаляемся от нее. Вычисляя в новой точке значения производной, мы получаем некоторую погрешность, обусловленную различием расчетной и истинной ординат. К этой погрешности добавляется новая от замены кривой прямолинейным отрезком и т. д. Поэтому естественно поставить вопрос о сходимости процесса.

Можно показать, что чем больше угол наклона прямой ($\operatorname{tg} \theta = k$, см. рис. 2), т. е. чем более она удалена вверх от истинной кривой, тем меньше угол наклона аппроксимирующей прямой на следующем шаге, которая таким образом будет приближаться к нашей кривой.

В этом случае точка пересечения $x = k_{n-1}t$ и $t = t_{n-1}$ (точка a на рисунке) будет ниже кривой $x = y(t)$, что на следующем этапе повлечет возрастание угла наклона следующего прямолинейного отрезка и, следовательно, его сближение с кривой плавления. Указанные обстоятельства следуют из формулы (7), если с ростом k

величина $\left. \frac{\partial T_1}{\partial x} \right|_{x = k_n t}$ уменьшается, т. е.

$$\frac{\partial}{\partial k} \left[\left. \frac{\partial T_1}{\partial x} \right|_{x = k_n t} \right] < 0, \quad a \left. \frac{\partial T_2}{\partial x} \right|_{x = k_n t} > 0$$

увеличивается, т. е.

$$\frac{\partial}{\partial k} \left[\left. \frac{\partial T_2}{\partial x} \right|_{x = k_n t} \right] > 0.$$

Для доказательства этого следует продифференцировать соотношение (7) по k , что может быть сделано по отношению к каждой из рассматриваемых ниже задач.

Наконец, обсудим один принципиально важный момент, связанный с началом кристаллизации. Дело в том, что при протекании гетерогенных процессов общая скорость реакции определяется скоростью самой медленной стадии. Это один из принципов кинетики фазовых превращений. Кристаллизация жидкости определяется условиями теплоотвода и условиями образования и роста кристаллического зародыша. Поэтому при затрудненном теплоотводе именно он будет определять скорость движения границы (за

исключением начального момента, когда скорость очень велика). Последнее имеет место в случае, если промерзший слой является весьма тонким. При этом за счет интенсивного теплоотвода температура фронта кристаллизации оказывается близкой к температуре поверхности. Поэтому возможность образования и роста кристаллической решетки, протекающая при температуре $< 0^\circ\text{C}$, становится доминирующей, и переохлаждение на границе полностью определяет скорость промерзания.

Подробное изложение физического механизма протекающих при этом процессов можно найти в [4]. Однако приводимые там зависимости не могут быть непосредственно реализованы на практике. Поэтому при расчете целесообразно обратиться к эмпирическим соотношениям, связывающим скорость движения фронта и температуру замерзания. Для воды, как показывают оценки, проведенные в [5], наиболее точно отражает специфику роста кристалла зависимость

$$\frac{dy}{dt} = 0,16 |T_\phi|^{1,69} \text{ см/с}, \quad (8a)$$

где T_ϕ $^\circ\text{C}$ температура переохлаждения на фронте.

Практически через весьма короткое время влияние фактора неравновесности уже не ощущается. Поэтому для первого шага следует брать весьма малые значения времени $\Delta t_1 \sim 0,1$ с. Однако при этом следует иметь в виду, что возникающая при этом промерзшая пленка должна быть больше некоторой минимальной величины, ниже которой мы не имеем права пользоваться для анализа процессов передачи тепла уравнением теплопроводности, ибо его вывод основан на чисто феноменологических соображениях. (Это же следует из характера самого уравнения, которое относится к параболическому типу и не допускает действительных характеристик, кроме гиперповерхностей $t = \text{const}$). Минимальный поперечный размер должен [6] в $10^3 \div 10^4$ превосходить длину свободного пробега молекул жидкости.

Ниже мы приступаем к решению конкретных задач, та или иная комбинация которых даст возможность построить общее решение поставленной общей проблемы, а также рассмотреть те частные случаи, которые представляют интерес с практической точки зрения.

2. Фазовый переход при контакте двух полуограниченных сред

Рассмотрим вопрос о движении границы раздела фаз при контакте двух масс, у которых вода находится в твердом ($-\infty < x \leq 0$ индекс $j=1$) и жидком ($0 \leq x < \infty$, индекс $j=2$) агрегатных состояниях. Начальные распределения температур

$$T^{(1)}|_{t=0} = \varphi^{(1)}(x) < 0^\circ\text{C}$$

и

$$T^{(2)}|_{t=0} = \varphi^{(2)}(x) > 0^\circ\text{C}$$

будем полагать известными, причем $T^{(1)}|_{x \rightarrow -\infty} = T_{\infty}^{(1)} = \text{const}$ и $T^{(2)}|_{x \rightarrow \infty} = T_{\infty}^{(2)} = \text{const}$. В момент $t=0$ обе среды приходят в соприкосновение, в результате чего начинается перестройка температурных полей и появляется граница промерзания (протаивания)*.

По отношению к сформулированной выше общей задаче данный случай является частным. Однако он представляет и самостоятельный интерес, ибо именно в такой постановке следует рассматривать задачу об охлаждении интрузивных изверженных пород или условия протаивания, возникающего при организации водохранилищ на вечномерзлых грунтах.

Итак, будем решать следующую задачу:

$$\frac{\partial T^{(j)}}{\partial t} = \alpha_j^2 \frac{\partial^2 T^{(j)}}{\partial x^2} \quad (8)$$

$$(-1)^j T^{(j)}(x, 0) = (-1)^j \varphi^{(j)}(x) > 0^\circ \text{C} \quad (9)$$

$$T^{(j)}|_{x \rightarrow (-1)^j \cdot \infty} \rightarrow T_{\infty}^{(j)} \quad (10)$$

На границе раздела при $x=y(t)$ имеем:

$$T^{(j)}(y(t), t) = 0^\circ \text{C} \quad (y(0) = 0) \quad (11)$$

$$\lambda_1 \frac{\partial T^{(1)}}{\partial x} \Big|_{x=y(t)} - \lambda_2 \frac{\partial T^{(2)}}{\partial x} \Big|_{x=y(t)} = L\gamma \frac{dy}{dt}, \quad ** \quad (12')$$

Аппроксимируя кривую плавления $x=y(t)$ отрезками прямых, мы на каждом m -ом шаге будем иметь постоянную скорость движения $k_m = \text{const}$. Тогда вместо (12) следует записать:

$$\lambda_1 \frac{\partial T^{(1)}}{\partial x} \Big|_{x=k_m t_m} - \lambda_2 \frac{\partial T^{(2)}}{\partial x} \Big|_{x=k_m t_m} = L\gamma k_{m+1}. \quad (13)$$

Таким образом, при определении температуры в каждой из сред на m -ом шаге мы имеем дело с двумя независимыми друг от друга задачами. Каждая из них сводится к решению соответствующего уравнения теплопроводности для полупространства при наличии заданного начального распределения температуры.

На границе, движущейся с известной постоянной скоростью,

* Считаем, что конвекция в жидкости отсутствует.

** В случае протаивания левая часть (12) меняет знак и $\gamma = \gamma_c \omega$, при промерзании $\gamma = \gamma_B$.

температура равна нулю. Скорость на следующем шаге определяется из условия (13), причем момент времени при расчете производных берется крайним (t_m) для рассматриваемого шага. Отсчет времени на каждом шаге ведется от нуля, а начало координат помещается на границе обеих сред. Это сделано исключительно с целью удобства расчета и на окончательный результат, разумеется, повлиять не может. Толщину промерзшего слоя легко найти по соотношению

$$l = \sum_{i=1}^m k_i t_i. \quad (14)$$

Для универсализации расчетов запишем нашу задачу в безразмерном виде, введя масштабы $t_0 = t_m$ (t_m — интервал времени на m -ом шаге),

$$x_0 = \sqrt{a_1^2 t_m}, \quad T_0^{(j)} = T_\infty^{(j)}.$$

Тогда (8)—(11), (13) перепишутся в виде*:

$$P_1^{j-1} \frac{\partial \tilde{T}^{(j)}}{\partial t} = \frac{\partial^2 \tilde{T}^{(j)}}{\partial x^2}, \quad (15^{**})$$

$$\tilde{T}^{(j)}|_{\tilde{t}=0} = \tilde{\varphi}^{(j)}(x), \quad (16)$$

$$\tilde{T}^{(j)}|_{\tilde{x} \rightarrow (-1)_{\infty}^{(j)}} \rightarrow \left(\frac{T_\infty^{(2)}}{T_\infty^{(1)}} \right)^{j-1}, \quad (17)$$

$$\tilde{T}^{(j)}|_{\tilde{x}=P_2} = 0, \quad (18)$$

$$\frac{\partial \tilde{T}^{(1)}}{\partial x} \Big|_{\tilde{x}=P_2} - P_3 \frac{\partial \tilde{T}^{(2)}}{\partial x} \Big|_{\tilde{x}=P_2} = P_4, \quad (19)$$

Здесь:

$$P_1 = \frac{a_1^2}{a_2^2}; \quad P_2 = \sqrt{\frac{k_m^2 t_m}{a_1^2}}; \quad P_3 = \frac{\lambda_2}{\lambda_1}; \quad P_4 = \frac{L \gamma \sqrt{a_1^2 t_m} k_{m+1}}{\lambda_1 T_\infty^{(1)}}$$

безразмерные комплексы. (Они меняются на каждом шаге, что мы сочли необходимым все-таки отметить соответствующим индексом при k и t).

Задача может быть решена методом, изложенным в [8]**. Мы не будем приводить подробных выкладок и дадим лишь окончательный результат в форме, удобной для численных расчетов. В дальнейшем он будет использован в общем решении.

* Индекс, отмечающий номер шага, в целях упрощения записи, опущен.

** Знак тильда « $\tilde{}$ » здесь и далее означает безразмерные величины.

*** Там же дано доказательство сходимости аппроксимационного процесса.

Поле температур в каждой из сред на каждом шаге:

$$\begin{aligned} \tilde{T}^{(j)}(z, \tilde{t}) = & \frac{(-1)^j}{2} \sqrt{\frac{P_1^{j-1}}{\pi \tilde{t}}} \int_0^{(-1)^j \cdot \infty} \left\{ \exp \left[-\frac{(\tilde{x} - \tilde{\xi})^2 P_1^{j-1}}{4\tilde{t}} \right] - \right. \\ & - \exp \left[-\frac{(2P_2 - \tilde{x} - \tilde{\xi})^2 P_1^{j-1}}{4} + \right. \\ & \left. \left. + P_2 P_1^{j-1} (\tilde{t} P_2 - \tilde{x}) \right] \right\} \tilde{\varphi}^{(j)}(\tilde{\xi}) d\tilde{\xi} \end{aligned} \quad (20)$$

Значения производных при $\tilde{t}=1$

$$\begin{aligned} \left. \frac{\partial \tilde{T}^{(j)}}{\partial x} \right|_{\substack{\tilde{x}=P_2 \\ \tilde{t}=1}} = & \frac{(-1)^j}{2} \sqrt{\frac{P_1^{3(j-1)}}{\pi}} \int_0^{(-1)^j \cdot \infty} \tilde{\xi} \exp \times \\ & \times \left[-\frac{(P_2 - \tilde{\xi})^2}{4\tilde{t}} P_1^{j-1} \right] \tilde{\varphi}^{(j)}(\tilde{\xi}) d\tilde{\xi}. \end{aligned} \quad (21)$$

На первом шаге, ввиду наличия скачка температуры ($\varphi^{(1)}(0) \neq \varphi^{(2)}(0)$) условие (19) неприменимо. Соответствующую скорость движения k_1 получим с учетом кинетики процесса, подставляя в (7) значение

$$\tilde{T}_\Phi = \frac{1}{2} [\tilde{\varphi}^{(1)}(0) + \tilde{\varphi}^{(2)}(0)].$$

Тогда

$$k_1 = 16 \cdot 10^{-2} \left[\frac{\tilde{\varphi}^{(1)}(0) + \tilde{\varphi}^{(2)}(0)}{2} \right]^{1,69} \text{ см/с.} \quad (22)$$

Таким образом, поставленная задача разрешена до конца. Поскольку выбор шага по времени произволен, то расчет можно вести с любой наперед заданной точностью. Отметим, что параметр P_0^j с учетом реально встречающихся ситуаций существенно меньше единицы. Поэтому, начиная с весьма малых времен, им можно в распределении начальных температур в целом пренебрегать, но в производных неучет может существенно повлиять на результат, ибо именно вблизи границы скорость движения фронта в значительной мере определяет распределение температуры и, следовательно, величину градиента.

3. Пластина с двумя подвижными границами

Теперь рассмотрим более общую задачу, считая, что обе границы i -го слоя движутся в направлении оси x . Например, на верхней границе идет протаивание, а на нижней промерзание. Для определения поля температур в слое следует найти решение уравнения теплопроводности

$$\frac{\partial T_i}{\partial t} = a_i^2 \frac{\partial^2 T_i}{\partial x_i^2} \quad (23)$$

с заданным начальным распределением температур

$$T_i|_{t=0} = \varphi_i(x) \quad (24)$$

при граничных условиях

$$T_i|_{x=k_{i-1}t} = T_i|_{x=l_i+k_it} = 0 \quad (25)$$

Из (25) видно, что начало координат помещено на верхней границе, l_i — толщина слоя в начальный момент $t=0$.

Решение вновь проводим по шагам в соответствии с изложенной выше постановкой. Тогда вся формулировка задачи в виде (23)—(25) сохраняется. (Индекс, соответствующий шагу, опускаем). Отсчет времени на каждом шаге будем вести от нуля.

Решение этой задачи можно провести на основе метода, изложенного в [8]. Мы не будем приводить решение полностью, а запишем лишь окончательный результат в безразмерной форме.

Имеем

$$\begin{aligned} \tilde{T}_i(\tilde{z}_i, \tilde{\sigma}) &= \sqrt{\frac{P_5 \tilde{\sigma}_i + 1}{P_7}} \exp \left[\frac{(\tilde{z}_i P_5 - P_6)^2}{4P_5 P_7 (\tilde{\sigma}_i P_5 + 1)} \right] \times \\ &\times \int_0^1 \tilde{G}_i(\tilde{z}_i, \tilde{\sigma}_i, \tilde{\xi}_i, 0) \cdot \exp \left[\frac{(\tilde{\xi}_i P_5 - P_6)^2}{4P_5 P_7} \right] \tilde{\sigma}_i(\tilde{\xi}) d\tilde{\xi}, \end{aligned} \quad (26)$$

где

$$\begin{aligned} \tilde{G}_i(\tilde{z}_i, \tilde{\sigma}_i, \tilde{\xi}, \tilde{\tau}) &= \frac{1}{2\sqrt{\pi(\tilde{\sigma}_i - \tilde{\tau})}} \sum_{r=-\infty}^{\infty} \exp \left[-\frac{(\tilde{z}_i - \tilde{\xi} - 2r)^2}{4P_7(\tilde{\sigma}_i - \tilde{\tau})} \right] - \\ &- \exp \left[-\frac{(\tilde{z}_i + \tilde{\xi} - 2r)^2}{4P_7(\tilde{\sigma}_i - \tilde{\tau})} \right]; \end{aligned} \quad (27)$$

Это функция Грина нашей задачи.

В (26) и (27) \tilde{z}_i и $\tilde{\sigma}_i$ новые переменные, которые связаны со старыми формулами вида

$$\tilde{z}_i = \frac{\hat{x}_i - P_6 t}{1 - P_5 t}; \quad \tilde{\sigma}_i = \frac{t}{1 - P_5 t}. \quad (28)$$

Кроме того,

$$P_5 = \frac{t_m(k_{i-1} - k_i)}{l_i}; \quad P_6 = \frac{k_{i-1} t_m}{l_i}; \quad P_7 = \frac{a_i^2 t_m}{l_i^2}.$$

Масштабами являются величины:

$$t_0 = t_m; \quad z_0 = x_0 = l_i; \quad \sigma_0 = a_i^2 t_m.$$

Таким образом, безразмерные величины меняются в пределах:

$$0 \leq \tilde{t} \leq 1, \quad 0 \leq \tilde{z}_i \leq 1, \quad P_4 \tilde{t} \leq \tilde{x}_i \leq 1 + (P_6 - P_5) \tilde{t},$$

$$0 \leq \tilde{\sigma}_i \leq \frac{1}{1 - P_5}.$$

Ясно, что если $P_5 > 0$, что соответствует случаю более быстрого движения верхней границы, то должно быть $P_5 \tilde{t} \leq 1$. (При $P_5 \tilde{t} = 1$ слой полностью исчезает). Тогда, задавая интервал времени, следует учитывать, что должно выполняться неравенство

$$t \leq \frac{l_i}{k_{i-1} - k_i}; \quad \left(\tilde{t} \leq \frac{1}{P_5} \right).$$

Производные могут быть рассчитаны из соотношений

$$\begin{aligned} \frac{\partial \tilde{T}_i}{\partial x} \bigg|_{\substack{\tilde{z}_i=0 \\ \tilde{\sigma}_i = \frac{1}{1-P_5}}} &= \frac{1}{4 \sqrt{\pi P_7^2}} \exp \left[\frac{P_6^2 (1 - P_5)}{4 P_5 P_7} \right] \cdot \int_0^1 \tilde{G}^{(1)}(\tilde{\xi}) \times \\ &\times \exp \left[\frac{(\tilde{\xi} P_5 - P_6)^2}{4 P_5 P_7} \right] \tilde{\varphi}(\tilde{\xi}) d\tilde{\xi}, \end{aligned} \quad (29)$$

где

$$\begin{aligned} \tilde{G}^{(1)}(\tilde{\xi}) &= \sum_{r=-\infty}^{\infty} (\tilde{\xi} + 2r) \exp \left[-\frac{(\tilde{\xi} + 2r)^2 (1 - P_5)}{4 P_7} \right] + \\ &+ (\tilde{\xi} - 2r) \exp \left[-\frac{(\tilde{\xi} - 2r)^2 (1 - P_5)}{4 P_7} \right], \end{aligned} \quad (30)$$

и

$$\begin{aligned} \frac{\partial \tilde{T}}{\partial \tilde{x}} \bigg|_{\substack{\tilde{z}=1 \\ \tilde{\sigma} = \frac{1}{1-P_5}}} &= \frac{1}{4 \sqrt{\pi P_7}} \exp \left[\frac{(P_5 - P_6)^2 (1 - P_5)}{4 P_5 P_7} \right] \cdot \int_0^1 \tilde{G}^{(2)}(\tilde{\xi}) \times \\ &\times \exp \left[\frac{(\tilde{\xi} P_5 - P_6)^2}{4 P_5 P_7} \right] \tilde{\varphi}(\tilde{\xi}) d\tilde{\xi}, \end{aligned} \quad (31)$$

$$\begin{aligned} \tilde{G}^{(2)}(\tilde{\xi}) &= \sum_{r=-\infty}^{\infty} (1 + \tilde{\xi} - 2r) \exp \left[-\frac{(1 + \tilde{\xi} - 2r)^2 (1 - P_5)}{4 P_7} \right] - \\ &- (1 - \tilde{\xi} - 2r) \exp \left[-\frac{(1 - \tilde{\xi} - 2r)^2 (1 - P_5)}{4 P_7} \right]. \end{aligned} \quad (32)$$

Первый слой имеет неподвижную верхнюю границу, где задан ход температуры в виде $T_1|_{x=0} = f(t)$, поэтому вместо (25) будем иметь граничные условия:

$$\begin{aligned} T_1|_{x=0} &= f(t), \\ T_1|_{x=l_1+k_1t} &= 0. \end{aligned}$$

Решение в этом случае имеет вид:

$$\begin{aligned} \tilde{T}_1 &= \left(\frac{1 - P_8 \tilde{\sigma}}{P_9} \right)^{1/2} \exp \left[\frac{\tilde{z}^2 P_8}{4P_9(P_8 \tilde{\sigma} - 1)} \right] \int_0^1 \tilde{G}(\tilde{z}, \tilde{\sigma}, \tilde{\xi}, 0) \times \\ &\times \exp \left(\frac{P_8 \tilde{\xi}^2}{4P_9} \right) \tilde{\varphi}(\tilde{\xi}) d\tilde{\xi} + \int_0^{\tilde{\sigma}} \left(\frac{\partial \tilde{G}}{\partial \tilde{\xi}} \right) \Big|_{\tilde{\xi}=0} \times \\ &\times f \left(-\frac{l}{k_1} \frac{P_8 \tilde{\tau}}{P_8 \tilde{\tau} - 1} \right) \frac{d\tilde{\tau}}{\sqrt{1 - P_8 \tilde{\tau}}}. \end{aligned} \quad (33)$$

Производная на подвижной границе

$$\begin{aligned} \frac{\partial \tilde{T}}{\partial \tilde{x}} \Big|_{\substack{\tilde{z}=1 \\ \tilde{\sigma} = \frac{1}{1+P_8}}} &= \frac{1}{P_9^{1/2} (1+P_8)^{3/2}} \exp \left[-\frac{P_8(1+P_8)}{4P_9} \right] \tilde{N}(1, \tilde{\sigma}_m, 0, 0) \times \\ &\times [\tilde{\varphi}(0) - \tilde{f}(0)] - \tilde{N}(1, \tilde{\sigma}_m, 1, 0) \exp \left(\frac{P_8}{4P_9} \right) \tilde{\varphi}(1) + \\ &+ \int_0^1 \tilde{N}(1, \tilde{\sigma}_m, 0, \tilde{\xi}) \frac{d}{d\tilde{\xi}} \left[\exp \left(\frac{P_8 \tilde{\xi}^2}{4P_9} \right) \tilde{\varphi}(\tilde{\xi}) \right] d\tilde{\xi} - \\ &- \int_0^{\tilde{\sigma}_m} \tilde{N}(1, \tilde{\sigma}_m, 0, \tilde{\tau}) \frac{d}{d\tilde{\tau}} \left[\frac{f \left(-\frac{l}{k_1} \frac{P_8 \tilde{\tau}}{P_8 \tilde{\tau} - 1} \right)}{\sqrt{1 - P_8 \tilde{\tau}}} \right] d\tilde{\tau}, \end{aligned} \quad (34)$$

где

$$\tilde{\sigma}_m = \frac{1}{1+P_8}, \quad P_8 = \frac{k_1 t_m}{l}, \quad P_9 = \frac{a_1^2 t_m}{l^2}.$$

Через N обозначен ряд

$$\begin{aligned} \tilde{N}(1, \tilde{\sigma}_m, \tilde{\xi}, \tilde{\tau}) &= \frac{1}{2\sqrt{\pi(\tilde{\sigma}_m - \tilde{\tau})}} \sum_{r=-\infty}^{\infty} \exp \left[\frac{(1 - \tilde{\xi} - 2r)^2}{4P_9(\tilde{\sigma}_m - \tilde{\tau})} \right] + \\ &+ \exp \left[-\frac{(1 + \tilde{\xi} - 2r)^2}{4P_9(\tilde{\sigma}_m - \tilde{\tau})} \right]. \end{aligned} \quad (35)$$

Разберем отдельно первый шаг. Как показывают эксперименты [9], кристаллизация начинается при переохлаждении порядка $-0,2^\circ\text{C}$, причем кинетика процесса перестает влиять примерно через 10 с, когда температура фронта становится равной приблизительно $0,1 T_0$. Учитывая столь малый диапазон изменения термических условий и времени, можно, не рискуя ошибиться, считать, что температура фронта линейно меняется со временем от величины $T_\Phi = T_0|_{t=0}$ (температура на поверхности) до $|T_\Phi| = 0,1 \times T_0|_{t=10}$, т. е.

$$|T_\Phi| = T_0 | (1 - 9 \cdot 10^{-2} t).$$

Тогда из (8а) следует, что $\dot{y} = \frac{dy}{dt}|_{t=10} = 2,15 \cdot 10^{-4}$ см/с и $y|_{t=10} = 4,25 \cdot 10^{-2}$ см.

Поскольку толщина слоя весьма мала, то, естественно, отвод тепла фазового перехода будет практически осуществляться через замерший слой. Поэтому, пренебрегая потоком тепла снизу на границе раздела фаз будем иметь условие

$$\frac{\lambda_1}{L\gamma} \frac{\partial T}{\partial x} \Big|_{x=y(t)} = \dot{y}(t). \quad (36)$$

Закон распределения тепла в верхнем слое будем искать в виде

$$T_1 = a(t)x^2 + b(t)x + c.$$

Постоянные определяются в соответствии с условием (36), а также исходя из того, что

$$T|_{x=y(t)} = T_\Phi, \quad T|_{x=0} = T_0.$$

Тогда для $t=10$ будем иметь:

$$T(x) = \left(-10^2 + 0,507 \cdot 10^{-2} \frac{L\gamma}{\lambda_1} \right) x^2 - \left(2,15 \cdot 10^{-4} \frac{L\gamma}{\lambda_1} - 8,5 \right) x - 0,2. \quad (37)$$

Скорость на следующем шаге $k_2 = 2,15 \cdot 10^{-4}$ см/с. Для льда $T(x) = -23,9 x^2 + 5,28 x - 0,2$.

Комбинируя разобранные случаи, указанным путем можно решить задачу о промерзании или протаивании для любого числа случаев. Причем при $x=0$ всегда имеем случай пластины с неподвижной верхней границей, а n -ый слой представляет собой полубесконечное пространство.

4. Промерзание при наличии снега

Ниже будем рассматривать трехслойную задачу: снег — промерзший слой — талая почва. Решение вновь будем вести по шагам, полагая в пределах временного интервала, соответствующего отдельному шагу, толщину снега h_c неизменной. При переходе к следующему шагу она может скачкообразно измениться. Теплофизические характеристики всех сред считаем постоянными, отмечая их индексами: «с» — снег, «м» — мерзлая и «т» — талая почвы.

В такой постановке, в соответствии с вышеизложенным, следует решить две самостоятельные задачи: а) снег — мерзлый грунт, что соответствует системе двух контактирующих пластин, у которой одна внешняя граница является подвижной; б) полуограниченное пространство с движущейся поверхностью. (Решение последней задачи дано выше в п. 2).

Для определения скорости движения поверхности раздела обеих систем используется условие баланса тепла (7).

Если условно предположить, что температура на границе снег — мерзлый грунт известна $T_c|_{\eta=0} = T_m|_{x=0} = \psi(t)$ ($\eta = -x$ — координата в слое снега, направленная от границы раздела $x = \eta = 0$ вверх), то распределение температуры в мерзлом слое будет даваться формулой (33), а производная от нее на границе выражем (34).

Как показывают экспериментальные наблюдения и оценки [10], распределение температуры в снеге с достаточной точностью можно аппроксимировать линейным законом. Это объясняется тем, что в сравнении с мерзлым грунтом снег обладает значительно меньшей объемной теплоемкостью. Тогда, учитывая, что на границах снежного пласта температура известна $T_c|_{\eta=0} = \psi(t)$ (условно полагаем) и $T_c|_{\eta=h_c} = f(t)$, можем записать, что

$$T_c = \psi(t) + \frac{f(t) - \psi(t)}{h_c} \eta. \quad (38)$$

Теперь остается вспомнить, что при контакте двух сред на границе имеют место условия равенства температур $T_c|_{\eta=0} = T_m|_{x=0} = \psi(t)$ и потоков тепла

$$-\lambda_c \frac{\partial T_c}{\partial \eta} \Big|_{\eta=0} = \lambda_m \frac{\partial T_m}{\partial x} \Big|_{x=0}. \quad (39)$$

Последнее равенство дает возможность, учитывая (34) и (38), составить интегродифференциальное уравнение для определения $\psi(t)$.

Прежде всего, на основе (33), легко получить производную от температуры, которая в размерном виде запишется как

$$\begin{aligned} \frac{\partial T_M}{\partial x} \Big|_{x=0} = & \left(\frac{a_M^2 l - k\sigma}{a_M^2 l} \right)^{1/2} \left\{ \int_0^l \frac{\partial G}{\partial z} \Big|_{x=0} \exp \left[\frac{k\xi^2}{a_M^2 l} \right] \cdot \varphi(\xi) d\xi + \right. \\ & \left. + \int_0^l \sqrt{\frac{a_M^2 l}{a_M^2 l - k\tau}} \psi \left(\frac{\tau l}{a_M^2 l - k\tau} \right) \frac{\partial^2 G}{\partial z \partial \xi} \Big|_{x=\xi=0} d\tau \right\}. \end{aligned} \quad (40)$$

Вновь вводим функцию:

$$\begin{aligned} N(z, \sigma, \xi, \tau) = & \frac{1}{2\sqrt{\pi(\sigma - \tau)}} \sum_{r=-\infty}^{\infty} \exp \left[-\frac{(z - \xi - 2rl)^2}{4(\sigma - \tau)} \right] + \\ & + \exp \left[-\frac{(z + \xi - 2rl)^2}{4(\sigma - \tau)} \right], \end{aligned} \quad (41)$$

которая связана с функцией Грина нашей задачи соотношениями.

$$\begin{aligned} \frac{\partial N}{\partial \tau} &= \frac{\partial^2 G}{\partial z \partial \xi}, \\ \frac{\partial N}{\partial \xi} &= -\frac{\partial G}{\partial z}. \end{aligned} \quad (42)$$

Учитывая (41), вместо (39) получим выражение

$$\begin{aligned} \frac{\partial T_M}{\partial x} \Big|_{x=0} = & \left(\frac{a_M^2 l - k\sigma}{a_M^2 l} \right)^{1/2} \int_0^l -\frac{\partial N}{\partial \xi} \Big|_{x=0} \exp \left(\frac{k\xi^2}{a_M^2 l} \right) \varphi(\xi) d\xi + \\ & + \int_0^\sigma \sqrt{\frac{a_M^2 l}{a_M^2 l - k\tau}} \psi \left(\frac{\tau l}{a_M^2 l - k\tau} \right) \frac{\partial N}{\partial \tau} \Big|_{x=\xi=0} d\tau, \end{aligned}$$

Или, интегрируя по частям и учитывая, что $\varphi(0) = \psi(0)$, $\varphi(l) = 0$, $\nabla(0, 0, \sigma, \tau) = 0$, будем иметь:

$$\begin{aligned} \frac{\partial T_M}{\partial x} \Big|_{x=0} = & \left(\frac{a_M^2 l - k\sigma}{a_M^2 l} \right)^{1/2} \left\{ \int_0^l N(0, \xi, \sigma, 0) \frac{d}{d\xi} \left[\exp \times \right. \right. \\ & \times \left. \left. \left(\frac{k\xi^2}{a_M^2 l} \right) \varphi(\xi) \right] d\xi - \int_0^\sigma N(0, 0, \sigma, \tau) \times \right. \\ & \times \left. \frac{d}{d\tau} \left[\sqrt{\frac{a_M^2 l}{a_M^2 l - k\tau}} \psi \left(\frac{\tau l}{a_M^2 l - k\tau} \right) \right] d\tau. \right\} \end{aligned} \quad (43)$$

Дифференцируя (38) и приравнявая, в соответствии с (39), полученные выражения для потоков тепла, приходим к уравнению для определения неизвестной функции ψ :

$$\psi_1 \left(\frac{\sigma l}{a_m^2 l - k\sigma} \right) + \frac{\lambda_m h_c}{\lambda_c a_m^2 l} \frac{(a_m^2 l - k\sigma)^{3/2}}{\sqrt{\pi}} \sum_{r=-\infty}^{\infty} \int_0^{\sigma} \frac{1}{\sqrt{\sigma - \tau}} \exp \times$$

$$\times \left(\frac{r^2 l^2}{\sigma - \tau} \right) \frac{d}{d\tau} \left[\frac{1}{\sqrt{a_m^2 l - k\tau}} \psi \left(\frac{\tau l}{a_m^2 l - k\tau} \right) \right] d\tau = \chi_1(\sigma), \quad (44)$$

где

$$\chi_1(\sigma) = f_1(\sigma) + \frac{\lambda_m h_c}{2\lambda_c \sqrt{\pi}} \left(\frac{a_m^2 l - k\sigma}{a_m^2 l} \right)^{3/2} \sum_{r=-\infty}^{\infty} \int_0^{\sigma} \frac{1}{\sqrt{\sigma}} \left\{ \exp \times \right.$$

$$\times \left[-\frac{\xi(\xi + 2rl)^2}{4\sigma} \right] + \exp \left[-\frac{(\xi - 2rl)^2}{4\sigma} \right] \left. \right\} \times$$

$$\times \frac{d}{d\xi} \left[\exp \left(\frac{k\xi^2}{a_m^2 l} \right) \varphi(\xi) \right] d\xi. \quad (45)$$

Перейдя в (44) и (45) к безразмерному виду, и произведя оценку членов, можно убедиться в том, что оба эти выражения могут быть упрощены без существенного ущерба для точности, при этом $\sigma = a_m^2 t$, $z = x$. Так что в окончательном итоге можно записать

$$\psi(t) + \frac{\lambda_m h_c}{\lambda_c \sqrt{\pi a_m^2}} \sum_{r=-\infty}^{\infty} \int_0^t \frac{1}{\sqrt{t - \tau}} \exp \left(-\frac{r^2 l^2}{a_m^2 (t - \tau)} \right) \times$$

$$\times \frac{d\psi(\tau)}{d\tau} d\tau = \chi(t), \quad (46)$$

$$\chi(t) = f(t) + \frac{\lambda_m h_c}{2\lambda_c \sqrt{\pi a_m^2}} \sum_{r=-\infty}^{\infty} \int_0^t \frac{1}{\sqrt{t}} \left\{ \exp \left[-\frac{(\xi + 2rl)^2}{4a_m^2 t} \right] + \right.$$

$$\left. + \exp \left[-\frac{(\xi - 2rl)^2}{4a_m^2 t} \right] \right\} \frac{d\varphi(\xi)}{d\xi} d\xi. \quad (47)$$

Применяя к (46) преобразование Лапласа, получим:

$$\begin{aligned} \overline{\psi(p)} \left[1 + A \sqrt{p} \sum_{r=-\infty}^{\infty} \exp\left(-2|r|l \sqrt{\frac{p}{a_m^2}}\right) \right] = \\ = \frac{a}{p^2} + \frac{b}{p} + \frac{A}{\sqrt{a_m^2}} \sum_{r=-\infty}^{\infty} \int_0^l \varphi(\xi) \exp \times \\ \times \left[-(\xi + 2rl) \sqrt{\frac{p}{a_m^2}} \right] d\xi. \end{aligned} \quad (48)$$

Здесь полагаем, что температура на поверхности снега меняется по линейному закону, что на каждом шаге разбиения является вполне оправданным.

$$\text{Поскольку } \sum_{r=-\infty}^{\infty} \exp\left(-2|r|l \sqrt{\frac{p}{a_m^2}}\right) = \text{cth } l \sqrt{\frac{p}{a_m^2}},$$

то вместо (48) можно записать

$$\begin{aligned} \overline{\psi(p)} = \frac{a + bp}{p^2 [1 + A \sqrt{p} \text{cth } \beta \sqrt{p}]} + \\ + \frac{A}{\sqrt{a_m^2}} \int_0^l \varphi(\xi) \frac{\sum_{r=-\infty}^{\infty} \exp(-\alpha_r \sqrt{p})}{1 + A \sqrt{p} \text{cth } \beta \sqrt{p}} d\xi. \end{aligned} \quad (49)$$

Здесь

$$A = \frac{\lambda_m h_c}{\lambda_c \sqrt{a_m^2}}; \quad \beta = \frac{l}{\sqrt{a_m^2}}; \quad \alpha_r = \frac{|\xi + 2rl|}{\sqrt{a_m^2}}.$$

Обозначим

$$\hat{\omega}(\sqrt{p}) = \omega(s) = \frac{1}{1 + As \text{cth } \beta s}; \quad (\sqrt{p} = s). \quad (50)$$

и после некоторых преобразований (50) представим в виде

$$\begin{aligned} \omega(s) = \frac{1}{1 + As} + \sum_{r=1}^{\infty} \frac{1}{1 + As} \left[\left(\frac{1 - As}{1 + As} \right)^r - \right. \\ \left. - \left(\frac{1 - As}{1 + As} \right)^{r-1} \exp(-2\beta rs) \right]. \end{aligned} \quad (51)$$

Тогда

$$L^{-1}[\omega(s)] \equiv f(\tau) = \frac{1}{A} \sum_{r=0}^{\infty} (-1)^r \exp\left[-\frac{\tau - 2\beta r}{A}\right] L_r\left[\frac{2(\tau - 2\beta r)}{A}\right] - \\ - \frac{1}{A} \sum_{r=1}^{\infty} (-1)^{r-1} \exp\left(-\frac{\tau - 2\beta r}{A}\right) L_{r-1}\left[\frac{2(\tau - 2\beta r)}{A}\right],$$

$L_r\left[\frac{2(\tau - 2\beta r)}{A}\right]$ — полиномы Лаггера.

Как известно из теории операционного исчисления,

$$L^{-1}[\omega(\sqrt{p})] \equiv F(t) = \int_0^{\infty} \frac{\tau}{2\sqrt{\pi t^3}} \exp\left(-\frac{\tau^2}{4t}\right) f(\tau) d\tau. \quad (52)$$

Поскольку наше $f(\tau)$ выражается рядом, у которого аргумент меняется вместе с r , то, учитывая теорему запаздывания, мы должны брать аргументы в соответствии с некоторой последовательностью. Так, если $0 < \tau < 2\beta$, то

$$f^{(1)}(\tau) = \frac{1}{A} \exp\left(-\frac{\tau}{A}\right), \quad (53)$$

$$2\beta < \tau < 4\beta,$$

$$f^{(2)}(\tau) = \frac{1}{A} \exp\left(-\frac{\tau}{A}\right) - \frac{2}{A} \exp\left(-\frac{\tau - 2\beta}{A}\right) \left(1 - \frac{\tau - 2\beta}{A}\right). \quad (54)$$

Однако, как видно из (51), указанный ряд быстро сходится за счет наличия в каждом члене экспоненты. Как показывают более детальные выкладки, можно ограничиться только первым членом и, следовательно, выражением (52), ибо в этом случае справедливо интегрирование в пределах от 0 до ∞ .

Интегрируя, получим

$$F(t) = \frac{1}{A\sqrt{\pi t}} - \frac{1}{A^2} \exp\left(\frac{t}{A^2}\right) \operatorname{erfc}\left(\frac{\sqrt{t}}{A}\right). \quad (55)$$

Возвращаясь к (49), в соответствии с леммой Бореля, можем записать:

$$\begin{aligned} \psi(t) = & \int_0^t [a(t-\tau) + b] F(\tau) d\tau + \frac{A}{4a^2\sqrt{\pi}} \sum_{r=-\infty}^{\infty} \int_0^t \varphi(\xi) \times \\ & \times (\xi + 2rl) \int_0^t \frac{1}{V(t-\tau)^3} \left\{ \exp \left[-\frac{(\xi + 2rl)^2}{4a_m^2(t-\tau)} \right] + \right. \\ & \left. + \exp \left[-\frac{(\xi - 2rl)^2}{4a_m^2(t-\tau)} \right] \right\} F(\tau) d\tau d\xi. \end{aligned}$$

Выполняя интегрирование, получим

$$\begin{aligned} \psi(t) = & a(t + A^2) + b - (b + aA^2) \exp\left(\frac{t}{A^2}\right) + \frac{2b}{A} \sqrt{\frac{t}{\pi}} + \\ & + \frac{2}{A^2\sqrt{a_m^2}} \int_0^t \varphi(\xi) \left\{ \sum_{r=-\infty}^{\infty} \sqrt{\frac{t}{\pi}} \left(1 - \frac{\sqrt{\alpha_r}}{A} + \frac{A^2}{2t}\right) \exp\left(-\frac{\alpha_r}{t}\right) - \right. \\ & \left. - \sqrt{\alpha_r} \left(1 + \frac{A}{2\sqrt{\alpha_r}} + \frac{t}{2A\sqrt{\alpha_r}} - \frac{\sqrt{\alpha_r}}{A}\right) \operatorname{erfc}\left(\sqrt{\frac{\alpha_r}{t}}\right) \right\} d\xi; \quad (56) \end{aligned}$$

$$\left(\alpha_r = \frac{(\xi + 2rl)^2}{4a_m^2}\right); \quad \left(\sqrt{\alpha_r} = \frac{|\xi + 2rl|}{2\sqrt{a_m^2}}\right),$$

При получении (56) мы воспользовались тем, что $\frac{t}{A^2}$ малая величина, если $h \geq 25$ см (при $t_m \sim 10^6$ сек) и $h \geq 10$ см (при $t_m \sim 10^5$ сек). Подставляя (56) в (43), получаем решение интересующей нас задачи о промерзании грунта при наличии снежного покрова.

ЛИТЕРАТУРА

1. Рубинштейн Л. И. Проблема Стефана. Изд. «Звайгнэ», Рига, 1967, 456 с.
2. Карслоу Г., Егер Д. Теплопроводность твердых тел. «Наука», М., 1964, 487 с.
3. Лыков А. В. Теория теплопроводности. «Высшая школа», М., 1967, 599 с.
4. Френкель Я. И. Кинетическая теория жидкостей. Изд. АН СССР, М., 1945, 458 с.

5. Качурин Л. Г. Кинетика фазовых превращений воды в атмосфере. Изд. ЛГУ, Л., 1961, 112 с.
6. Мелвин—Хьюз. Физическая химия, ИЛ, М., 1962, 238 с.
7. Палагин Э. Г. Кинетика фазового перехода на границе двух масс значительной протяженности. ИФЖ, т. XI, № 1, 1966, с. 60—67.
8. Палагин Э. Г. О промерзании тонких пленок с подвижной границей. Труды ЛГМИ, вып. 26, 1964, с. 265—270.
9. Вейнберг Б. П. Лед — свойства возникновения и исчезновения льда. ГТТИ, М.—Л., 1940, 524 с.
10. Шехтер Ф. Н. Промерзание грунта при заданной температуре на деятельной поверхности. Труды ГГО, вып. 94, 1960, с. 42—61.



ПРОМЕРЗАНИЕ ВЛАЖНОГО ГРУНТА

Как показали исследования последних лет [1—3], задача о промерзании влажного грунта по своей постановке не идентична классической задаче Стефана. В частности, при формулировке последней предполагается, что нулевая изотерма $T=0^{\circ}\text{C}$ служит четкой границей раздела фаз. При этом при $T<0^{\circ}\text{C}$ вся вода находится в твердом агрегатном состоянии, а при $T>0^{\circ}\text{C}$ в жидком. Однако в связи с тем, что влага в почве связана со скелетом грунта различными силами, ее переход в лед происходит в диапазоне температур $0 \div -80^{\circ}\text{C}$. Причем, чем прочнее связь, тем ниже температура замерзания. Основная масса воды [3] превращается в лед при $T=0 \div -5^{\circ}\text{C}$. Из этого следует, что в зоне отрицательных температур будет иметь место непрерывное замерзание по всей толще почвы. С энергетической точки зрения это обстоятельство эквивалентно появлению источника тепла I в уравнении теплопроводности, который в принципе должен зависеть от температуры T и влажности W^* , т. е. $I=I(W, T)$. Численно он равен количеству тепла, выделяющегося при замерзании единицы массы воды в единице объема сухого грунта за единицу времени, т. е. $I=L \frac{\partial W_{ж}\gamma}{\partial t}$.

(Здесь L — теплота плавления льда, γ — удельный вес скелета грунта).

Эксперименты, выполненные сотрудниками ГГИ [3], свидетельствуют о том, что зависимостью I от W вполне можно пренебречь без существенного ущерба для точности расчета, причем в большинстве случаев и $\gamma = \text{const}$. Если при этом не учитывать миграции влаги в мерзлой части, то $\frac{\partial W}{\partial t} = 0$ и $\frac{\partial W_{ж}}{\partial t} = -\frac{\partial W_{л}}{\partial t}$.

* Под W понимается количество влаги в долях от веса сухой почвы. Общая влажность равна сумме $W = W_{п} + W_{ж} + W_{л}$, где $W_{п}$, $W_{ж}$, $W_{л}$ соответственно парообразная, жидкая и твердая влага. В нашем случае содержание $W_{п}$ пренебрежимо мало, так что $W = W_{ж} + W_{л}$.

Таким образом, $I = -L\gamma \frac{\partial W_{\lambda}(T)}{\partial t}$, что можно переписать в виде

$$I = -L\gamma \frac{\partial W_{\lambda}(T)}{\partial T} \cdot \frac{\partial T}{\partial t}. \quad (1)$$

Заменяя $\frac{\partial W_{\lambda}(T)}{\partial T}$ на участке $-5 \leq T \leq 0$ среднеинтегральной величиной $\varepsilon = \frac{\overline{\partial W_{\lambda}(T)}}{\partial T}$ и полагая $\varepsilon = 0$ при $T < -5^{\circ}\text{C}$, можем вместо уравнения (1) записать:

$$I = -L\gamma\varepsilon \frac{\partial T}{\partial t}; \text{ если } -5 \leq T \leq 0^{\circ}\text{C}$$

$$I = 0, \text{ если } T < -5^{\circ}\text{C} \quad (2)$$

Решение всей задачи будем вести шагами по времени, полагая на каждом из них скорость движения фронта кристаллизации k постоянной ($k = \text{const}$). Отсчет времени всегда будем вести от нуля, что делается исключительно с целью удобства и на окончательный результат, естественно, повлиять не может. Глубина промерзания к концу i -го шага может быть определена как сумма.

$$l_i = l_{i-1} + k_{it} t_{mi} \quad (3)$$

Интервал времени на каждом шаге $0 \leq t \leq t_m$ выбирается с учетом реального хода температурой кривой на поверхности (вначале ограничиваемся рассмотрением оголенной почвы), так чтобы в течение рассматриваемого периода изменение температуры подчинялось бы линейному закону

$$T/x=0 = bt + T_0. \quad (4)$$

(Индекс шага везде опускаем с целью упрощения записи). Само по себе это обстоятельство существенным образом облегчает решение. Кроме того, как мы покажем в дальнейшем, при $k = \text{const}$ вся задача может быть сведена к решению уравнения теплопроводности при граничных условиях первого рода на неподвижных границах, что исключает необходимость отыскания решения при наличии на подвижной границе нелинейного условия Стефана.

Будем рассматривать одномерную задачу, располагая начало координат $x=0$ на земной поверхности и направляя ось x вниз. Введя масштабы $T \sim T_0$, $x \sim l$, $t \sim t_m$, можно для каждого шага

записать математическую формулировку нашей задачи в безразмерном виде в следующей форме

$$(1 + P_2) \frac{\partial T_1}{\partial t} = P_1 \frac{\partial^2 T_1}{\partial x^2}, \quad (5)$$

$$T_1|_{t=0} = \varphi_1(x), \quad (6)$$

$$T_1|_{x=0} = P_3 t + 1, \quad (7)$$

$$T_1|_{x=1+P_4, t} = 0, \quad (8)$$

$$\frac{\partial T_2}{\partial t} = \bar{P}_1 \frac{\partial^2 T_2}{\partial x^2}, \quad (9)$$

$$T_2|_{t=0} = \varphi_2(x), \quad (10)$$

$$T_2|_{x > \infty} < \infty, \quad (11)$$

$$T_2|_{x=1+P_4, t} = 0, \quad (12)$$

$$\left. \frac{\partial T_1}{\partial x} \right|_{x=1+P_4} - P_5 \left. \frac{\partial T_2}{\partial x} \right|_{x=1+P_4} = P_6. \quad (13)$$

Напомним, что все переменные величины здесь являются безразмерными (соответствующие индексы опущены).

T_i — температуры промерзающей ($i=1$) и влажной ($i=2$) почвы, l — толщина зоны отрицательных температур к началу каждого шага, λ_i , a_i — коэффициенты теплопроводности и температуропроводности i -ой среды.

$$P_1 = \frac{a_1 t_m}{l^2}; \quad \bar{P}_1 = \frac{a_2 t_m}{l^2}; \quad P_2 = \frac{L\varepsilon}{c}; \quad P_3 = \frac{bt_m}{T_0};$$

$$P_4 = \frac{kt_m}{l}; \quad P_5 = \frac{\lambda_2}{\lambda_1}; \quad P_6 = \frac{Lk_1 l [W - W_{ж}^{(0)}]}{\lambda_1 T_0},$$

$W_{ж}^{(0)}$ — количество незамерзшей при прохождении фронта влаги, которое для каждого типа почвы определяется по кривым вида [3].

Заметим, что для отыскания поля температур в каждой из сред можно отдельно рассмотреть задачи (5) — (8) и (9) — (12). Они соответствуют решению уравнения теплопроводности для пластины и полуограниченной среды. В первом случае одна граница неподвижна и на ней задана температура как линейная функция времени, а другая имеет нулевую температуру, и движется с известной постоянной скоростью. Во втором имеется одна подвижная граница при $k = \text{const}$ и нулевой температуре. Условие (13), записанное для крайнего на данном конкретном шаге

значения времени $t=1$, служит для определения скорости k на следующем шаге.

Детали решения указанных задач можно найти в [4]—[5]. Поэтому в данном случае мы не будем приводить подробных выкладок, а лишь отметим основные этапы решения и изложим результаты в виде наиболее удобном для численной реализации.

Введем новые безразмерные переменные: $z = \frac{x}{1 + P_4 t}$; $\sigma = \frac{t}{1 + P_4 t}$ и функцию:

$$\omega(z, \sigma) = \frac{1}{\sqrt{P_4(1 - P_4\sigma)}} \exp\left[\frac{P_4 z^2}{4P_4'(1 - P_4\sigma)}\right] T_1(z, \sigma). \quad (14)$$

(Масштабы $z_0 \sim l$; $\sigma_0 \sim a_1 t$; $\omega_0 \sim T_0 \sqrt{t_m}$).

Непосредственной проверкой можно убедиться, что новая функция удовлетворяет уравнению теплопроводности:

$$\frac{\partial \omega}{\partial \sigma} = P_4' \frac{\partial^2 \omega}{\partial z^2}. \quad (15)$$

Значению $x=1+P_4 t$ соответствует $z=1$, т. е. в новых переменных граница неподвижна. Кроме того, при $t=0$, $\sigma=0$ и $z=x$, так что $\varphi_1(x) \equiv \varphi_1(z)$. Начальные и граничные условия, согласно (14), переищутся в виде

$$\omega(z, 0) = \frac{1}{\sqrt{P_4}} \exp\left(\frac{P_4 z^2}{4P_4'}\right) \varphi_1(z). \quad (16)$$

$$\omega(0, \sigma) = \frac{1}{\sqrt{P_4(1 - P_4\sigma)}} \left(1 + \frac{P_3 \sigma}{1 - P_4\sigma}\right), \quad (17)$$

$$\omega(1, \sigma) = 0. \quad (18)$$

Решение подобной задачи известно. Совершая обратный переход к температуре, получим:

$$\begin{aligned} T = & \sqrt{1 - P_4\sigma} \exp\left[-\frac{P_4 z^2}{4P_4'(1 - P_4\sigma)}\right] \cdot \int_0^1 G(z, \sigma, \xi, 0) \times \\ & \times \exp\left(\frac{P_4 \xi^2}{4P_4'}\right) \varphi_1(\xi) d\xi + P_4' \int_0^\sigma \frac{\partial G}{\partial \xi} \Big|_{\xi=0} \times \\ & \times \frac{1}{\sqrt{1 - P_4\tau}} \left(1 + \frac{P_3 \tau}{1 - P_4\tau}\right) d\tau, \end{aligned} \quad (19)$$

где

$$G(z, \sigma, \xi, 0) = \frac{1}{2\sqrt{\pi P_1' \sigma}} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \exp \left[-\frac{(z - \xi - 2n)^2}{4P_1' \sigma} \right] - \\ - \exp \left[-\frac{(z + \xi - 2n)^2}{4P_1' \sigma} \right],$$

$$\left. \frac{\partial G}{\partial \xi} \right|_{\xi=0} = \frac{1}{4\sqrt{\pi (P_1')^3 (\sigma - \tau)^3}} \sum_{n=-\infty}^{\infty} (z - 2n) \exp \left[-\frac{(z - 2n)^2}{4P_1' (\sigma - \tau)} \right]$$

$$P_1' = \frac{P_1}{1 + P_2}.$$

Дифференцируя (19) по x , после некоторых преобразований, находим производную при $z=1$ и $\sigma = \frac{1}{1+P_4}$, что соответствует ее значению на подвижной границе в предельный для данного шага момент времени. Имеем

$$\left. \frac{\partial T}{\partial x} \right|_{\substack{z=1 \\ \sigma = \frac{1}{1+P_4}}} = \frac{1}{V(1+P_4)^3} \exp \left[-\frac{P_4(1+P_4)}{4P_1'} \right] \times \\ \times \left\{ \int_0^1 N \left(1, \xi, \frac{1}{1+P_4}, 0 \right) \frac{d}{d\xi} \left[\exp \left(\frac{P_4 \xi^2}{4P_1'} \right) \varphi_1(\xi) \right] d\xi - \right. \\ \left. - \int_0^{\frac{1}{1+P_4}} N \left(1, 0, \frac{1}{1+P_4}, \tau \right) \frac{d}{d\tau} \times \right. \\ \left. \times \left[\frac{1}{V(1-P_4\tau)} \left(1 + \frac{P_3\tau}{1-P_4\tau} \right) \right] d\tau \right\}. \quad (20)$$

Здесь

$$N(z, \xi, \sigma, \tau) = \frac{1}{2\sqrt{\pi P_1' \sigma}} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \exp \left[-\frac{(z - \xi - 2n)^2}{4P_1' (\sigma - \tau)} \right] + \\ + \exp \left[-\frac{(z + \xi - 2n)^2}{4P_1' (\sigma - \tau)} \right].$$

Причем, имеют место равенства:

$$\frac{\partial N}{\partial \xi} = - \frac{\partial G}{\partial z}; \quad \frac{\partial N}{\partial \tau} = P_1 \frac{\partial^2 G}{\partial z \partial \xi}.$$

Для полубесконечной среды распределение температуры можно получить на основе метода, изложенного в [5]. В безразмерной форме оно записывается в виде:

$$T(x, t) = \frac{1}{2\sqrt{\pi\bar{P}_1 t}} \int_0^\infty \left\{ \exp \left[- \frac{(x-1-\xi)^2}{4\bar{P}_1 t} \right] - \exp \left[- \frac{(2P_4 t + 1 - x - \xi)^2}{4\bar{P}_1 t} \right] + \frac{P_4(P_4 t + 1 - x)}{\bar{P}_1} \right\} \varphi_2(\xi + 1) d\xi. \quad (21)$$

Производная на границе раздела фаз при $t=t_m$

$$\frac{\partial T}{\partial x} \Big|_{x=1+P_4} = \frac{1}{2\sqrt{\pi\bar{P}_1}} \int_0^\infty \xi \exp \left[- \frac{(P_4 - \xi)^2}{4\bar{P}_1} \right] \varphi_2(\xi + 1) d\xi. \quad (22)$$

Подставляя (20) и (22) в (13), определяем скорость движения границы на следующем шаге.

При наличии снега на поверхности математическая постановка усложняется за счет того, что среда становится трехслойной. При этом в принципе необходимо было бы записать еще одно уравнение теплопроводности для снега с соответствующими начальными и граничными условиями. Последние сводятся к заданию температуры на поверхности снега и условиям равенства температур и тепловых потоков на плоскости его контакта с почвой. Однако за счет того, что теплопроводность снега значительно меньше теплопроводности мерзлого слоя можно с достаточной точностью полагать, что распределение температуры в снеге подчиняется линейному закону. Если, кроме того, как и в первом случае, заменить температурную кривую на поверхности ломаной с линейным изменением температуры в течение каждого шага, то решение соответствующей задачи существенно облегчается. При этом эффект наличия снежного слоя можно учесть, заменяя закон изменения температуры на поверхности в предыдущей задаче, т. е.

$T|_{x=0} = 1 + P_3 t$, на некоторую функцию $\Psi(t)$, выражение для которой найдено в [6]. Для наших целей ее удобно представить в виде

$$\begin{aligned} \psi(t) = & (1 + P_3 P_7) \left[1 - \exp\left(\frac{t}{P_7}\right) \right] + P_3 t + 2 \sqrt{\frac{t}{\pi P_7}} + \\ & + \frac{2}{P_7 \sqrt{P_1}} \int_0^1 \varphi(\xi) \left\{ \sum_{n=-\infty}^{\infty} \sqrt{\frac{t}{\pi}} \left(1 - \frac{|\xi + 2n|}{2\sqrt{P_1 P_7}} + \right. \right. \\ & + \left. \frac{P_7}{2t} \right) \exp\left[-\frac{(\xi + 2n)^2}{4P_1 t} \right] - \frac{|\xi + 2n|}{2\sqrt{P_1}} \left(1 + \frac{\sqrt{P_7 P_1}}{|\xi + 2n|} + \right. \\ & \left. \left. + \sqrt{\frac{P_1}{P_7}} \frac{1}{|\xi + 2n|} - \frac{|\xi + 2n|}{2\sqrt{P_1 P_7}} \right) \operatorname{erfc}\left(\frac{|\xi + 2n|}{2\sqrt{P_1 t}}\right) \right\} d\xi. \quad (23) \end{aligned}$$

Все величины в (23) являются безразмерными, причем использованы прежние масштабы. Комплексы P_1 и P_3 , те же что и ранее, а $P_7 = \left(\frac{\lambda_1 h_c}{\lambda_c \sqrt{a_1 t_m}} \right)^2$, причем λ_c и h_c , соответственно, теплопроводность и глубина снега, которая на каждом шаге считается постоянной, меняясь скачком при переходе к следующему.

Таким образом, в (19) и (20) в последних интегралах вместо $\left(1 + \frac{P_3 \tau}{1 - P_4 \tau} \right)$ следует использовать (23), где производится замена $t = \frac{\tau}{1 - P_4 \tau}$. В остальном ход решения остается прежним.

Оба предыдущих решения получены в предположении, что температура промерзающей почвы не становится ниже -5°C . В этом случае вместо P_1 везде используется P_1' . При наличии снежного покрова в значительном большинстве случаев [7] это обстоятельство сохраняет силу. Но в малоснежные зимы, а тем более при оголенной поверхности, часто наблюдается отрицательные температуры меньшие указанного предела. Тогда в зоне с $T < -5^\circ\text{C}$ количество незамершей влаги становится пренебрежимо малым, вследствие чего в уравнении теплопроводности, записываемом для этого слоя следует вместо P_1' использовать P_1 . Таким образом, вся промерзшая почва должна быть подразделена на две зоны, верхняя из которых характеризуется значениями температуры $T_1 < -5^\circ\text{C}$, а нижняя — диапазоном $-5 \leq T_1 \leq 0^\circ\text{C}$. В соответствии с этим приходится рассматривать двухслойную задачу, которая математически формулируется нижеследующим образом.

При $T < -5^\circ\text{C}$

$$(0 \leq x \leq P_8 + \tilde{P}_4 t)$$

$$\frac{\partial \tilde{T}_1}{\partial t} = P_1 \frac{\partial^2 T_1}{\partial x^2}, \quad (24)$$

$$\tilde{T}_1|_{t=0} = \tilde{\varphi}_1(x) + \frac{5}{T_0}, \quad (25)$$

$$\tilde{T}_1|_{x=0} = 1 + P_3 t + \frac{5}{T_0}, \quad (26)$$

$$\tilde{T}_1|_{x=P_8 + \tilde{P}_4 t} = 0. \quad (27)$$

При $-5 \leq T \leq 0^\circ\text{C}$

$$(P_8 + \tilde{P}_4 t \leq x \leq 1 + P_4 t)$$

$$\frac{\partial T_1}{\partial t} = P_1' \frac{\partial^2 T_1}{\partial x^2}, \quad (28)$$

$$T_1 = \varphi_1(x), \quad (29)$$

$$T_1|_{x=P_8 + \tilde{P}_4 t} = -\frac{5}{T_0}, \quad (30)$$

$$T_1|_{x=1 + P_4 t} = 0. \quad (31)$$

На границе обеих сред имеем равенство

$$\left. \frac{\partial \tilde{T}_1}{\partial x} \right|_{x=P_8 + \tilde{P}_4 t} = \left. \frac{\partial T_1}{\partial x} \right|_{x=P_8 + \tilde{P}_4 t} \quad (32)$$

(В (32) $\lambda_1 = \tilde{\lambda}_1$, что следует из физического смысла задачи).

В написанных выше соотношениях все величины со знаком \sim относятся к верхнему слою, причем в (24)–(27) вместо фактической безразмерной температуры $\tilde{T}_{1\phi}$ введена температура $\tilde{T}_1 = \tilde{T}_{1\phi} + \frac{5}{T_0}$. Это позволяет одно граничное условие сделать однородным. Безразмерные комплексы: $\tilde{P}_4 = \frac{\tilde{k} t_m}{l}$; $P_8 = \frac{\tilde{l}}{l}$ (Здесь \tilde{l} — толщина верхнего слоя к началу каждого шага, \tilde{k} — скорость движения его нижней границы).

Для полуограниченной среды решение не меняется. Условие (13) также остается в силе и сохраняет свой вид.

Решение для верхнего слоя аналогично первой из рассмотренных задач. Оно имеет вид:

$$T_{1\phi} = -\frac{5}{T_0} + \sqrt{\frac{P_8 - \tilde{P}_4 \tau}{P_8}} \exp\left[-\frac{\tilde{P}_4 z^2}{4P_1(P_8 - \sigma \tilde{P}_4)}\right] \times \\ \times \left\{ \int_0^{P_3} G(z, \xi, \sigma, 0) \times \exp\left(\frac{\xi^2 \tilde{P}_4}{4P_1 P_8}\right) \left[\tilde{\varphi}_1(\xi) + \frac{5}{T_0}\right] \times \right. \\ \left. \times d\xi + P_1 \int_0^\sigma \frac{\partial G}{\partial \xi} \Big|_{\xi=0} \sqrt{\frac{P_8}{P_8 - \tilde{P}_4 \tau}} \left(1 + \frac{P_3 P_8 \tau}{P_8 - \tilde{P}_4 \tau} + \frac{5}{T_0}\right) d\tau \right\}. \quad (33)$$

$$\sigma = \frac{P_8 t}{P_8 + \tilde{P}_4 t}; \quad z = \frac{P_8 x}{P_8 + \tilde{P}_4 t};$$

$$x=0, z=0; \quad x = P_8 + \tilde{P}_4 t; \quad z = P_8.$$

В (33) также как и в (19) значение температуры необходимо вычислить только для момента $t=1$, соответствующего концу временного интервала данного шага. Тогда полученное распределение служит начальным условием для следующего. Таким образом, например, в данном случае следует принять $\sigma = \frac{P_8}{P_8 + \tilde{P}_4}$.

$$\text{Производная при } z=P_8, \sigma = \frac{P_8}{P_8 + \tilde{P}_4}.$$

$$\frac{\partial T_{1\phi}}{\partial x} \Big|_{\substack{z=P_8 \\ \sigma = \frac{P_8}{P_8 + \tilde{P}_4}}} \sqrt{\frac{P_8^3}{(P_8 + \tilde{P}_4)^3}} \exp\left[-\frac{\tilde{P}_4(P_8 + \tilde{P}_4)}{4P_1}\right] \times \\ \times \left\{ \int_0^{P_3} N\left(P_8, \xi, \frac{P_8}{P_8 + \tilde{P}_4}, 0\right) \frac{d}{d\xi} \left[\exp\left(\frac{\xi^2 \tilde{P}_4}{4P_1 P_8}\right) \left(\tilde{\varphi}_1(\xi) + \frac{5}{T_0}\right) \right] d\xi - \right. \\ \left. - \int_0^{\frac{P_8}{P_8 + \tilde{P}_4}} N\left(P_8, 0, \frac{P_8}{P_8 + \tilde{P}_4}, \tau\right) \frac{d}{d\tau} \left[\sqrt{\frac{P_8}{P_8 - \tilde{P}_4 \tau}} \left(1 + \frac{P_3 P_8 \tau}{P_8 - \tilde{P}_4 \tau} + \frac{5}{T_0}\right) \right] d\tau \right\}. \quad (34)$$

В случае второго слоя будем иметь:

$$T_1(z, \sigma) = \sqrt{\frac{\sigma + \alpha}{\alpha}} \exp \left[\frac{(z - \tilde{P}_4 \alpha - P_8)^2}{4P_1^2 (\sigma + \alpha)} \right] \left\{ \int_{P_8}^1 G(z, \xi, \sigma, 0) \times \right. \\ \times \exp \left[-\frac{(\xi - \tilde{P}_4 \alpha - P_8)^2}{4P_1^2 \alpha} \right] \varphi_1(\xi) d\xi - \\ \left. - 5P_1^2 \int_0^\sigma \frac{\partial G}{\partial \xi} \Big|_{\xi = P_8} \sqrt{\frac{\alpha}{\tau + \alpha}} \exp \left[-\frac{\tilde{P}_4^2 \alpha^2}{4P_1^2 (\tau + \alpha)} \right] d\tau \right\}, \quad (35)$$

Здесь:

$$\alpha = -\frac{1 - P_8}{P_4 - \tilde{P}_4}; \quad z = \frac{(\tilde{P}_4 \alpha + P_8)t - \alpha x}{t - \alpha}; \quad \sigma = -\frac{\alpha t}{t - \alpha}$$

причем σ следует взять при $t=1$, т. е. равным $\sigma = \frac{\alpha}{\alpha - 1}$.

$$\frac{\partial T}{\partial x} \Big|_{z=1}^{\sigma = \frac{\alpha}{\alpha-1}} = \sqrt{\frac{\alpha^3}{(\alpha-1)^3}} \exp \left[\frac{(1 - \tilde{P}_4 \alpha - P_8)^2 (\alpha - 1)}{4P_1^2 \alpha^2} \right] \times \\ \times \left\{ \int_{P_8}^1 N \left(1, \xi, \frac{\alpha}{\alpha-1}, 0 \right) \frac{d}{d\xi} \left[\exp \left(-\frac{(\xi - \tilde{P}_4 \alpha - P_8)^2}{4P_1^2 \alpha} \right) \varphi_1(\xi) \right] d\xi + \right. \\ \left. + 5 \int_0^{\frac{\alpha}{\alpha-1}} N \left(1, P_8, \frac{\alpha}{\alpha-1}, \tau \right) \frac{d}{d\tau} \times \right. \\ \left. \times \left[\sqrt{\frac{\alpha}{\alpha + \tau}} \exp \left(-\frac{\tilde{P}_4^2 \alpha^2}{4P_1^2 (\tau + \alpha)} \right) \right] d\tau \right\}. \quad (36)$$

Подставляя (34) и (36) в (32) получим условия для определения скорости k или что то же \tilde{P}_4 на последующем шаге. Для отыскания P_4 , т. е. k следующего этапа используем равенство (13). Таким образом, задача решается до конца.

Практическая реализация предлагаемых алгоритмов проста и, с точки зрения машинного расчета, вполне унифицирована, ибо при переходе к следующему шагу меняются лишь начальные условия и некоторые безразмерные комплексы.

В случае неполного влагонасыщения грунта возникает миграция влаги в сторону фронта промерзания, где она частично переходит в лед, а оставшаяся перемещается в сторону более низкой температуры, замерзая уже в области ее отрицательных значений.

При этом для раскрытия величины I в (1) приходится привлекать уравнение баланса жидкой влаги в слое $-5 \leq T \leq 0^\circ\text{C}$. Оно должно быть записано в виде [1]

$$\frac{\partial W_{\text{ж}}}{\partial t} = a_2^{\text{ж}} \frac{\partial^2 W_{\text{ж}}}{\partial x^2} + a_2^{\text{T}} \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} - \frac{\partial W_{\text{л}}}{\partial t}, *$$

здесь $a_2^{\text{ж}}$, a_2^{T} — соответственно коэффициенты влаго- и термовлагопроводности.

(Величина $\delta = \frac{a_2^{\text{T}}}{a_2^{\text{ж}}}$ носит название термоградиентного коэффициента).

Теперь, учитывая кривую льдовыделения $W_{\text{ж}} = W_{\text{ж}}(T)$, экспериментально определяемую для каждого грунта, можно при $\varepsilon = \text{const}$ получить равенство $\frac{\partial^2 W_{\text{ж}}}{\partial x^2} = \varepsilon \frac{\partial^2 T}{\partial x^2}$. Тогда для источника легко получить выражение

$$\frac{\partial W_{\text{л}}}{\partial t} = (\varepsilon + \delta) a_2^{\text{ж}} \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} - \varepsilon \frac{\partial T}{\partial t}. \quad (37)$$

С учетом (37) необходимо вместо (5) записать безразмерное уравнение

$$\frac{\partial T}{\partial t} = P_9 \frac{\partial^2 T}{\partial x^2},$$

где

$$P_9 = P_1 + P_1'' + P_1'''; \quad P_1'' = \frac{P_2 P_1^{\text{ж}}}{1 + P_2}; \quad P_1''' = \frac{P_2^{\text{T}} P_1^{\text{ж}}}{1 + P_2};$$

$$P_1^{\text{ж}} = \frac{a_2^{\text{ж}} t_m}{l^2}; \quad P_2^{\text{T}} = \frac{\delta L}{c}.$$

В такой постановке задача не отличается от рассмотренной выше (5) — (13). Поэтому все полученные выше решения справедливы и для этого случая при замене P_1' на P_9 .

ЛИТЕРАТУРА

1. Лыков А. В. Тепломассобмен (справочник). «Энергия», М., 1972. 560 с.
2. Меламед В. Г. Решение задачи о промерзании и оттаивании грунта в спектре температур. Материалы VIII Всесоюзного междуведомственного совещания по геокриологии (мерзлотоведению), вып. 4, Якутск, 1966, с. 112—118.

* Заметим, что в отличие от рассмотренного ранее случая $\frac{\partial W}{\partial t} \neq 0$, ибо имеет место кондуктивный поток влаги.

3. Голицына Е. Ф., Калюжный И. Л., Павлова К. К., Рожанов В. В. Исследование тепловых свойств почв бассейна р. Дона для оценки потерь талых вод на инфильтрацию в мерзлую почву. Труды ГГИ, вып. 194, 1972, с. 3—20.
4. Палагин Э. Г. Замерзание глубоких водоемов. Труды ЛГМИ, вып. 26, 1965, с. 271—275.
5. Палагин Э. Г. Кинетика фазового перехода на границе двух масс значительной протяженности ИФЖ, т. XI, № 1, 1966, с. 60—67.
6. Палагин Э. Г. К вопросу о движении границы раздела фаз в многослойных средах. См. настоящий сб.
7. Шульгин А. М. Климат почвы и его регулирование. Гидрометеониздат, Л., 1972, с. 155—165.



РАСЧЕТ ГЛУБИНЫ ПРОМЕРЗАНИЯ ВОДОЕМОВ И КРУПНОЗЕРНИСТЫХ ГРУНТОВ

В [1] разработан алгоритм, позволяющий рассчитывать поле температур и положение границы раздела в многослойных средах при наличии фазового перехода. При этом температура внешней контактирующей с воздухом поверхности полагалась известной. В настоящей работе проводился численная реализация указанного алгоритма, а также проверка его эффективности на простейшей модели. Расчет проводился только для случая промерзания с поверхности полуограниченной среды, но в принципе, незначительные модификации программы позволяют перестроить задачу также и на случай наличия нескольких слоев. Так что практически рассматривается вопрос о расчете промерзания, как в водоемах, так и крупнозернистых грунтах при условии их достаточной увлажненности. Исходным материалом для расчета и проверки результатов послужили данные наблюдения экспедиции ГГИ на Каховском водохранилище.

Программы были составлены для двух типов граничных условий. В первом случае температура воды задавалась на конечной глубине 2—4 м. В нашем распоряжении имелись данные о распределении температуры в воде лишь для начала сезона (29 декабря, 3 и 7 января). За указанный период колебания температуры в воде не превышали $0,05^\circ$, поэтому при расчетах просто предполагалось, что температура воды не меняется на некоторой фиксированной глубине H (в настоящей работе $H=2$ м). Очевидно, что указанное предположение не принципиально и может быть снято при наличии достаточной информации об изменении температуры воды в течение всего сезона.

Для решения уравнения теплопроводности в конечном слое с одной движущейся границей на каждом шаге, в соответствии с работой [1], вводилось дробно-линейное преобразование, позволяющее свести задачу к обычным граничным условиям первого рода. В такой постановке задача уже может быть просто решена или методом прогонки [2], или с помощью функции Грина [3].

Использование функции Грина дает возможность рассчитывать профиль температур с любой наперед заданной степенью точности, в то время как в методе прогонки, оценка точности может быть произведена лишь достаточно грубо.

Ввиду отсутствия экспериментальных данных относительно температуры воды в зимний период, целесообразно рассмотреть и несколько иную постановку задачи, отвечающую бесконечному слою воды, причем на больших глубинах температура со временем не меняется. Функция Грина для уравнения теплопроводности в полубесконечном слое с равномерно движущейся границей была найдена в работе [4]. Основное преимущество такого подхода заключается в том, что толщина водного слоя практически неограничена, в то время как упомянутое выше дробно-линейное преобразование налагает на эту величину довольно-таки жесткие ограничения ($H \approx 4$ м). Действительно, при $H \gg 4$ порядки появляющихся экспоненциальных множителей оказываются слишком большими или слишком маленькими, чтобы быть воспринятыми ЭВМ. Поэтому, если на некоторой глубине H температура все равно предполагается постоянной, то для конкретных расчетов удобно использовать функцию Грина для полубесконечного слоя. Мы сочли необходимым дать детальное изложение обоих подходов, так как приближение полубесконечного слоя непригодно, если только изменение температуры на дне водоема считается заданным.

Для проведения конкретных расчетов предлагаемое в работе [1] дробно-линейное преобразование на i -ом шаге было удобно представить в виде:

$$z = \frac{x}{l(t)}, \quad (1a)$$

$$\sigma^{(i)} = \frac{a^2(t - t_i)}{l_i l(t)}. \quad (1b)$$

Здесь t_i — время, прошедшее от момента образования льда до начала i -го шага, l_i — толщина льда к началу i -го шага, $l(t)$ — толщина льда к моменту времени t , a — коэффициент теплопроводности.

Уравнение теплопроводности с граничными условиями первого рода решается относительно функции $w(z)$, связанной с температурой $T(x)$ соотношением

$$w_i(z, \sigma) = \exp \left[\frac{k_i z^2 l(t)}{4a^2} \right] \sqrt{\frac{l(t)}{l_i}} T(x, t), \quad (2)$$

где k_i — скорость границы лед — вода на i -м шаге.

Так как преобразование (1а) в отличие от (1б) не терпит разрыва при переходе от i -го шага к $i+1$ -му, сшивание функций w_i и w_{i+1} в момент времени t_{i+1} осуществляется посредством равенства

$$w_{i+1}(z, t_{i+1}) = \exp\left[\frac{(k_{i+1} - k_i) z^2 l_{i+1}}{4a_i^2}\right] \sqrt{\frac{l_i}{l_{i+1}}} w_i(z, t_{i+1}). \quad (3)$$

В основе составленной программы лежат две процедуры: процедура прогонки «туда» и процедура «би» для расчета профиля температуры в полубесконечном слое. Представляет интерес остановиться на некоторых особенностях процедуры «би». Так как число точек, в которых температура воды отлична от постоянной, со временем меняется, то количество ячеек памяти ЭВМ для таких точек необходимо отводить с запасом. Так, в настоящей программе распределение температуры в воде задается массивом из $2n$ точек, где n — номер точки, начиная с которой температура вода на первом шаге предполагается не меняющейся с глубиной. Вторая особенность состоит в расчете интеграла. Для уменьшения времени счета искомый интеграл удобно представить в виде разности двух интегралов с общим нижним пределом, выбранным так, чтобы входящая под знак интеграла экспонента достигала в этой точке максимального значения. При таком разбиении вычисление интеграла можно оборвать задолго до достижения верхнего предела, так как упомянутая экспонента достаточно быстро становится меньше числа ϵ , определяющего точность расчета.

Помимо описания перечисленных выше процедур, в программу входят следующие блоки:

- 1) задание исходной информации и переход для льда к новым переменным, позволяющим вести расчет при неподвижных границах;
- 2) обращение к процедурам «туда» и «би»;
- 3) расчет скорости движения границы следующего шага;
- 4) пересчет полученного профиля температур для льда к новым переменным, связанным с изменением дробно-линейного преобразования.

Входными параметрами программы являются начальная скорость образования льда, начальная толщина льда l_1 , глубина водоема tl , $j_1 = \frac{L\lambda}{c\rho}$; $j_2 = \frac{L\lambda_2}{c\rho}$, $a_1 = a_1^2$; $a_2 = a_2^2$ (относительно обозначений см. [1]). Кроме того, вводятся следующие вспомогательные величины: n — число точек по вертикали, в которых заданы профили температур льда и воды, p — число точек, через которое производится выдача температуры на печать.

Необходимо различать два вида шагов по времени. Во-первых, весь зимний период был разбит на nt интервалов. На протяжении каждого такого интервала температура менялась по линейному закону, а скорость движения границы лед — вода оставалась по-

стоянной. Длина каждого такого интервала определяется i -ой точкой массива «ts», температура к концу i -го интервала — точкой «tpr [i]» массива «tpr». При решении уравнения теплопроводности методом прогонки каждый из указанных интервалов необходимо разбивать на более мелкие отрезки времени. Длина такого отрезка времени обозначена в программе через «s» и относится к безразмерному времени τ .

Параллельно с описанной была составлена вторая программа, позволяющая рассчитывать функции ω_i с помощью функции Грина $G(z, \sigma, s, \tau)$. Вычисление функции Грина (процедура «tg») производилась посредством экспоненциальных рядов, приведенных в работе [1]. Для ускорения расчета первоначально выбирались два главных члена ряда, номера которых определяются соотношениями:

$$n_1 = \text{entier} \left(\frac{z - \frac{z}{2}}{2} \right); \quad n_2 = n_1 + 1.$$

Если через m обозначить номер некоторого члена ряда, то при изменении m от $-\infty$ до n_1 члены ряда монотонно возрастают, а при $m > n_2$ монотонно убывают. Расчет ведется, начиная с указанных главных членов, как в сторону уменьшения, так и в сторону увеличения m , пока экспонента не становится настолько малой, что ЭВМ воспринимает ее как «машинный ноль».

Процедура «SM» позволяет рассчитывать интеграл от произведения $G \omega_i$ при малых z , когда под знаком интеграла появляется δ -образная функция, и расчет в окрестности точки $z=0$ необходимо вести с достаточно малыми шагами. По мере приближения к нулю, ЭВМ в случае необходимости сама уменьшает шаг счета с тем, чтобы достичь необходимой точности.

Для проверки предложенного в [1] метода расчета были взяты экспериментальные данные для Каховского водохранилища в районе ст. Ивановка за 1969—1970 гг. Ледостав в этом районе начался примерно 22 декабря, и к 29 декабря толщина льда соответственно с работой [1], для скорости обледенения и толщины льда толщиной 10—15 см скорость обледенения обычно составляет 1—2 см/сутки. Максимальная толщина ~ 30 см устанавливается примерно к первой декаде февраля, после чего начинается оттаивание. Колебания температуры на протяжении рассматриваемого сезона приведены на рис. 1.

Расчеты были произведены для трех случаев с различными начальными условиями (рис. 2). В первом случае (кривая 1), в соответствии с работой [1], для скорости обледенения и толщины льда на первом шаге принимались значения соответственно 19 см/сутки и 0,043 см. Как видно из рис. 2, толщина льда в начале сезона оказывается при таком подходе несколько завышенной. Примерно такие же результаты (кривая 2) получены при начальной скорости 1 см/сутки и толщине льда 2 см. При этом в течение первых нескольких часов скорость образования льда возросла до ве-

личицы ~ 20 см/сутки и лишь затем начала медленно спадать. Указанное расхождение между расчетом и экспериментальными данными, вероятно, связано с тем, что нарастание льда происходит после ледостава, к моменту которого толщина льда уже является конечной (~ 7 см) и зависит в значительной степени от скорости

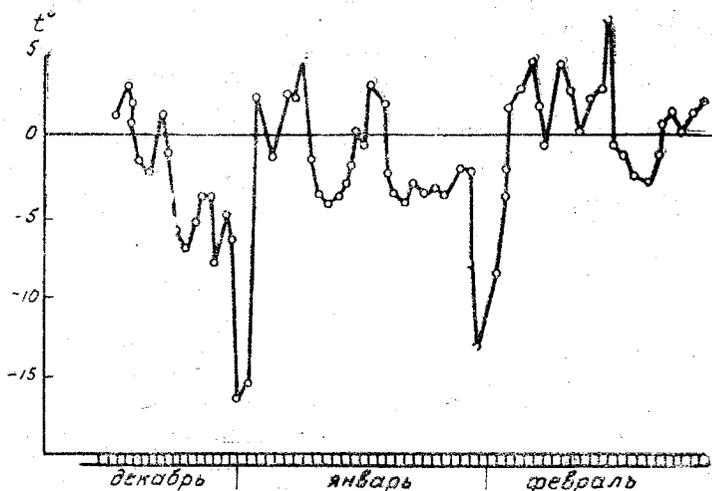


Рис. 1. Ход температуры подстилающей поверхности

ветра на поверхности водоема. Поэтому еще один расчет (кривая 3) был проведен для начальной толщины льда 7 см, установившейся к 29 декабря, с начальной скоростью роста ~ 2 см/сутки.

Кривая 3 дает наилучшее совпадение с экспериментом в первые две недели ледостава и приближается к двум другим кривым после образования в водоеме кромки льда толщиной ~ 15 — 20 см, при этом максимальная толщина льда достигается к началу февраля и составляет 27 см. Заметим, что во всех трех упомянутых случаях начальный профиль температуры во льду выбирался изменяющимся по квадратичному закону. Имеющийся произвол в выборе параметров устранялся за счет задания температуры на поверхности льда и производной от температуры $\frac{\partial T_{\text{лед}}}{\partial x}$ на границе лед — вода. Последняя величина определялась скоростью движения границы в предположении, что

$$\frac{\partial T_{\text{лед}}}{\partial x} \gg \frac{\partial T_{\text{вод}}}{\partial x}.$$

Следует отметить, что процесс нарастания льда очень слабо зависит от начального распределения температуры во льду и в

воде. Это подтверждается результатами расчетов, при которых в качестве исходных величин брались скорость роста льда и толщина, полученные к некоторому k -му шагу с использованием одного из указанных выше типов начальных условий. Далее, с по-

Толщина льда см

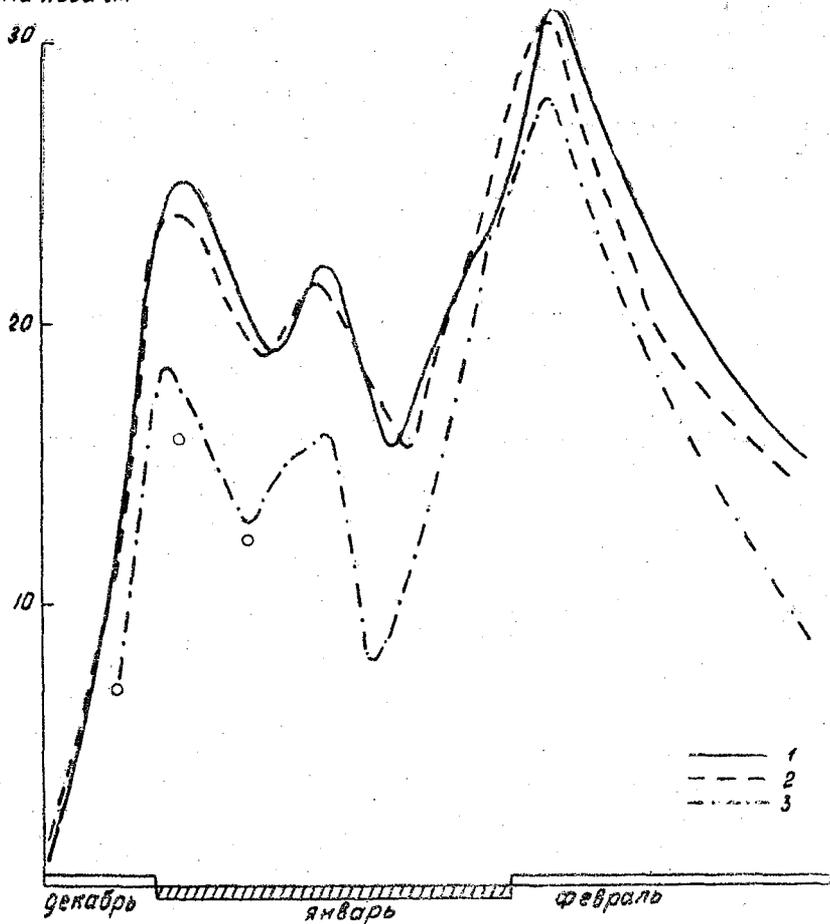


Рис. 2. Нарастание толщины льда
 1 - $I_1 = 0$ см; 2 - $I_1 = 1$ см; 3 - $I_1 = 7$ см

мощью этих параметров строился профиль температур, изменяющийся по квадратичному закону, после чего уравнение теплопроводности опять решалось, теперь уже начиная с k -го интервала времени и с новыми начальными условиями. Результаты обоих расчетов практически совпадали.

Подводя итоги, можно сделать следующие выводы.

1. Как показывает численное моделирование, начальное распределение температур весьма быстро перестает сказываться и на окончательный результат практически не влияет.

2. Предложенный алгоритм дает возможность достаточно точно определить положение фронта промерзания и толщину закристаллизовавшейся части к моменту начала таяния.

3. Расчеты проводились по отношению к замерзанию водоемов, но схема и программа справедливы также при рассмотрении процессов промерзания хорошо увлажненных грубодисперсных грунтов.

ЛИТЕРАТУРА

1. Палагин Э. Г. К вопросу о движении границы раздела фаз в многослойных средах. См. наст. сборник.
2. Самарский А. А. Введение в теорию разностных схем. «Наука», М., 1971, 552 с.
3. Тихонов А. Н., Самарский А. А. Уравнения математической физики. «Наука», М., 1972, 735 с.
4. Палагин Э. Г. Кинетика фазового перехода на границе двух масс значительной протяженности ИФЖ, т. XI, № 1, 1966, с. 60—67.



ОЦЕНКА ПРОГНОЗА ГРАДИЕНТА ДАВЛЕНИЯ И РАСЧЕТ СКОРОСТИ ВЕТРА НАД СЕВЕРО-ЗАПАДОМ ЕТС

Практическое значение прогноза скорости ветра для многих отраслей народного хозяйства общеизвестно (11):

Не менее важное значение он находит в задачах, связанных с распространением примесей в атмосфере. Метеорологическое обеспечение объектов (источников) загрязнения атмосферы сводится к двум видам: оценка режимных метеорологических характеристик для целей планирования и расчет повседневного прогноза, преимущественно температурно-ветровых условий, для выбора оптимального (в первую очередь, безопасного) режима работы. Практическая сторона расчета концентрации и распространения примесей по ряду пунктов на обширной территории может быть успешно решена при наличии достаточно надежной численной модели прогноза поля давления и ветра у поверхности земли.

Точность прогноза градиента давления играет определяющую роль в успешности прогноза скорости ветра. Наиболее значительные ошибки, при этом, возникают в случае просчетов в быстрой эволюционной перестройке приземных барических полей. Это в свою очередь может вызвать существенные погрешности в оценке концентрации примесей у земли на предстоящие сутки, двое и т. п.

Несмотря на то, что оправдываемость гидродинамических методов прогноза давления у земли пока не отличается в лучшую сторону от синоптических, тем не менее в силу их явной перспективности, возникает необходимость их всестороннего контроля качества и опробирования применительно ко многим прогностическим задачам.

К настоящему времени известно довольно большое число прогностических гидродинамических схем [1, 10, 12]. Многие из них отличаются оригинальностью физического обоснования [3, 5], особенностями реализации на ЭВМ и вполне удовлетворительными результатами [10].

Несколько особое решение задачи предложено в комбинированной схеме Ильина — Руховца [3, 5]. Локальное изменение давления по Ильину [3] представляется в виде

$$\frac{\partial p}{\partial t} = k \left(\frac{\partial p}{\partial t} \right)_{0,t} + (1-k) \left[1,25 \left(\frac{\partial H_{500}}{\partial t} - \frac{\partial H_{1000}^{000}}{\partial t} \right) \right]. \quad (1)$$

Укажем лишь, что k — некоторая функция, определяющая вклад каждого слагаемого в правой части (1) в изменение приземного давления ($k=1$ при $t=0$ и $k=0$ в конце срока прогноза),

а $\left(\frac{\partial p}{\partial t} \right)_{0,t}$ — значения барической тенденции.

Для прогноза $\frac{\partial H_{500}}{\partial t}$ используется схема Руховца [5]. Эта схе-

ма прошла первое обстоятельное опробирование в оперативной работе Ленинградского бюро погоды. Наш интерес к ней определялся возможностью ее использования для прогноза скорости ветра над северо-западными районами ЕТС. Для этого, прежде всего, необходимо было оценить успешность прогностического градиента давления и в конечном итоге скорости ветра.

Расчет градиента давления (мб/100 км) выполнялся в пяти пунктах (Ленинград, Таллин, Псков, Рига, Калининград) по прогностическим и фактическим приземным синоптическим картам, составляемым на 24 часа (на 03 часа) за 1971 г. и на 36 часов (на

15 часов) за 1972 г. Конечно-разностные значения $\frac{\partial p}{\partial x}$ и $\frac{\partial p}{\partial y}$ находились в соответствии с [8] по четырем точкам.

Для последующей оценки скорости ветра рассчитывались геострофический, квазизональный ветер [2], и расчетный (прогностический) ветер по [6, 7, 9].

Оценка многофазовых прогнозов выполнялась на основании расчета ряда известных [12] критериев: средней абсолютной ошибки прогноза δ , средней абсолютной фактической изменчивости $\delta_{\text{ф}}$,

средней относительной ошибки $\varepsilon = \frac{\delta}{\delta_{\text{ф}}}$, средней абсолютной вели-

чины прогностической изменчивости $\delta_{\text{п}}$, отношения средней абсолютной величины прогностической изменчивости к средней

абсолютной фактической изменчивости $\eta = \frac{\delta_{\text{п}}}{\delta_{\text{ф}}}$ и информационного

отношения u , которое показывает, какую часть неопределенности климатического прогноза устраняет информация, доставляемая методическим прогнозом. В качестве ошибки прогноза принималось $\delta \left(\frac{\Delta p}{\Delta n} \right) = \left(\frac{\Delta p}{\Delta n} \right)_{\text{прочн}} - \left(\frac{\Delta p}{\Delta n} \right)_{\text{факт}}$.

Средняя абсолютная ошибка δ прогноза $\frac{\Delta p}{\Delta n}$ на сутки (табл. 1) оказалась минимальной в августе и максимальной в феврале.

Таблица 1

Средняя абсолютная ошибка δ прогноза $\frac{\Delta p}{\Delta n}$ на сутки за 1971 г.

Станции	Месяц												Год
	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	XI	XII	
Ленинград	—	0,78	0,80	0,46	0,27	0,45	0,48	0,33	0,60	0,65	0,42	0,79	0,55
Таллин	—	1,03	0,81	0,51	0,11	0,32	0,31	0,55	0,68	0,79	0,65	0,93	0,63
Псков	—	1,07	0,93	0,43	0,57	0,49	0,55	0,37	0,77	0,69	0,74	0,79	0,67
Рига	—	1,01	0,73	0,47	0,49	0,53	0,45	0,31	0,61	0,74	0,67	0,82	0,62
Калининград	—	0,87	0,96	0,46	0,44	0,45	0,33	0,35	0,53	0,66	1,05	0,54	0,60
По району	—	0,95	0,84	0,46	0,44	0,45	0,42	0,37	0,64	0,70	0,70	0,77	0,61

Для всех станций значение δ в теплом периоде года (апрель—октябрь) на много меньше, чем в холодном периоде. Наименьшие среднегодовые ошибки отмечаются для ст. Ленинград.

Абсолютные ошибки прогноза градиента давления на 36 часов имеют аналогичное суточному прогнозу годовое распределение.

Однако по величине они меньше, т. е. прогноз $\frac{\Delta p}{\Delta n}$ на 36 часов оказался в целом успешнее суточного (табл. 2) Минимальное значение δ приходится на южную часть Балтийского моря (ст. Калининград).

Таблица 2

Средняя абсолютная ошибка δ прогноза $\frac{\Delta p}{\Delta n}$ на 36 часов

Станции	Месяц												Год
	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	XI	XII	
Ленинград	0,79	0,57	0,53	0,62	0,55	0,34	0,36	0,47	0,74	0,83	0,64	0,64	0,73
Таллин	0,71	0,58	0,58	0,49	0,35	0,29	0,25	0,44	0,44	0,70	0,72	0,64	0,56
Псков	0,83	0,66	0,74	0,70	0,45	0,30	0,27	0,45	0,55	0,58	0,61	0,58	0,61
Рига	0,64	0,40	0,64	0,54	0,45	0,40	0,29	0,43	0,53	0,63	0,62	0,58	0,56
Калининград	0,63	0,44	0,71	0,57	0,55	0,30	0,31	0,59	0,39	0,59	0,60	0,60	0,52
По району	0,72	0,53	0,65	0,58	0,45	0,33	0,30	0,47	0,53	0,67	0,64	0,60	0,60

Относительные ошибки представлены в табл. 3. В некоторые месяцы они больше единицы. Это не должно вызывать опасения, так как ε существенно меняется в зависимости от фактической изменчивости градиента δ_{ϕ} при различных его значениях. Поскольку градиент давления не отвечает нормальному распределению, то и средние величины ε не будут показательными оценками. Все случаи, когда $\varepsilon \geq 1,0$ приходится на малые значения градиента давления, не вызывающие опасных усилений ветра.

В дальнейшем, в качестве оценочного критерия можно принять расчетные (прогностические) значения скорости ветра при допустимой ошибке 2 м/с. При сложных условиях на море допустимая ошибка, в соответствии с рекомендациями ВМО [13], может быть принята равной ± 3 м/с.

В целом за год по значению ε хорошие суточные прогнозы отмечаются для ст. Ленинград, Таллин и Рига (табл. 3), а прогноз на 36 часов дает еще лучше результаты, хотя и наибольшие ошибки приходится на ст. Ленинград.

Таблица 3

Средние относительные ошибки ε прогноза $\frac{\Delta p}{\Delta l}$

Станции	Месяц												Год
	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	XI	XII	

Прогноз на 24 часа (1971 г.)

Ленинград	—	0,84	0,90	1,20	0,46	1,28	0,96	1,27	0,68	1,05	0,40	1,30	0,74
Таллин	—	0,95	1,00	0,80	0,52	1,00	0,75	1,43	0,69	1,09	1,20	0,73	0,91
Псков	—	1,90	0,84	0,72	1,26	1,19	1,57	1,21	1,08	0,94	1,01	1,01	1,08
Рига	—	1,39	0,82	0,78	0,75	1,43	1,05	0,86	0,84	1,04	0,70	0,01	0,92
Калининград	—	1,24	1,31	0,96	0,71	1,02	1,05	0,97	1,06	0,82	1,68	0,61	1,03
По району	—	1,21	0,95	0,94	0,71	1,08	1,05	1,03	0,85	0,97	0,92	0,81	0,94

Прогноз на 36 часов (1972 г.)

Ленинград	1,27	1,16	0,89	1,00	0,98	0,81	0,90	1,17	1,14	1,43	0,83	1,28	1,07
Таллин	1,26	1,18	0,66	0,70	0,64	0,76	0,78	0,74	0,58	0,81	0,82	1,05	0,80
Псков	1,02	0,93	0,83	1,05	0,75	0,94	1,12	0,98	0,98	0,82	0,91	1,09	0,93
Рига	1,45	0,78	0,67	0,74	0,72	1,17	0,81	0,91	0,90	0,81	0,87	1,09	0,85
Калининград	1,16	0,86	0,95	0,97	1,02	0,88	1,07	1,05	1,50	0,69	0,73	1,20	0,95
По району	1,21	0,98	0,79	0,88	0,81	0,92	0,94	0,94	0,95	0,88	0,82	1,15	0,91

В некоторые месяцы результаты прогноза оказались несколько хуже. Тем не менее заслуживает внимание уменьшение ошибок прогноза на 36 часов.

Отношение прогностической изменчивости к фактической $\eta = \frac{\delta_{\text{п}}}{\delta_{\text{ф}}}$, характеризующее меру отклонения в сторону завышения или занижения ошибки относительно нормального распределения ($\eta = 1,00$), показывает, что прогностический градиент давления, как правило, завышен (табл. 4). Суточный прогноз в 76,3% случаев дает завышение и в 23,7% — занижение, а прогноз на 36 часов имеет соответственно: 65,0% и 26,6%.

Среднее значение η за год в том и другом случае больше единицы. Систематическое завышение прогностического градиента давления является, видимо, следствием особенностей самой модели Ильина — Руховца, дающей более интенсивное развитие или циклонических, или антициклонических барических полей, или тех и других вместе. В подтверждение этому приведем анализ экстремальных ошибок ($\delta \geq \pm 1,0$ мб/100 км) для всех пунктов.

Таблица 4

Значения η прогноза $\frac{\Delta p}{\Delta \eta}$

Станции	Месяц												Год
	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	XI	XII	
Прогноз на 24 часа (1971 г.)													
Ленинград	—	1,00	0,84	1,73	1,05	2,00	1,28	1,92	0,92	1,51	1,23	1,78	1,26
Таллин	—	1,19	1,24	1,17	0,46	1,80	1,32	1,83	0,77	1,54	1,80	0,80	1,13
Псков	—	2,27	0,69	1,16	1,15	1,34	2,11	1,58	1,25	1,09	1,74	1,27	1,30
Рига	—	1,07	1,02	0,75	1,15	1,51	1,49	1,58	0,79	0,96	1,57	0,96	1,13
Калининград	—	1,14	1,40	0,90	0,97	1,09	1,06	1,22	1,10	1,12	2,66	0,77	1,19
По району	—	1,27	1,00	1,10	0,92	1,60	1,35	1,42	0,96	1,19	1,70	0,93	1,20
Прогноз на 36 часов (1972 г.)													
Ленинград	1,63	1,43	0,92	1,80	1,20	1,02	1,20	1,00	1,32	1,12	0,92	1,18	1,24
Таллин	1,28	1,56	1,00	0,74	0,91	1,13	1,00	0,68	0,96	0,56	0,65	1,44	1,08
Псков	1,22	1,05	1,11	1,30	0,77	1,06	1,42	1,00	1,52	1,07	0,84	1,22	1,10
Рига	1,54	1,04	1,01	1,29	0,86	1,26	1,25	0,98	1,32	0,57	0,98	1,81	1,10
Калининград	1,55	1,41	1,13	1,49	0,91	1,44	1,48	1,09	2,12	0,63	0,97	1,87	1,60
По району	1,41	1,28	1,05	1,30	0,95	1,17	1,25	0,94	1,35	0,75	0,87	1,50	1,13

Из 1105 прогнозов на сутки и 1290 — на 36 часов с ошибками $\varepsilon \geq 1,0$ оказалось соответственно 194 (17,6%) и 204 (17,4%). Число таких ошибок примерно одинаково распределяется по всем станциям (табл. 5).

Таблица 5

Число экстремальных ошибок прогноза $\frac{\Delta p}{\Delta n}$ (в числителе — на 24 часа, в знаменателе — на 36 часов)

Станции	Месяц												Год
	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	XI	XII	
Ленинград	$\frac{-}{7}$	$\frac{4}{3}$	$\frac{3}{3}$	$\frac{2}{4}$	$\frac{0}{1}$	$\frac{2}{2}$	$\frac{5}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{3}{5}$	$\frac{5}{6}$	$\frac{2}{4}$	$\frac{7}{4}$	$\frac{34}{43}$
Таллин	$\frac{-}{8}$	$\frac{6}{4}$	$\frac{5}{6}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{1}$	$\frac{2}{0}$	$\frac{2}{1}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{5}{2}$	$\frac{5}{5}$	$\frac{5}{6}$	$\frac{7}{5}$	$\frac{41}{43}$
Псков	$\frac{-}{9}$	$\frac{4}{5}$	$\frac{5}{5}$	$\frac{3}{5}$	$\frac{1}{1}$	$\frac{4}{0}$	$\frac{5}{0}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{7}{3}$	$\frac{6}{5}$	$\frac{5}{4}$	$\frac{5}{2}$	$\frac{46}{43}$
Рига	$\frac{-}{5}$	$\frac{5}{3}$	$\frac{4}{6}$	$\frac{2}{4}$	$\frac{1}{1}$	$\frac{2}{2}$	$\frac{1}{1}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{3}{2}$	$\frac{5}{4}$	$\frac{4}{3}$	$\frac{8}{2}$	$\frac{36}{35}$
Калининград	$\frac{-}{4}$	$\frac{3}{2}$	$\frac{6}{5}$	$\frac{2}{5}$	$\frac{2}{2}$	$\frac{4}{1}$	$\frac{0}{1}$	$\frac{3}{6}$	$\frac{4}{1}$	$\frac{3}{3}$	$\frac{7}{6}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{37}{40}$
По району	$\frac{-}{33}$	$\frac{22}{17}$	$\frac{23}{25}$	$\frac{10}{20}$	$\frac{5}{6}$	$\frac{14}{5}$	$\frac{13}{5}$	$\frac{8}{17}$	$\frac{22}{13}$	$\frac{24}{23}$	$\frac{23}{23}$	$\frac{30}{17}$	$\frac{194}{204}$

Годовой ход повторяемости (%) ошибок прогноза $\frac{\Delta p}{\Delta n}$ (рис. 1)

для всех станций примерно одинаков. При прогнозе на 24 часа различия годового хода более заметны, а на 36 часов — кривые повторяемости имеют ход, близкий друг к другу. Характерна при этом некоторая периодичность повторяемости ошибок, особенно в холодную половину года.

Поскольку ошибки прогноза $\frac{\Delta p}{\Delta n}$ обусловлены ошибками прогноза барического поля, и главным образом, прогнозом их интенсивности, то представляется интересным выяснить, какова повторяемость экстремальных ошибок $\frac{\Delta p}{\Delta n}$ при различных синоптических условиях (табл. 6).

Наиболее часто экстремальные ошибки прогноза отмечаются при наличии на исходной карте барической ложбины и гребня, а также западной периферии циклона и антициклона, перемещающихся на исследуемый район. Последнее обстоятельство с учетом

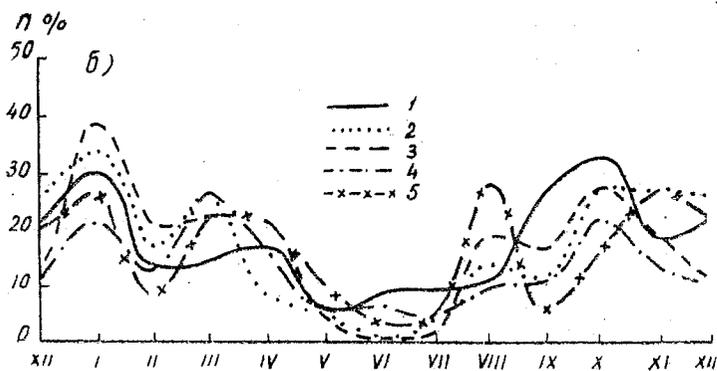
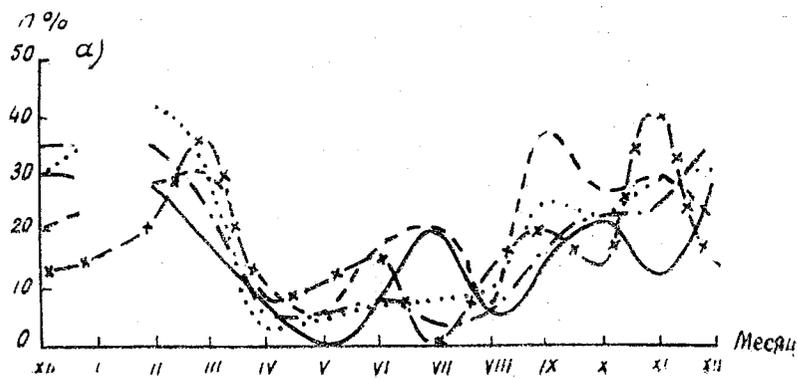


Рис. 1. Годовой ход повторяемости (%) экстремальных ошибок $\frac{\Delta p}{\Delta n}$

а) на 24 часа, 1971 г.; б) на 36 часов, 1972 г.

1 — Ленинград; 2 — Таллин; 3 — Псков; 4 — Рига; 5 — Калининград

преобладающего завышения прогноза показывает, что области падения давления на западной периферии антициклона, как и области роста давления на западной периферии циклона претерпевают более медленную эволюцию по сравнению с результатами прогноза.

Указанные формы барического поля, вызвавшие экстремальные ошибки, перемещаются с северо-запада, запада и юго-запада.

Таблица 6

Повторяемость (число случаев и %) экстремальных ошибок $\frac{\Delta p}{\Delta n}$ при различных синоптических условиях

Сноп- тиче- ские условия	Ложбина	Гребень	Антициклон	Циклон	Периферия циклона		Периферия антициклона		Фронт	Волна	Сумма
					вост.	зап.	вост.	зап.			

Прогноз на 24 часа (1971 г.)

Число случаев	75	25	10	17	8	11	14	18	16	—	194
%	38,6	12,9	5,2	8,8	4,1	5,8	7,2	9,3	8,3	—	100

Прогноз на 36 часов (1972 г.)

Число случаев	73	47	19	19	8	21	7	5	3	2	204
%	35,8	23,0	9,3	9,3	3,9	10,6	3,4	2,5	1,4	1,0	100

Рассмотрим эволюцию очагов роста и падения в качестве фактора, недостаточный учет которого в численных моделях приводит к ошибкам прогноза $\frac{\Delta p}{\Delta n}$. Изменения максимальных значений барических тенденций за сутки ($\delta t = 24$ часа) отражают эволюцию барического поля на значительной территории.

Примем

$$\Delta \Pi = \left(\frac{\partial p}{\partial t} \right)_{0+\delta t}^- - \left(\frac{\partial p}{\partial t} \right)_0^-$$

$$\Delta P = \left(\frac{\partial p}{\partial t} \right)_{0+\delta t}^+ - \left(\frac{\partial p}{\partial t} \right)_0^+$$

где индекс «0» относится к исходному сроку, началу составления прогноза, а $0+\delta t$ — к прогностическому сроку. Если $\Delta \Pi < 0$ и $\Delta P > 0$ — отрицательные тенденции в очаге падения давления и положительные в очаге роста давления увеличиваются — барическое поле претерпевает эволюцию, при которой градиенты давления увеличиваются.

На рис. 2 представлена зависимость экстремальных ошибок от эволюции очагов роста и падения давления за сутки (по

данным за 1971 г.) и скорости перемещения барических образований. Большинство ошибок приходится на пределы $\Delta\Pi = -3,0 \div 3,0 \frac{\text{Мб}}{3\text{ч}}$ /сутки, $\Delta P = -3,0 \div 3,0 \frac{\text{Мб}}{3\text{ч}}$ /сутки.

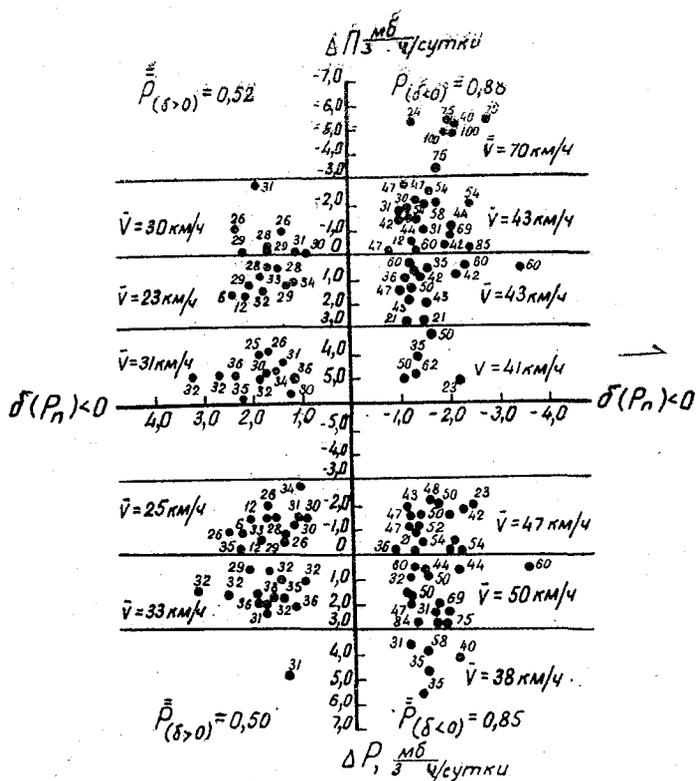


Рис. 2. Зависимость экстремальных ошибок от эволюции областей падения ($\Delta\Pi$) и роста (ΔP) давления за сутки и скорости перемещения барических образований (\bar{V})

Ошибки прогноза при различных $\Delta\Pi$ распределились таким образом, что их отрицательные значения (заниженный прогноз) в основном приходится на $\Delta\Pi < 0$, а положительные (завышенный прогноз) чаще отмечаются при $\Delta\Pi > 0$. Те и другие ошибки при различных ΔP лежат в указанных уже пределах $\pm 3,0 \frac{\text{Мб}}{3\text{ч}}$ /сутки.

Как видим, прогностическая модель в основном отвечает некоторым средним условиям эволюции барического поля.

Интересным фактом является то обстоятельство, что ошибки прогноза зависят, кроме того, от скорости перемещения барических образований (V). Чем больше скорость, т. е. чем интенсивнее

протекают процессы над рассматриваемой территорией, тем больше вероятность отрицательных ошибок. В случае $\Delta\Pi$ и положительных ошибок (см. рис. 2) скорость барических образований не превышала 40 км/ч. При условии средней скорости 30 км/ч и менее вероятность положительных ошибок составляет 0,52 (при $\Delta\Pi$) и 0,50 (при ΔP). Вероятность отрицательных ошибок соответственно равна 0,88 и 0,85. В итоге можно заключить, что по схеме Руховца [5] завышение скорости переноса отмечается преимущественно тогда, когда области максимального падения давления в течение прогностического периода ослабевают, что сопровождается положительными ошибками, и занижение скорости перемещения, когда процессы более интенсивны, главным образом при увеличении падения давления, что сопровождается отрицательными ошибками.

Отсюда в формуле (1) должны быть внесены коррективы в функцию k в соответствии с прогнозом эволюции областей падения и роста давления. Возможно, k в первой и во второй составляющих уравнения являются не линейными, а степенными функциями.

Для оценки успешности прогноза градиента давления дополнительно рассчитывалось информационное отношение

$$u = \frac{H(\Phi) - H(\Pi)}{H(\Phi)}, \quad (2)$$

где $H(\Phi)$ — безусловная (климатологическая) энтропия осуществления данной градации (значения) $\frac{\Delta p}{\Delta n}$,

$H(\Pi)$ — условная энтропия осуществления данной градации (значения) $\frac{\Delta p}{\Delta n}$ при наличии текста прогноза.

Для всех пяти станций $H(\Phi) > H(\Pi)$. Для каждой из них количество прогностической информации несколько различно. В целом, в холодное полугодие метод дает лучшие прогностические результаты, чем в теплое (табл. 7)

Таблица 7

Значения информационного отношения (u , %)

Станции	Прогноз на 24 часа		Прогноз на 36 часов	
	Период		Период	
	Холодный	Теплый	Холодный	Теплый
Ленинград	20,3	18,3	17,0	11,5
Таллин	14,7	15,2	7,9	14,8
Псков	24,2	12,2	11,0	19,1
Рига	13,9	6,6	22,4	11,9
Калининград	22,8	18,1	22,7	5,9
По всему району	21,2	14,1	16,2	12,5

При условии, что экстремальные ошибки $\delta \geq 1,0$, успешность прогноза составляет 82,4% (на 24 часа) и 82,6% (на 36 часов). Средние абсолютные ошибки градиента давления по району (0,60÷0,61) в пересчете на скорость ветра дают ошибку $\pm 3,4$ м/с (для морских условий) и $\pm 2,2$ м/с (для суши). Учитывая рекомендации ВМО [13] данные ошибки следует считать допустимыми. Только в некоторые зимние месяцы ошибки δ оказываются несколько большими. Таким образом, по существу, по всем оценочным параметрам находим, что прогноз градиента давления по схеме Ильина следует признать вполне приемлемым для практических целей.

В указанных пунктах был проведен расчет скорости ветра по прогностическим значениям $\frac{\Delta p}{\Delta n}$. Для Финского залива (Ленинград) скорость ветра рассчитывалась по методике, изложенной в [9]. Расчет скорости ветра на ст. Таллин, Рига, Калининград выполнялся по нелинейному уравнению типа

$$V = k \left(\frac{\partial p}{\partial n} \right)^\alpha \quad (3)$$

Значения k и α определены эмпирическим путем (табл. 8).

Таблица 8

Среднее значение k и α в зависимости от направления ветра D_i

D_i	С--СВ	В--ЮВ	Ю--ЮЗ	З--СЗ
k	5,62	4,99	4,07	5,37
α	0,47	0,46	0,81	0,51

В районе Пскова скорость ветра определялась по уравнению типа (3) при $\frac{\Delta p}{\Delta n} < 2,0 \frac{\text{мб}}{100 \text{ км}}$. При больших значениях градиента давления использовались линейные уравнения в зависимости от D_i [9].

Параллельно проводилось сопоставление с формулой Губина [2], имеющей негеострофический характер:

$$\dot{V} = \frac{\alpha \sin \varphi}{2\omega_z} \frac{\partial p}{\partial n}, \quad (4)$$

где $\alpha = \frac{1}{\rho}$

Прогностические значения $\frac{\partial p}{\partial h}$, полученные по численной схеме Ильина, взяты в качестве исходных для расчета прогностических скоростей ветра V_n по эмпирическим уравнениям [6—9] и \check{V}_n — по формуле.

Сопоставление V_n и \check{V}_n представлено в табл. 9. Как видим, меньше ошибки для V_n указывают на возможность использования эмпирических формул вида $V = k \left(\frac{\partial p}{\partial h} \right)^a$ в практике расчета и прогноза скорости ветра. Значительные различия между V_n и \check{V}_n отмечаются в зимние месяцы что подчеркивает большую точность уравнений типа (3). Наименьшие ошибки V_n в суточном прогнозе приходится на Таллин, Ригу и Калининград. Характерно, что прогнозы на 36 часов оказались точнее суточных. Это положение требует дополнительной проверки.

Таблица 9

Средняя абсолютная ошибка прогноза V и \check{V}_n

Станции	Месяц											
	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	XI	XII

Прогноз V_n на 24 часа, 1971 г.

Ленинград	—	2,4	2,8	1,7	2,4	1,8	1,7	2,0	2,3	2,8	2,4	2,4	2,2
Таллин	—	2,9	2,1	1,3	1,1	1,3	1,3	1,6	1,6	2,1	1,6	2,3	1,8
Рига	—	2,4	2,3	1,4	1,3	1,3	2,1	1,9	1,4	2,3	2,0	1,9	1,9
Псков	—	2,4	1,5	1,0	1,5	1,3	1,6	1,8	1,5	2,2	1,9	1,7	1,7
Калининград	—	1,7	3,0	1,4	1,2	1,6	1,4	1,1	1,7	1,7	2,8	1,7	1,8

Прогноз \check{V}_n на 24 часа, 1971 г.

Ленинград	—	3,6	3,4	2,1	2,4	2,0	2,1	2,1	2,4	3,7	2,8	3,0	2,9
Таллин	—	5,4	3,2	2,0	1,3	1,7	1,9	1,8	1,6	3,0	3,2	3,2	3,5
Рига	—	3,6	3,2	2,1	2,2	1,8	2,4	2,1	1,8	3,2	3,3	2,4	2,6
Псков	—	3,0	2,9	2,1	2,1	1,8	2,0	2,1	2,3	3,6	4,0	2,8	2,6
Калининград	—	3,5	4,3	1,5	1,6	1,8	1,4	1,3	2,3	1,9	4,2	2,3	2,4

Станции	Месяц												Год
	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	XI	XII	

Прогноз V_n на 36 часов, 1972 г.

Ленинград	2,4	1,6	2,1	2,2	1,4	1,1	1,1	0,9	1,3	1,6	1,7	2,3	1,5
Таллин	1,5	1,4	1,6	1,1	0,7	0,8	0,6	0,8	1,0	1,0	1,2	1,3	1,0
Рига	1,3	1,2	1,8	1,4	1,2	1,0	1,0	1,3	1,5	1,2	1,3	1,4	1,3
Псков	1,2	1,4	1,5	1,8	1,0	1,0	0,8	0,9	1,3	1,0	1,3	1,3	1,2
Калининград	1,3	1,1	1,6	1,4	1,1	0,7	1,0	1,4	1,1	0,7	1,3	1,2	1,1

Прогноз \tilde{V}_n на 36 часов, 1972 г.

Ленинград	3,2	2,3	2,8	2,8	2,2	1,2	1,3	1,0	2,0	1,9	2,0	2,4	2,1
Таллин	2,6	2,2	3,2	1,9	1,5	0,9	0,7	1,0	1,2	1,2	1,9	2,0	1,7
Рига	2,2	1,5	2,0	2,2	1,5	1,1	0,9	1,6	2,1	1,3	2,0	2,0	1,9
Псков	2,8	2,5	3,0	2,8	1,5	0,9	1,0	1,5	2,0	1,7	2,0	2,0	1,0
Калининград	1,9	1,6	2,1	2,0	1,6	0,8	1,2	1,7	1,4	1,0	1,4	2,0	1,7

Выражение (4) для выбранных нами пунктов будет иметь вид:

$$1. \text{ Ленинград} \quad \tilde{V} = 4,70 \frac{\partial p}{\partial n}$$

$$2. \text{ Таллин} \quad \tilde{V} = 4,64 \frac{\partial p}{\partial n}$$

$$3. \text{ Псков} \quad \tilde{V} = 4,56 \frac{\partial p}{\partial n}$$

$$4. \text{ Рига} \quad \tilde{V} = 4,54 \frac{\partial p}{\partial n}$$

$$5. \text{ Калининград} \quad \tilde{V} = 4,43 \frac{\partial p}{\partial n}$$

При допустимой ошибке не более $\pm 2,0$ м/с оправдываемость прогнозов $V_{п}$ составляет: на 24 часа — 64,6%, на 36 часов — 83,5%; соответственно $\check{V}_{п}$: 54,0% и 70,0% (табл. 10).

Таблица 10

Оправдываемость (%) прогноза скорости ветра ($V_{п}$, $\check{V}_{п}$)

Вид прогноза		Число случаев	Общее число прогнозов	Оправдываемость
Прогноз на 24 часа	$V_{п}$	672	1039	64,6
	$\check{V}_{п}$	561	1039	54,0
Прогноз на 36 часов	$V_{п}$	1017	1221	83,5
	$\check{V}_{п}$	856	1221	70,0

Расчеты показывают, что при $\frac{\Delta p}{\Delta n} < 2,0$ мб/100 км скорость ветра может быть определена либо по одному, либо по другому способу. При $\frac{\Delta p}{\Delta n} \geq 2,0$ мб/100 км расчет $V_{п}$ дает более точный результат, чем $\check{V}_{п}$. Именно этот диапазон скоростей представляется важным при определении, например, концентрации примесей. Кроме того, при больших скоростях ветра особый интерес представляет характер миграции зон ПДК и их изменения под влиянием местных условий.

На основании фактических скоростей ветра в целом по району северо-запада ЕТС (по пяти пунктам) предлагается формула вида $V = V_{п} + \Delta V_{т}$, где $\Delta V_{т}$ — поправка за счет адвекции температуры в слое H_{1000}^{1000} [6]. Для удобства расчетов уравнения представлены на номограмме (рис. 3). Оценка статистических характеристик (обозначения стандартные) дана в табл. 11.

Автор признателен студенту ЛГМИ Нгуен Ван Вьету, принявшему участие в сборе и обработке материалов.

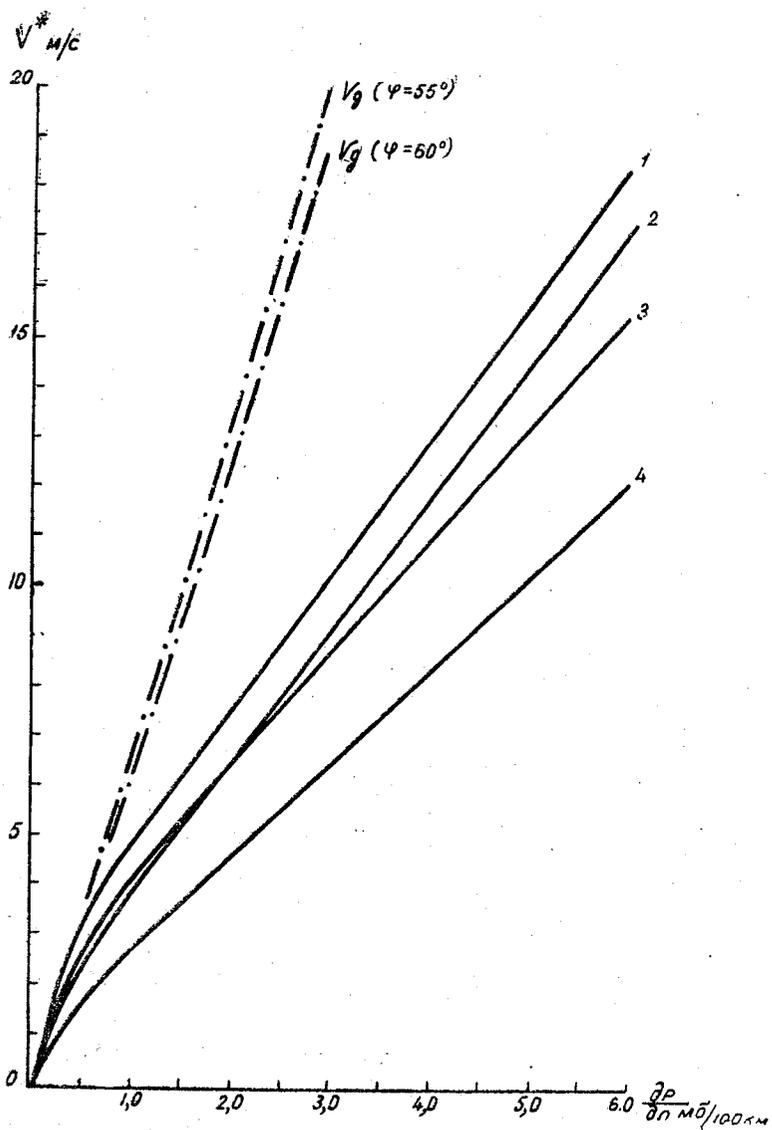


Рис. 3. Номограмма для определения скорости ветра над северо-западом ЕТС

Направление ветра: 1 — з-сз; 2 — в-юв; 3 — ю-юз; 4 — с-св

Оценка статистических характеристик

Направление ветра	δ_y	δ_x	r	σ_r	E_r	$4E_r$	$\frac{r}{E_r}$	σ_d	Уравнение регрессии
З—СЗ	2,8	0,8	0,77	0,022	0,014	0,065	55	0,12	$V = 2,70 \frac{dp}{dn} + 1,76$
С—СВ	2,5	0,8	0,65	0,014	0,029	0,116	22	0,18	$V = 2,03 \frac{dp}{dn} - 0,35$
В—ЮВ	2,1	0,6	0,77	0,034	0,022	0,088	35	0,16	$V = 2,94 \frac{dp}{dn} + 0,35$
Ю—ЮЗ	2,2	0,7	0,69	0,028	0,016	0,078	36	0,12	$V = 2,17 \frac{dp}{dn} + 1,96$

ЛИТЕРАТУРА

- Гандин Л. С. Дубов А. С. Численные методы краткосрочного прогноза погоды. Гидрометеоздат, Л., 1968, 427 с.
- Губин В. И. О составляющих скорости ветра. Метеорология и гидрология, № 7, 1972, с. 3—6.
- Ильин Б. М. Об одной схеме прогноза поля давления у земли. Труды ГГО, вып. 226, 1968, с. 89—97.
- Митропольский А. К. Техника статистических вычислений «Наука», М., 1971, 576 с.
- Руховец Л. М. Многоуровневая модель прогноза геопотенциала, основанная на малом числе параметров. Труды ГГО, вып. 151, 1964, с. 17—31.
- Рудова Т. Г., Хандожко Л. А. Зависимость скорости ветра над водоемом от барического градиента и стратификации приводного слоя воздуха. Сборник работ по региональной синоптике, № 6, 1962, Гидрометеоздат, М., с. 3—12.
- Хандожко Л. А. Расчет скорости ветра в открытой части Балтийского моря. Труды ЛГМИ, вып. 14, 1963, с. 204—211.
- Хандожко Л. А. Сопоставление результатов расчета градиентов давления по нескольким способам. Труды ЛГМИ, вып. 22, 1964, с. 179—184.
- Хандожко Л. А. Учет основных факторов при расчете скорости ветра над Финским заливом и Ладожским озером. Труды ЛГМИ, вып. 43, 1971, с. 3—16.
- Чернова В. Ф., Лужная Н. П. Некоторые особенности схем прогнозов барического поля по полным уравнениям гидродинамики. Труды ГМЦ СССР, вып. 32, 1968, с. 16—22.
- Эффективность гидрометеорологического обслуживания народного хозяйства. Сб. статей. Гидрометеоздат, Л., 1973, 164 с.
- Юдин М. И. Новые методы и проблемы краткосрочного прогноза погоды. Гидрометеоздат, Л., 1968, 404 с.
- WMO, Commission for Maritime Meteorology. Abridged final Report of the Third Session. Utrecht 16—31 August, 1960 WMO, N 101, RP 41, Geneva.

С. М. ПОНОМАРЕВА, Л. А. ХАНДОЖКО

ТИПИЗАЦИЯ ВЕРТИКАЛЬНОГО ГРАДИЕНТА ТЕМПЕРАТУРЫ ПО СИНОПТИЧЕСКИМ ПРИЗНАКАМ И ОЦЕНКА ОПАСНЫХ ЗАГРЯЗНЕНИЙ ВОЗДУХА

Изучение распространения примесей в атмосфере относится к одной из наиболее важных проблем прикладной метеорологии. Оценки экономической эффективности решения таких практических задач, как выбор оптимальных санитарных зон, высоты труб и др. свидетельствуют об их важном народно-хозяйственном значении.

Имеющаяся метеорологическая информация и запросы практики позволяют поставить, по крайней мере, две прикладные задачи. Первая из них относится к оптимизации проектирования в заданных физико-географических условиях (выбор места, оценка санитарно-защитной зоны и т. п.). В этом случае используются климатические (режимные) метеохарактеристики. Ценным материалом, в этом отношении, могут быть, например, данные о распределении ветра в 100-метровом слое, рассчитанные для равнинной местности ЕТС [1]. Вторая задача связана с оптимизацией работы объекта в процессе его эксплуатации, зависящей от ожидаемого уровня загрязнения воздуха в зависимости от параметров выброса и конкретных метеорологических условий. В этом случае нужно уметь прогнозировать последние.

В работах [2, 3] отмечается сложный характер зависимости загрязнения от структуры температурного и ветрового полей. Оказалось, что наиболее значимыми параметрами (в частности, для района Москвы) являются разность температур у земли и на высоте 1 км и скорость ветра на высоте 1 км. При устойчивой стратификации с уменьшением скорости ветра на высоте 1 км растет повторяемость высоких концентраций у земли. При неустойчивой — с увеличением скорости ветра повторяемость высоких концентраций также увеличивается.

Известно, что загрязнение нижних слоев воздуха увеличивается с ростом турбулентного обмена по вертикали. Такой эффект часто связан с циклоническими процессами или формированием сильных

ветров на периферии антициклона при адвекции холода. С другой стороны, при ослаблении перемешивания в слое инверсии и слабom ветре, что характерно для антициклонов (особенно зимой), уровень загрязнения также существенно увеличивается. Если учесть, что периоды антициклональной погоды зимой могут быть продолжительными, то возникает угроза катастрофических накоплений вредных примесей в районе источника.

Все это говорит о настоятельной необходимости детального изучения связи между синоптико-метеорологическими условиями и формирующимся при них полем концентрации примеси. Подобные исследования необходимы для разработки методов прогнозирования загрязнения атмосферы.

В ряде работ предприняты попытки стандартизировать условия вертикального турбулентного обмена. Так, Пэскуилл [4] предложил шесть типов устойчивости атмосферы в зависимости от скорости ветра, прямой солнечной радиации (днем) и степени покрытия облаками (ночью). Г. Б. Машкова [5] разработала четыре

категории устойчивости по известному критерию $\frac{\Delta t}{V^2}$. На основа-

нии статистической обработки аэростатных наблюдений И. В. Васильченко [6] выделил шесть типовых профилей температуры, аналоги которых затем рассматривались при различных синоптических условиях [7]. Два характерных типа распределения температуры и ветра по высоте при устойчивом состоянии пограничного слоя предложены Рейном [8] для ЧССР. Нет необходимости продолжать перечень подобного рода исследований, в которых заранее устанавливаются некоторые стандарты, типы, шаблоны вертикального распределения температуры и ветра.

В данной работе предлагается разделение по типовым профилям вертикального градиента температуры γ на основании синоптических признаков. В качестве исходного материала привлечены результаты вертикального зондирования по ст. Воейково (Ленинград) в холодное полугодие (октябрь — март 1957 г.), а также синоптические карты по северо-западу ЕТС. Район исследования характеризуется большой частотой прохождения циклонов, фронтальных разделов с последующей иногда сменой на устойчивые антициклональные процессы. По ежедневным данным радиозондирования (03 и 15 ч МСК) определялись γ в 100-метровых слоях до высоты 1200 м.

По приземным синоптическим картам устанавливалось, к какому барическому образованию и к какой его части относится каждое конкретное распределение $\gamma(z)$. При этом были выделены семь типовых синоптических положений.

Границы области типового положения схематично изображены на рис. 1.

Обоснование выбора синоптических положений сводится к известной оценке термодинамического состояния воздушных масс

в различных участках барических образований [9]. В теплом секторе циклона в холодную половину года отмечается устойчивое состояние, сопровождающееся такими явлениями, как туман, морось, гололед и т. п. В тыловой части циклона масса воздуха в целом неустойчива (умеренные и сильные порывистые ветры, осадки ливневого характера) со значительным турбулентным перемешиванием

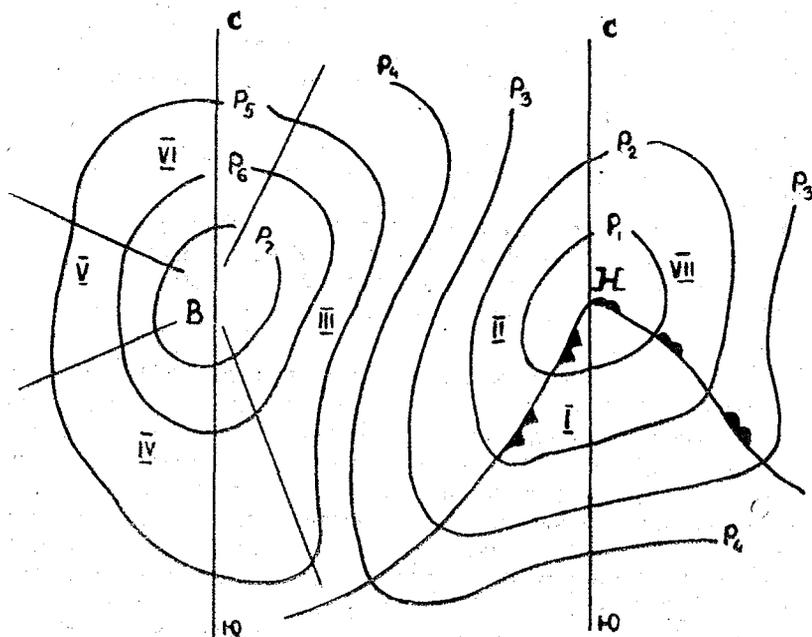


Рис. 1. Схема границ типовых синоптических положений:

I — теплый сектор циклона; II — тыловая часть циклона; III — северо-восточная, восточная и юго-восточная периферия антициклона; IV — южная и юго-западная периферия антициклона; V — западная периферия антициклона; VI — северо-западная и северная периферия антициклона, VII — передняя часть циклона

Сопряженная с тыловой частью циклона, восточная периферия антициклона характеризуется относительно слабой и умеренной неустойчивостью при малооблачной погоде. Однако, при этих синоптических условиях нередко отмечаются и сильные инверсии.

Для каждого типового синоптического положения было установлено несколько отличных друг от друга форм вертикального распределения γ — типовых профилей, что является следствием сложности процессов формирования и изменения вертикальной структуры поля температуры. Исходя из задачи оценки опасных условий загрязнения воздуха, следует провести детальный анализ профилей γ с тем, чтобы установить относительную значимость

каждого из них. При необходимости типовые профили распределения $\gamma(z)$ могут быть укрупнены.

С методической точки зрения такой подход представляется правильным еще и потому, что априорное установление профиля $\gamma(z)$ совершенно неприемлемо для районов со сложным рельефом, где формируются своеобразные распределения $\gamma(z)$ при соответствующих синоптических условиях.

Для данной типовой формы определялось среднее значение $\bar{\gamma}$ в каждом 100-метровом слое и средние квадратичные ошибки σ_{γ} . В качестве примера в табл. 1—2 приведены некоторые типовые распределения $\gamma(z)$.

Следующим этапом в решении поставленной задачи было получение конкретных количественных оценок загрязнения воздуха при различных синоптических условиях.

Как известно, для решения уравнения диффузии нужно знать профили компонент скорости ветра и коэффициента турбулентности k . Во всех известных нам работах зависимость этих важнейших параметров рассеяния от высоты задается в той или иной форме априори.

В работе [10] предложен иной путь решения диффузионной задачи. Профили величин u и k , а также высота слоя перемешивания H , которые определяют интенсивность переноса примесей, могут быть найдены из решения замкнутой системы уравнений для температурно-стратифицированного пограничного слоя по заданным из наблюдений профилю температуры, скорости геострофического ветра, параметрам шероховатости z_0 и Кориолиса $l=2\omega \sin \varphi$. С помощью стандартной программы, записанной на языке «АЛГОЛ-60», на ЭВМ были рассчитаны искомые распределения $u(z)$ и $k(z)$ от земли до высоты пограничного слоя H . Для примера в табл. 3 даны некоторые результаты подобных расчетов для нескольких типовых профилей $\gamma(z)$ и указана скорость геострофического ветра G . Параметр шероховатости задавался равным 0,1 м. Рассчитанные максимальные значения коэффициента турбулентности k_{\max} и его положения z_{\max} , а также величины H и угла полного поворота ветра α в пограничном слое дают четкое количественное представление об интенсивности процессов перемешивания при различных синоптических ситуациях.

Искомое поле концентраций примеси вокруг источника заданной высоты рассчитывается далее также на ЭВМ с помощью второй стандартной программы, реализующей численное решение двумерного решения уравнения диффузии на основе алгоритма, предложенного Д. Л. Лайхтманом [12]). Результирующие распределения вдоль направления среднего ветра наземной осевой концентрации невесомой примеси, нормированной на единственный выброс, q/Q с/м³, от источника высотой 150 м приведены на рис. 2.

Проведем анализ исходных температурно-ветровых данных и соответствующих расчетных концентраций примеси.

Распределение по высоте $\bar{\gamma}$ и σ_{γ} в тыловой части циклона

Таблица 1

Типовой профиль	Высота, м												Число случаев	
	0—100	100—200	200—300	300—400	400—500	500—600	600—700	700—800	800—900	900—1000	1000—1100	1100—1200		
а	$\bar{\gamma}$	0,17	0,36	0,35	0,36	0,36	0,48	0,48	0,47	0,47	0,42	0,36	0,20	28
	σ_{γ}	0,023	0,063	0,049	0,064	0,071	0,084	0,084	0,075	0,069	0,068	0,050	0,000	
б	$\bar{\gamma}$	0,18	0,27	0,46	0,59	0,52	0,52	0,51	0,60	0,89	1,04	0,84	0,45	44
	σ_{γ}	0,008	0,070	0,157	0,260	0,127	0,097	0,092	0,080	0,239	0,275	0,303	0,05	

Таблица 2
Распределение по высоте $\bar{\gamma}$ и σ_{γ} в северо-восточной, восточной и юго-восточной перифериях антициклона

Типовой профиль	Высота, м												Число случаев	
	0—100	100—200	200—300	300—400	400—500	500—600	600—700	700—800	800—900	900—1000	1000—1100	1100—1200		
а	$\bar{\gamma}$	-1,8	-1,4	-1,1	-0,8	-0,1	0,2	0,3	0,4	0,4	0,6	0,6	0,5	5
	σ_{γ}	0,660	0,385	0,470	0,532	0,102	0,120	0,096	0,064	0,064	0,275	0,275	0,246	
б	$\bar{\gamma}$	0,8	0,5	0,5	0,5	0,4	0,1	-0,10	-0,6	-0,7	-0,9	-0,5	-0,3	11
	σ_{γ}	0,065	0,006	0,016	0,030	0,017	0,420	0,186	0,323	0,100	0,006	0,026	0,060	

Для передней части циклона были использованы четыре наиболее характерных профиля γ . Из их сравнительного анализа видно, что зимой при отрицательном балансе подстилающей поверхности нижние слои воздуха стратифицированы устойчиво во всех случаях, кроме 3, когда у земли наблюдалась изотермия. Профили 2 и 3 характеризуются наличием приземной и приподнятой инверсий, соответственно. Эти последние ситуации, сопровождающиеся слабым ветром, очевидно, наиболее опасны с точки зрения создания высокого уровня загрязнения.

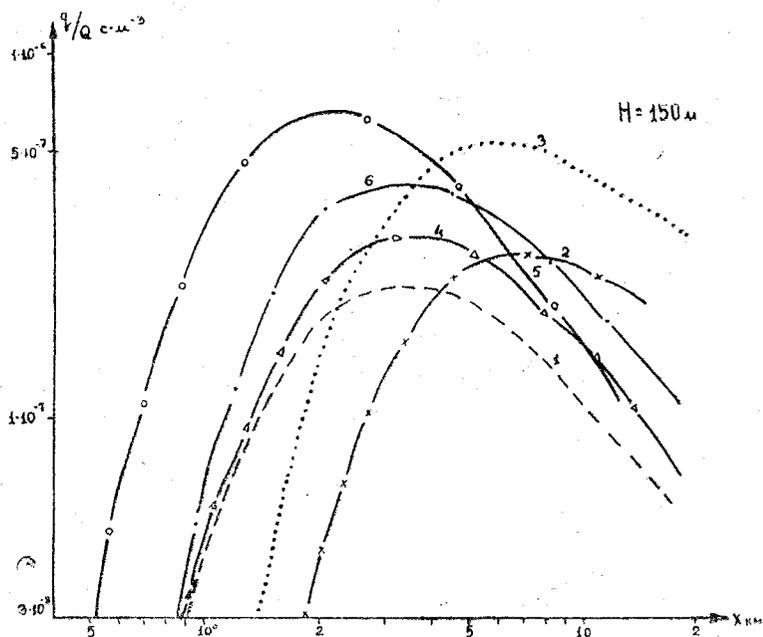


Рис. 2. Наземные осевые концентрации примеси, нормированные на единичный выброс q/Q с.м^{-3} , для источника высотой 150 м при различных характерных синоптических ситуациях. Номера кривых соответствуют номерам профилей температурного градиента в табл. 3

Расчеты подтвердили это предположение. Действительно, как видно из табл. 3 и рис. 2, наибольшие приземные концентрации примеси q_{max} получаются в случае наличия над трубой инверсионного слоя (профиль 3), подавляющего развитие турбулентного обмена. В этом случае при слабом ветре ($G=6$ м/с) создаются типичные для зимнего периода «застойные» или «задымляющие» условия. Для всех остальных случаев передней части циклона различия в величинах концентраций сравнительно невелики, однако, положение максимума x_{max} существенно зависит от степени термодинамической устойчивости. При усилении последней (см. про-

Таблица 3

Характерные профили градиента температуры $\gamma^{\circ}/100$ м

Передняя часть циклона					Сев. и сев-зап. периферия антициклона	
z, м	24/XII 03 ч	24/XII 15 ч	23/XII 03 ч	17/XII 03 ч	25/VIII 15 ч	26/VIII 03 ч
	Номера профилей					
	1	2	3	4	5	6
100	0,17	-0,50	1,00	0,35	0,70	-0,78
200	0,25	-0,26	0,10	0,35	0,55	-0,80
300	0,40	0,15	-0,25	0,40	0,52	-1,30
400	0,40	0,25	0,25	1,00	0,60	-0,75
500	0,25	0,30	0,65	1,00	0,85	-0,65
600	0,30	0,38	0,62	0,75	1,05	-0,90
700	0,40	0,35	0,62	0,35	0,90	-0,90
800	0,25	0,30	0,60	0,00	0,40	0,90
900	0,20	0,15	0,55	0,00	0,60	0,00
1000	0,20	0,10	0,57	0,00	0,65	0,00
1100	0,20	0,15	0,75	0,05	0,61	0,00
1200	0,70	0,35	0,09	0,35	0,50	0,00
G	24	10	6	16	16	17

Результаты расчета

H, м	1215	539	384	881	1011	784
α , град	27	30	22	24	25	37
k_{\max} , м ² /с	28,0	3,9	4,6	38,6	55,4	10,0
z_{\max} , м	229	67	75	412	556	94
$\frac{q_{\max}}{Q}$, с/м ³	$2,3 \cdot 10^{-7}$	$2,6 \cdot 10^{-7}$	$8,4 \cdot 10^{-7}$	$3,1 \cdot 10^{-7}$	$6,2 \cdot 10^{-7}$	$4,1 \cdot 10^{-7}$
x_{\max} , м	3300	7500	5890	3650	2380	3550

филь 2 — мощная приземная инверсия) зона максимума намного отодвигается от источника.

Эти результаты находятся в хорошем согласии с данными прямых измерений вокруг непрерывно действующих высотных источников [11]. Эксперименты также подтверждают следующий из расчетных данных (см. профили 5, 6), вывод о слабом влиянии стратификации при сильном ветре. Действительно, если сравнить распределение концентраций для случаев, относящихся к северной и северо-западной периферии антициклона, то различия между ними невелики.

Первый из них характеризуется, однако, более высоким уровнем загрязнения, обусловленным интенсивным развитием турбулентного обмена ($k_{\max} = 38—56 \text{ м}^2/\text{с}$), вследствие наличия больших градиентов γ до высоты 700 м при довольно сильном ветре ($G = 16—17 \text{ м/с}$).

Таким образом, на основе проведенных расчетов можно сделать вывод, что наибольшее загрязнение создается в двух ситуациях: а) при большой интенсивности турбулентного перемешивания, когда вихри быстро переносят примесь к земле, (см. профиль 5 табл. 3); б) при наличии задерживающего слоя над трубой и малых скоростей у земли (см. профиль 3, табл. 3).

В заключение отметим, что указанный подход позволяет на основе общего прогноза поля давления и синоптической обстановки предсказывать загрязнение воздуха вокруг источников с известными параметрами выброса. При этом надо располагать вобщем вполне доступной информацией о средних профилях температуры или ее градиента для наиболее типичных синоптических образований в различных пунктах в разное время года.

Следует подчеркнуть, что прогноз опасных условий загрязнения должен в итоге носить вероятностный характер с тем, чтобы он мог быть использован для оптимальных решений. Однако, это вопрос дальнейших разработок.

ЛИТЕРАТУРА

1. Климатические данные по пограничному слою атмосферы. Вып. 1. Скорость ветра в нижнем 100-метровом слое воздуха в условиях равнинной местности ЕТС. Под ред. С. А. Сапожниковой. Изд. НИИАК, М., 1968, 64 с.
2. Безуглая Э. Ю., Сонькин Л. Р., Влияние метеорологических условий на загрязнение воздуха в городах Советского Союза. Сб. «Метеорологические аспекты загрязнения атмосферы». Гидрометеиздат, Л., 1971, с. 241—252.
3. Шевчик И. А., Введенская Л. И. Численные характеристики метеорологических условий, сопутствующих периодам высокого загрязнения атмосферы в Западной Сибири. Сб. «Метеорологические аспекты загрязнения атмосферы» Гидрометеиздат, Л., 1971, с. 352—356.
4. Pasquill F. The estimation of the dispersion of windborne material. Meteorol. Mag., 90, № 1, 1961.
5. Машкова Г. Б. Об использовании наземных наблюдений для характеристики состояния приземного слоя атмосферы. Сб. «Метеорологические аспекты загрязнения атмосферы». Гидрометеиздат, Л., 1971, с. 215—221.

6. Васильченко И. В. Основные типы вертикальных профилей температуры и ветра в нижнем 500-метровом слое по аэростатным наблюдениям в районе Шекинской ГРЭС. Труды ГГО, вып. 172, 1965, с. 94—103.
7. Сонькин Л. Р. Синоптические условия формирования инверсий в нижнем 500-метровом слое. Труды ГГО, вып. 172, 1965, с. 79—85.
8. Рейн Ф. Синоптические условия возникновения очень устойчивого пограничного слоя атмосферы. Сб. метеорологические аспекты загрязнения атмосферы». Гидрометеониздат, Л., 1971, с. 367—371.
9. Зверев А. С. Синоптическая метеорология. Гидрометеониздат, Л., 1968, 774 с.
10. Гисина Ф. А., Пономарева С. М. Использование характеристик температурного поля для определения некоторых параметров турбулентности пограничного слоя атмосферы. Труды ИЭМ, вып. 27, 1972, с. 118—127.
11. Метеорология и атомная энергия, 1968. (Сборник), пер. с англ. Гидрометеониздат, Л., 1971, 260 с.
12. Гисина Ф. А., Джолов Г. Д., Лайхтман Д. Л. Распределение концентраций примеси, поступающей в атмосферу от высотного точечного источника. Труды ИЭМ, вып. 27, 1972, с. 70—76.

СОДЕРЖАНИЕ

	Стр.
Г. А. Натанзон, Э. Г. Палагин. Расчет приземной концентрации и потока примеси, создаваемых высотным источником	3
Н. Г. Гусев, И. Г. Архангельская, А. С. Зыкова, А. Д. Туркин, Ф. Я. Овчинников, М. А. Баранов. Радиационная безопасность при эксплуатации атомных электростанций	17
И. Ю. Мелкая. О расчете дозы облучения радиоактивным облаком	24
Г. А. Натанзон, А. М. Попов. Метод численного решения уравнения турбулентной диффузии примеси в пограничном слое атмосферы	29
А. М. Попов. К оценке загрязнения поверхности земли радиоактивными выбросами атомных электростанций	35
С. Н. Каплан. Определение параметра устойчивости α_0 по стандартным метеорологическим наблюдениям и сравнение его с некоторыми другими параметрами стратификации	38
Э. Г. Палагин. Определение температуры подстилающей поверхности с помощью градиентных метеонаблюдений	49
Э. Г. Палагин. К вопросу о движении границы раздела фаз в многослойных средах	54
Э. Г. Палагин. Промерзание влажного грунта	74
Г. А. Натанзон, Э. Г. Палагин. Расчет глубины промерзания водоемов и крупнозернистых грунтов	86
Л. А. Хандожко. Оценка прогноза градиента давления и расчет скорости ветра над северо-западом ЕТС	93
С. М. Пономарева, Л. А. Хандожко. Типизация вертикального градиента температуры по синоптическим признакам и оценка опасных загрязнений воздуха	109



УДК 628.053

Расчет приземной концентрации и потока примеси, создаваемых высотным источником. Натанзон Г. А., Палагин Э. Г. Труды ЛГМИ, 1975, вып. 52 с. 3—16.

Приведены кривые и простейшие формулы для оценки загрязнения местности выбросами промышленных предприятий. Собранный материал был получен в результате обработки эмпирических и расчетных данных и может быть полезен при проектировании промышленных объектов, так как позволяет по заданным параметрам получать приближенную картину возможного загрязнения местности. Значительное внимание уделено вопросу захвата радиактивности капельным облаком, создаваемым градирней.

Илл. 9. Библ. 4.

УДК 621.311.25 : 621.039

Радиационная безопасность при эксплуатации атомных электростанций. Гусев Н. Г., Архангельская И. Г., Зыкова А. С., Туркин А. Д., Овчинников Ф. Я., Баранов М. А. Труды ЛГМИ, 1975, вып. 52, с. 17—23.

Рассматриваются вопросы радиационной безопасности населения и технического персонала при работе АЭС. Излагаются мероприятия, связанные с дальнейшим улучшением радиационной обстановки на АЭС и, прежде всего, снижением уровней гамма-излучения. Приводятся данные конкретных измерений.

Табл. 1. Библ. 8.

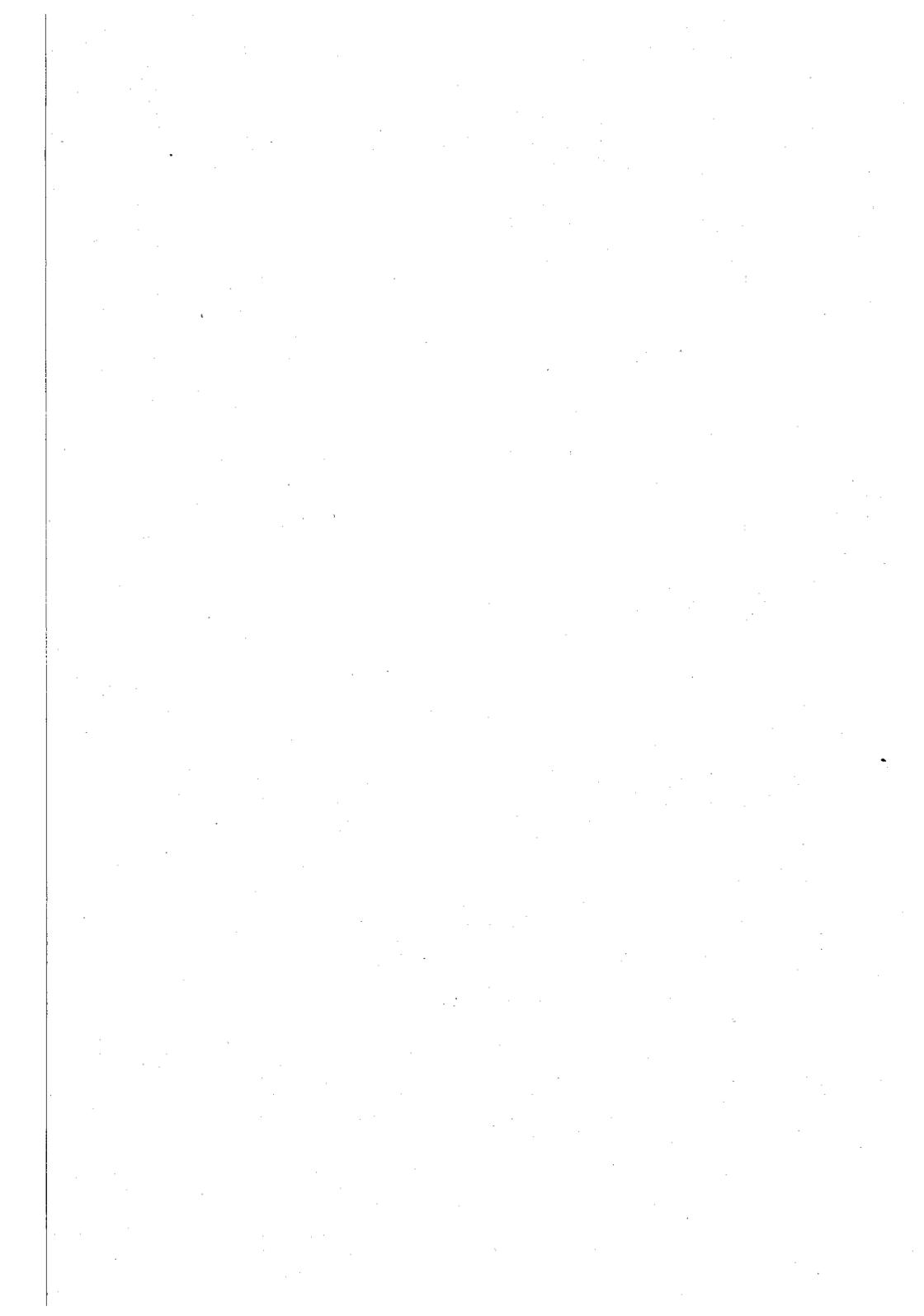
УДК 621.311.25 : 621.039

О расчете дозы облучения радиоактивным облаком Мелкая И. Ю. Труды ЛГМИ, 1975, вып. 52, с. 24—28.

Предложен метод расчета доз гамма-излучения от облака, образованного вытяжной трубой АЭС. На основании численных оценок предложены некоторые упрощения.

Получено распределение мощности дозы, нормированной по мощности выброса при неустойчивой стратификации атмосферы.

Табл. 1. Илл. 2. Библ. 5.



УДК 699.871

Метод численного решения уравнения турбулентной диффузии примеси в пограничном слое атмосферы. Натанзон Г. А., Попов А. М. Труды ЛГМИ, 1975, вып. 52, с. 29—34.

Рассматривается турбулентная диффузия примеси в атмосфере, поступающей от стационарного точечного источника при стационарных условиях. Разрабатывается схема численного решения уравнения турбулентной диффузии, которая может быть использована для конкретных расчетов загрязнения атмосферы выбросами промышленных предприятий. Численными экспериментами определены параметры схемы, обеспечивающие достаточную в практических применениях точность. Приводится алгоритм решения задачи с помощью ЭВМ на языке АЛГОЛ-60.

Табл. 1. Библ. 5.

УДК 551.510.721—621.311.25 : 621.039.586

К оценке загрязнения поверхности земли радиоактивными выбросами атомных электростанций. Попов А. М. Труды ЛГМИ, 1975, вып. 52, с. 35—37.

Рассматривается баланс радиоактивности на земной поверхности. Получены выражения, связывающие средние значения плотности загрязнения со средними значениями потока радиоактивной примеси у поверхности земли. Анализирует ся влияние нестационарности атмосферных условий.

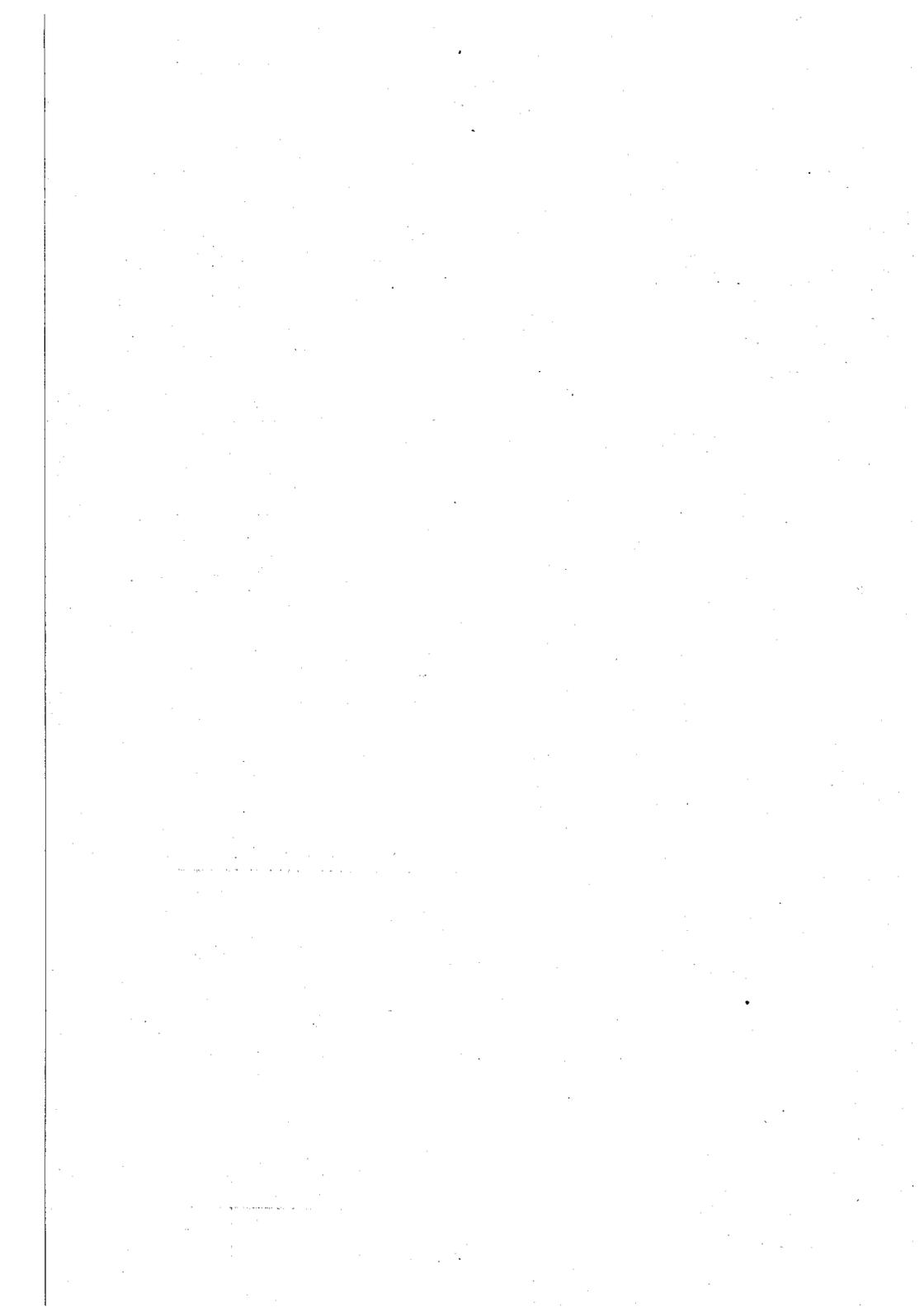
Библ. 3.

УДК 551.509...

Определение параметра устойчивости μ_0 по стандартным метеорологическим наблюдениям и сравнение его с некоторыми другими параметрами стратификации. Каплан С. Н. Труды ЛГМИ, 1975, вып. 52, с. 38—48.

Решение многих практических задач, в том числе определение характера распределения вредных примесей, поступающих в атмосферу из труб промышленных предприятий, возможно на основе расчета характеристик турбулентности в пограничном слое атмосферы. При этом необходимо задание некоторых «внешних» параметров, включая параметр стратификации μ_0 . Здесь приводится оперативная схема определения μ_0 по сетевым данным, а также сопоставление его с категориями устойчивости Пэксвила-Улига.

Табл. 4. Илл. 4. Библ. 10.



УДК 551.525

Определение температуры подстилающей поверхности с помощью градиентных метеонаблюдений. Палагин Э. Г. Труды ЛГМИ, 1975, вып. 52, с. 49—53.

Излагается метод расчета температуры подстилающей поверхности на основе градиентных метеонаблюдений. Дается расчет и проводится сопоставление расчетных и натуральных данных. Результаты сравнения позволяют сделать вывод о возможности практического использования предлагаемого метода. Полученные данные могут быть использованы в качестве граничного условия первого рода при решении задачи о промерзании почвы.

Илл. 2. Библ. 10.

УДК 551.345

К вопросу о движении границы раздела фаз в многослойных средах. Палагин Э. Г. Труды ЛГМИ, 1975, вып. 52, с. 54—73.

Предлагается алгоритм, позволяющий рассчитывать поле температур и движение границы раздела фаз при сезонном промерзании (протаивании) крупнозернистых грунтов. Рассмотрен случай оголенной и покрытой снегом поверхности. Решение подобной задачи является необходимым этапом при рассмотрении более широкой комплексной проблемы о накоплении примесей в почве и их миграции. От глубины промерзания и льдонасыщенности почвы зависит распределение стока весеннего половодья. При значительном содержании льда большая часть воды стекает в водоемы путем поверхностного стока, перенося туда же и примесь. При незначительном промерзании вода будет уходить в почву, где будет аккумулироваться и примесь.

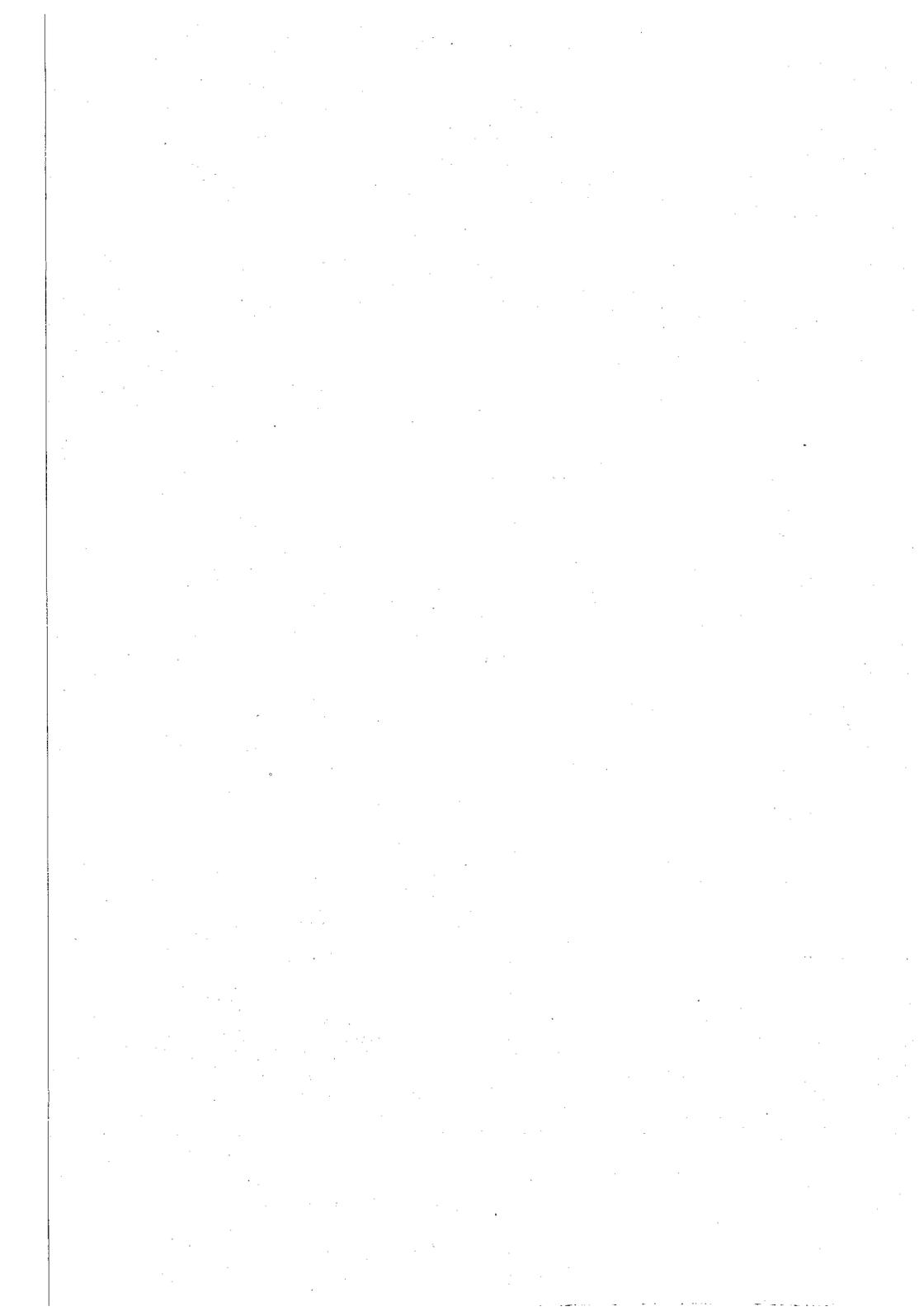
Илл. 2. Библ. 10.

УДК 551.345

Промерзание влажного грунта. Палагин Э. Г. Труды ЛГМИ, 1975, вып. 52, с. 74—85.

В работе разработан простой алгоритм решения задачи о промерзании влажного грунта. Учитывается, что влага в почве связана со скелетом грунта различными силами и, следовательно, отсутствует четкая граница раздела фаз. Для этого вся промерзшая почва подразделяется на две зоны, верхняя из которых характеризуется значениями температуры, меньшими -5° , а нижняя — диапазоном от -5° до 0. Предполагается, что в верхней зоне количество незамерзшей влаги пренебрежимо мало. Для определения количества тепла, выделяющегося в нижнем слое используется кривая льдовыделения.

Библ. 7.



УДК 551.322 : 536.4

Расчет глубины промерзания водоемов и крупнозернистых грунтов. Натанзон Г. А., Палагин Э. Г. Труды ЛГМИ, 1975, вып. 52, с. 86—92.

Проводится реализация алгоритма, предложенного в предыдущей статье. Исходным материалом для расчета и проверки результатов послужили данные наблюдений экспедиции ГГИ на Каховском водохранилище. Как показали расчеты, использованный алгоритм дает возможность достаточно точно определить положение фронта промерзания и толщину закристаллизовавшейся части к моменту начала весеннего снеготаяния.

Илл. 2. Библ. 4.

УДК. 551.553.11

Оценка прогноза градиента давления и расчет скорости ветра над северо-западом ЕТС. Хандожко Л. А. Труды ЛГМИ, 1975, вып. 52, с. 93—108.

Дается статистическая оценка прогноза градиента давления по схеме Ильина—Руховца. Установлена практическая применимость этой схемы для расчета скорости ветра и, соответственно, концентрации и распространения примесей. Даны эмпирические уравнения для расчета скорости ветра над северо-западом ЕТС.

Табл. 11. Илл. 3. Библ. 13.

УДК 551.510.42

Типизация вертикального градиента температуры по синоптическим признакам и оценка опасных загрязнений воздуха. Пономарева С. М., Хандожко Л. А. Труды ЛГМИ, 1975, вып. 52, с. 109—117.

Рассмотрены некоторые наиболее характерные профили температурного градиента в пограничном слое атмосферы, выделенные на основе анализа аэрологических материалов и соответствующих синоптических карт. Предложена методика, реализованная в виде стандартной программы для ЭВМ, позволяющая находить по указанным профилям поле концентраций примеси вокруг высотных источников.

Табл. 3. Илл. 2. Библ. 12.

