ОКЕАНОЛОГИЯ

А.В. Некрасов

ЭНЕРГЕТИЧЕСКИЙ ЭЛЛИПС И СТРУКТУРА ПРИЛИВНЫХ КОЛЕБАНИЙ

A.V. Nekrasov

TIDAL ENERGY ELLIPSE AND STRUCTURE OF TIDAL OSCILLATIONS

Статья содержит изложение дальнейшего развития метода структурного анализа приливных колебаний. Такое развитие основано на обобщении понятия прогрессивных и стоячих волн на двумерный случай, когда исходные прогрессивные волны, интерферирующие друг с другом, пересекаются под произвольным углом. Устанавливаются основные свойства анизотропного поля приливных колебаний, вводится понятие «активных» и «реактивных» азимутов, находится связь между локальной приливной структурой и параметрами «энергетического эллипса». Это позволяет использовать энергетические характеристики для анализа структуры приливных колебаний и объяснения физического механизма их формирования в морских бассейнах типа Белого моря.

Fundamentals of an approach providing further development of the method of analysis of tidal oscillations structure are presented. This development is based on generalization of concept of progressive/standing waves to a two-dimensional case when two initial plane waves intersect at an arbitrary angle. The basic properties of a non-isotropic field of tidal oscillations are established, the notion of the "active" and "reactive" azimuth is introduced, the relationships between the local structure of tidal oscillations and the parameters of "energy ellipse" characterizing the variability of tidal energy flux are found. This opens up possibilities for using energetic characteristics to analyze the structure of tidal oscillations and clarify the geophysical mechanism of their formation in sea basins like the White Sea.

Введение

Для характеристики горизонтального переноса (циркуляции) приливной энергии, происходящего при распространении приливных волн, обычно рассчитывается результирующий (или так называемый «чистый») поток приливной энергии $<\vec{w}>$, т.е. вектор волнового переноса, осредненный за приливной период. В то же время, как известно, фактический энергетический поток $\vec{w}$ в каждой точке моря изменяется в ходе колебательного приливного процесса. Для каждой приливной составляющей эту изменчивость можно описать с помощью так называемого «*энергетического эллипса*», представляющего собой годограф векторов энергетического потока $\vec{w}$, проведенных из одной точки через равномерные промежутки времени. Построение энергетического эллипса можно проводить на основе имеющихся данных о приливных колебаниях уровня и приливных течений [Некрасов, 1990].

Можно показать, что свойства энергетического эллипса тесным образом связаны с локальной структурой прилива, под которой обычно понимают количественные соотношения между прогрессивной и стоячей компонентами местной картины приливных колебаний. Классические понятия прогрессивной и стоячей компонент обычно используются в «одномерном варианте», когда они связаны с нормальной интерференцией прямых (падающих) и встречных (отраженных) волн. Для такого варианта выработан ряд правил, количественно отражающих структуру результирующей картины колебаний с помощью так называемых структурных характеристик, основанных, главным образом, на амплитудно-фазовых соотношениях между колебаниями уровня и приливными течениями [Некрасов, 1975].

В природных условиях, однако, простая нормальная интерференция возможна лишь в сравнительно редких случаях, когда распространяющиеся приливные волны «канализированы» достаточно узкими бассейнами типа проливов или заливов. В большинстве реальных ситуаций морские побережья, от которых отражаются падающие на них приливные волны, являются достаточно открытыми, чтобы допустить «косой» подход этих волн к линии берега, что приводит соответственно к «косой» интерференции прямых и отраженных волн. Результат такой интерференции описывается двумерной картиной, в которой свойства, характеризующие ее структуру, являются анизотропными и зависят от направления относительно береговой черты. Среди всех возможных направлений всегда можно выделить два, в одном из которых соблюдаются чисто «прогрессивные», а в другом – чисто «стоячие» фазовые соотношения между колебаниями уровня и течениями.

В настоящей статье рассматривается взаимосвязь между энергетическими и структурными характеристиками приливных колебаний, что дает возможность использовать одни из этих характеристик для анализа других.

Свойства энергетического эллипса

Как показано в [Некрасов, 1990], в случае гармонических приливных колебаний компоненты вектора плотности волнового потока приливной энергии $\vec{w}$ (определяемого выражением $\vec{w} = \rho g h \zeta \vec{u}$, где ρ – плотность воды, g – ускорение свободного падения, h – глубина) могут быть записаны в виде:

$$\begin{aligned} w_x &= \frac{1}{2}\rho g h H U \cos\beta_x[1+\cos 2(\omega t-\phi)] + \frac{1}{2}\rho g h H U \sin\beta_x \sin 2(\omega t-\phi); \\ w_y &= \frac{1}{2}\rho g h H V \cos\beta_y[1+\cos 2(\omega t-\phi)] + \frac{1}{2}\rho g h H V \sin\beta_y \sin 2(\omega t-\phi), \end{aligned} \tag{1}$$

где H, U, V – амплитуды, а ϕ, ϕ_u, ϕ_v – фазы приливных колебаний уровня и составляющих течения *u* и *v* вдоль осей *x* и *y*; $\omega = 2\pi/\tau$ – частота рассматриваемой приливной гармоники; τ – ее период; t – время, а $\beta_x = \phi_u - \phi$ и $\beta_y = \phi_v - \phi$ – фазовые сдвиги («дефасаж») составляющих течения u и v относительно колебаний уровня ζ. Первые слагаемые в правых частях выражения (1) характеризуют составляющие так называемой «активной» ($w_{x,a}, w_{y,a}$) компоненты потока энергии, дающие при осреднении по периоду составляющие «чистого потока». Вторые слагаемые в правых частях выражения (1) характеризуют составляющие так называемой «реактивной» ($w_{x,r}, w_{y,r}$) компоненты, осреднение которой по периоду дает ноль. Концы последовательно рассчитанных векторов $\vec{w}$ с компонентами w_x и w_y очерчивают энергетический эллипс.

Тесная связь энергетического эллипса с местным эллипсом приливного течения проявляется особенно наглядно при построении первого полиграфическим способом с использованием имеющегося рисунка эллипса течения в качестве вспомогательного средства. Для этого из центральной точки эллипса течения в направлении каждого его ежечасного вектора $\vec{u}(t)$ откладывается вектор поверхностной плотности энергетического потока, длина которого рассчитывается по формуле:

$$w(t) = \pm \rho g h H u(t) \cos^2(\omega t - g^o), \tag{2}$$

где H и g^o – гармонические постоянные колебаний уровня $\zeta(t) = H\cos(\omega t - g^o)$ в той же точке, а остальные обозначения прежние. При этом верхний знак (плюс) означает, что вектор $\vec{w}(t)$ направлен *в ту же сторону*, что и вектор $\vec{u}(t)$, и относится ко всем значениям времени t, при которых $\zeta > 0$, а нижний знак (минус) означает, что вектор $\vec{w}(t)$ направлен навстречу $\vec{u}(t)$ и относится ко всем значениям времени t, при которых $\zeta < 0$. Если через t_+ и t_- обозначить моменты перехода уровня через ноль *на подъеме* и *на спаде*, то знак плюс в (2) относится к полупериоду от $t = t_+$ до $t = t_-$, а знак минус – ко второму полупериоду (от $t = t_-$ до $t = t_+$). При таком построении вектора $\vec{w}(t)$ центральная точка энергетического эллипса не совпадает с центром эллипса течений, который оказывается лежащим на периферии энергетического эллипса. Во всех случаях оба эллипса оказываются подобными друг другу по своей ориентации и величине эксцентриситета. Направление вектора $\vec{w}(t)$, а следовательно, и $\vec{u}(t)$ в момент местной полной воды ($t = t_{HW} = g^o/\omega$), совпадает с направлением отрезка, соединяющего центры обоих эллипсов, а длина этого отрезка в принятом для $w(t)$ масштабе дает величину результирующего «чистого потока». В отличие от эллипса течений энергетический эллипс за один приливной период *дважды* обегается вектором $\vec{w}(t)$.

Из выражений (1) следует, что отношения $w_{x,a}/w_{y,a}$ и $w_{x,r}/w_{y,r}$ не зависят от времени, т.е. направления векторов $\vec{w}_a$ и $\vec{w}_r$ остаются неизменными и определяются азимутальными углами γ_a и γ_r (отсчитываемыми по часовой стрелке от положительного направления оси y):

$$\begin{aligned} \gamma_a &= \operatorname{arctg}\frac{w_{x,a}}{w_{y,a}} = \operatorname{arctg}\frac{U\cos\beta_x}{V\cos\beta_y}; \\ \gamma_r &= \operatorname{arctg}\frac{w_{x,r}}{w_{y,r}} = \operatorname{arctg}\frac{U\sin\beta_x}{V\sin\beta_y}. \end{aligned} \tag{3}$$

При сравнении (1) и (3) с общими выражениями для ζ, u и v

$$\begin{aligned} \zeta &= H\cos(\omega t - \phi); \\ u &= U\cos(\omega t - \phi_u); \\ v &= V\cos(\omega t - \phi_v) \end{aligned} \tag{4}$$

видно, что азимут γ_a совпадает с направлением приливного течения в момент $t_{HW} = \phi/\omega$ (полная вода), а азимут γ_r – с направлением течения в моменты $t_{HW} \pm \tau/4$ (переход уровня через нуль). Таким образом, направления течения в указанные моменты определяют постоянную ориентацию векторов $\vec{w}_a$ и $\vec{w}_r$.

Из выражений (1) и (3) нетрудно также видеть, что указанные два азимута являются специфическими в смысле фазовых соотношений между колебаниями уровня и проекцией течения на соответствующее направление. Колебания уровня синфазны с течениями в направлении азимута γ_a, т.е. в данном направлении движения имеют признаки, соответствующие типу чисто прогрессивной волны. В то же время в направлении азимута γ_r колебания уровня и течения имеют фазовый сдвиг, равный $\pi/2$, что соответствует типу чисто стоячей волны. Во всех остальных направлениях фазовые соотношения уровня и течений соответствуют смешанному типу волновых движений с различным соотношением прогрессивной и стоячей долей. Как и в случае классических одномерных прогрессивных, стоячих и смешанных волн, каждому из названных типов соответствует активный, реактивный или смешанный характер потока волновой энергии.

Интерференция приливных волн при косом отражении от берега

Рассмотрим теперь особенности структуры приливных колебаний для случая косой интерференции приливных волн, возникающей вследствие их отражения от открытого участка морского побережья. При этом будем считать, что можно пренебречь влиянием силы Кориолиса на форму эллипсов приливных течений из-за незначительной ширины морского бассейна, что приводит к невозможности существования в нем приливных волн в форме волн Свердрупа и прогрессивных волн Пуанкаре (таким бассейном, в частности, является Белое море). В этом случае течения как в падающей, так и в отраженной волнах являются реверсивными, а эллиптические годографы течений в результирующей приливной картине являются следствием интерференции.

Если ось x направить вдоль прямолинейного берега, а ось y – в сторону моря и записать выражения для колебаний уровня ς и составляющих течения u и v в падающей (i) и отраженной (r) от прямолинейного берега приливных волнах в виде:

$$\begin{aligned} &\zeta_i = a\cos(\omega t - k'x + k''y); && \zeta_r = ra\cos(\omega t - k'x - k''y); \\ &u_i = a\sqrt{g/h}\sin\alpha\cos(\omega t - k'x + k''y); && u_r = r\sqrt{g/h}\sin\alpha\cos(\omega t - k'x - k''y); \\ &v_i = -a\sqrt{g/h}\cos\alpha\cos(\omega t - k'x + k''y); && v_r = r\sqrt{g/h}\sin\alpha\cos(\omega t - k'x - k''y, \end{aligned} \quad (5)$$

то результирующие поля величин ζ, u и v можно записать в виде:

$$\begin{aligned} &\zeta = \zeta_i + \zeta_r = \varsigma_o\cos(\omega t - \phi); \\ &u = u_i + u_r = u_o\cos(\omega t - \phi_u); \\ &v = v_i + v_r = v_o\cos(\omega t - \phi_v), \end{aligned} \quad (6)$$

где амплитуды (ζ_o, u_o, v_o) и фазы (ϕ, ϕ_u, ϕ_v) указанных величин определяются выражениями:

$$\begin{aligned} &\zeta_o = a\sqrt{1 + 2r\cos 2k''y + r^2}; \\ &u_o = a\sqrt{\frac{g}{h}}\sin\alpha\sqrt{1 + 2r\cos 2k''y + r^2}; \\ &v_o = a\sqrt{\frac{g}{h}}\cos\alpha\sqrt{1 - 2r\cos 2k''y + r^2}; \\ &\phi = \phi_u = \operatorname{arctg}\frac{\sin(k'x - k''y) + r\sin(k'x + k''y)}{\cos(k'x - k''y) + r\cos(k'x + k''y)}; \\ &\phi_v = \operatorname{arctg}\frac{-[\sin(k'x - k''y) - r\sin(k'x + k''y)]}{-[\cos(k'x - k''y) - r\cos(k'x + k''y)]}. \end{aligned} \quad (7)$$

Здесь a – амплитуда падающей волны, α – угол падения, r – коэффициент отражения, $k' = k\sin\alpha$ и $k'' = k\cos\alpha$ – проекции волнового вектора $\vec{k}$ соответственно на оси x и y, а остальные обозначения – прежние. Отметим, что в выбранной указанным выше образом системе координат выражения для фаз уровня

(ϕ) и вдольбереговой составляющей течения (ϕ_u) совпадают. В аргументе функции arctg выражения для ϕ_v сохранены знаки минус в числителе и знаменателе, чтобы фиксировать четверть, в которой лежит искомый фазовый угол.

В силу того, что вся приливная картина имеет вид прогрессивной волны, движущейся параллельно берегу, т.е. оси x, достаточно рассмотреть особенности этой приливной картины и картины приливных течений только при одном фиксированном значении x, а именно (что проще всего) при $x = 0$. В силу сказанного, выражения для ϕ, ϕ_u, ϕ_v, приведенные в (7), можно записать в более простом виде:

$$\phi = \phi_u = \mathrm{arctg}\frac{-\sin k''y + r\sin k''y}{\cos k''y + r\cos k''y};$$
$$\phi_v = \mathrm{arctg}\frac{\sin k''y + r\sin k''y}{-\cos k''y + r\cos k''y}. \qquad (8)$$

Связь энергетических эллипсов со структурными характеристиками двумерной картины приливных колебаний

Рассмотрим связь энергетических эллипсов с рассмотренной выше двумерной картиной приливных колебаний, возникающей при косом отражении приливных волн от берега. Поскольку в выбранной нами системе координат $\phi = \phi_u$, т.е. фазы полной воды и u-компоненты течения совпадают, то $\beta_x = 0$, $\sin\beta_x = 0$, $\cos\beta_x = 1$ и, следовательно, выражения (3) для активного и реактивного азимутов приобретают более простой вид:

$$\gamma_a = \mathrm{arctg}\frac{u_0}{v_0\cos\beta_y};$$
$$\gamma_r = 0/180^\circ, \qquad (9)$$

т.е. реактивный азимут всегда ориентирован вдоль оси y (по нормали к отражающей границе). Что касается активного азимута, то определим входящее в него выражение для β_y с учетом соотношений (8):

$$\beta_y = \phi_v - \phi = \mathrm{arctg}\frac{\sin k''y + r\sin k''y}{-\cos k''y + r\cos k''y} - \mathrm{arctg}\frac{-\sin k''y + r\sin k''y}{\cos k''y + r\cos k''y} =$$

$$= \mathrm{arctg}\frac{\sin k''y(1+r)}{-\cos k''y(1-r)} - \mathrm{arctg}\frac{-\sin k''y(1-r)}{\cos k''y(1+r)} =$$

$$= \mathrm{arctg}\frac{\dfrac{\sin k''y(1+r)}{-\cos k''y(1-r)} - \dfrac{-\sin k''y(1-r)}{\cos k''y(1+r)}}{1+\{\dfrac{\sin k''y(1+r)[-\sin k''y(1-r)]}{[-\cos k''y(1-r)\cos k''y(1+r)]}} =$$

$$= \operatorname{arctg}\frac{\dfrac{-\sin k''y(1+r)^2+\sin k''y(1-r)^2}{\cos k''y(1-r^2)}}{1+tg^2k''y}=$$

$$= \operatorname{arctg}\frac{\dfrac{\sin k''y(-1-2r-r^2+1-2r+r^2)}{\cos k''y(1-r^2)}}{1+tg^2k''y}= \qquad (10)$$

$$= \operatorname{arctg}\frac{-2r\sin 2k''y}{1-r^2}.$$

Тогда выражение для γ_a из (9) можно записать в виде:

$$\gamma_a = \operatorname{arctg}\left(\frac{\operatorname{tg}\alpha}{\cos\beta_y}\frac{\sqrt{1+2r\cos 2k''y+r^2}}{\sqrt{1-2r\cos 2k''y+r^2}}\right). \qquad (11)$$

Полученные выражения (10) и (11) позволяют построить набор вспомогательных графиков, изображающих зависимость величины $\Delta\gamma = \gamma_a - \gamma_r$ от параметров r, α и $k''y$. При этом оказывается, что информативным являются не только сами значения величины $\Delta\gamma$, но и диапазон их изменчивости от $k''y$ при различных r. В частности, можно показать, что этот диапазон может изменяться в пределах от –90° (при $r = 1$, когда активный азимут направлен вдоль оси x) до $-\alpha$ (при $r = 0$, когда активный азимут направлен вдоль луча падающей приливной волны).

Поскольку ориентация реактивного азимута определяет направление оси y, а известное поле глубин позволяет оценить локальное значение длины приливной волны, подлежащими определению параметрами остаются r и α. Эти параметры дают информацию как о направлении падающей и отраженной волн, так и о степени их ослабления, т.е. об интенсивности прибрежной диссипации приливной энергии. Таким образом, возникает принципиальная возможность анализа двумерной картины приливных колебаний, образующихся в результате косого отражения первичной приливной волны от открытого участка морского побережья, а также о сопровождающих их формирование геофизических процессах, используя в качестве материала поле энергетических эллипсов, полученное на основе моделирования или данных наблюдений.

Литература

1. *Некрасов А.В.* Энергия океанских приливов. – Л.: Гидрометеоиздат, 1990. – 288 с.
2. *Некрасов А.В.* Приливные волны в окраинных морях. – Л.: Гидрометеоиздат, 1975. – 247 с.